$2x+15x-20=-10$	Distribuye el 5
$17x=10$	Reduce terminus semejantes; suma 20 a cada miembro
$x=\frac{10}{17}$	Divide cada miembro por 17
$x=0.5882$	Guarda esto en memoria

Sustituyendo 0.5882... para *x* en la ecuación (3) da:
$y=3(0.5882...)-4$
$y=-2.2359...$

Redondeando los valores *x* y *y* da la solución aproximada: (0.59,-2.24)

Como puedes ver, el (0.6,-2.2) de la gráfica está cercano a este valor más exacto.

El procedimiento precedente se llama método de ***"sustitución"***. Algunas veces las ecuaciones de un sistema son llamadas ***"ecuaciones simultáneas"*** porque resuelves ambas ecuaciones al mismo tiempo.

OBJETIVO:

Ser capaz de resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables por método de "sustitución"

Cubre las respuestas mientras trabajas en este ejemplo.

EJEMPLO

Resuelve: $5x+3y=17$
$x-2y=6$

$5x+3y=17$ $x-2y=6$	(1) (2)	Escribe el sistema dado. Enumera cada ecuación para una futura referencia
$x=6+2y$	(3)	Resuelve (2) para *x* en términos de *y*. Esta es la forma más fácil ya que *x* tiene un coeficiente de 1.
$5(2y+6)+3y=17$		Sustituye $2y+6$ en lugar de *x* en (1). No la sustituyas de nuevo en (2)
$10y+30+3y=17$		Distribuye 5
$13y=-13$		Reduce términos semejantes ; agrega -30
$y=-1$		Divide cada miembro por 13
$x=2(-1)+6$		Sustituye -1 en lugar de *y* en (3)
$x=4$		Efectúa la operación
Solución: (4,-1)		Escribe la respuesta

Nota: Para comprobar la respuesta se requiere sustituir en ambas ecuaciones. Es posible que un par ordenado satisfaga una ecuación, pero no la otra.

Comprobación:

$5(4)+3(-1)=17$	$4-2(-1)=6$
$20-3=17$	$4+2=6$
$17=17$	$6=6$

PRÁCTICA ORAL

Despeja para *x* en términos de *y* o para *y* en términos de *x*, lo que sea más fácil.

Ejemplos	Respuestas
i) $x+3y=7$	i) $x=7-3y$
ii) $4x-y=9$	ii) $y=4x-9$

a) $x+2y=5$
b) $2x+y=10$
c) $x-5y=-15$
d) $x-3y=30$
e) $x-y=8$
f) $x-2y=0$
g) $x-6y=18$
h) $6x-y=12$
i) $6x+y=-24$
j) $10x-y=70$
k) $x+y=6$
l) $x+3(y+2)=10$

EJERCICIO 5.5

Para los problemas 1 al 26, resuelve el sistema por *"sustitución"*

1) $y=2x$
$3x+y=10$

2) $y=3x$
$2x-y=2$

3) $y=3x$
$5x-2y=1$

4) $y=2x$
$4x+3y=30$

5) $y=x+4$
$3x+y=16$

6) $y=x-3$
$4x+y=32$

7) $x=y-5$
$3x+2y=3$

8) $x=y+8$
$5x+3y=12$

9) $4x+3y=31$
$y=2x+7$

10) $4x+5y=48$
$y=3x+2$

11) $x+2y=2$
$5x-3y=-29$

12) $3x+y=13$
$2x-4y=18$

13) $6x-y=31$
$4x+3y=17$

14) $x-7y=-22$
$5x+2y=1$

15) $7x-6y=-30$
$x-4y=-20$

16) $2x-9y=14$
$6x-y=42$

17) $x+y=23$
$9x-8y=27$

18) $x-y=6$
$10x+11y=149$

19) $x-3y=13$
$5x+3y=2$

20) $7x-3y=-23$
$x+5y=32$

21) $3(x-2)+y=-4$
$4x-7y=36$

22) $4(x-3)+y=-11$
$6x-2y=-16$

23) $x+y=19$
$5(x-7)+2y=-24$

24) $x+5y=22$
$3(x-9)+4y=-5$

25) $2(x+3)-y=7$
$7x-3(y-1)=9$

26) $6(x+2)-y=31$
$5x-2(y-3)=23$

Para los problemas del 27 al 30, encuentra la solución correcta con dos decimales para cada coordenada.

27) $x=0.6(300+y)$
$y=0.2(300+x)$

28) $x=0.8(500+y)$
$y=0.7(500+x)$

29) $x=0.9(1000-y)$
$y=0.7(1000-x)$

30) $x=0.3(200-y)$
$y=0.2(200-x)$

Para los problemas del 31 al 34, resuelve por el método de ***"sustitución"***. Traza después las gráficas de las dos ecuaciones, usando la técnica de la sección anterior. Demuestra que las dos gráficas se intersectan en el punto calculado.

31) $2x-y=-3$
$x+y=9$

32) $3x+y=1$
$x-y=7$

33) $x-3y=-18$
$2x+3y=9$

34) $2x-y=-6$
$5x+3y=15$

5.6 SOLUCIÓN DE SISTEMAS POR EL MÉTODO DE COMBINACIÓN LINEAL

Supongamos que debes resolver el siguiente sistema:

$5x+3y=25$
$7x-3y=-1$

Hay otro método que funciona muy eficazmente, además del de sustitución . Observa que los coeficientes de *y* en las dos ecuaciones son opuestos uno del otro. Si agregas $7x-3y$ al miembro de la izquierda de la ecuación (1) y agregas -1 al miembro de la derecha, los términos de *y* suman cero. (Se cancelan)

$(5x+3y)+(7x-3y)=25+(-1)$
$12x=24$

Un modo eficiente de efectuar esta adición es simplemente dibujar una línea debajo de las dos ecuaciones y sumar como términos

$5x+3y=25$	
$\underline{7x-3y=-1}$	
$12x=24$	Suma las dos ecuaciones
$x=2$	Divide cada miembro por 12

Sustituyendo *x* por 2 en cualquiera de las dos ecuaciones se encuentra el valor de *y*. Usando la primera, se obtiene el siguiente valor:

$5(2)+3y=25$	Sustituir *x* por 2
$3y=15$	Restar 10 de cada miembro
$y=5$	Dividir cada miembro por 3
Solución: (2,5)	Escribe la respuesta

Si ninguna variable tiene coeficientes opuestos en ambas ecuaciones, puedes transformar cada ecuación para que lo tengan. Aquí se muestra cómo podrías resolver el siguiente sistema

$5x+3y=9$
$2x-4y=40$

Multiplicando cada miembro de la primera ecuación por 2 logramos que el coeficiente de *x* sea 10. Multiplicando cada miembro de la segunda por -5, logramos que el coeficiente de *x* sea -10. Los términos $10x$ y $-10x$ son opuestos uno del otro. La solución completa sería como ésta:

$5x+3y=9$	$10x+6y=18$	Multiplica por 2
$2x-4y=40$	$\underline{-10x+20y=-200}$	Multiplica por -5
	$26y=-182$	Suma las ecuaciones
	$y=-7$	Divide por 26

$5x+3(-7)=9$	Sustituye *y* por -7 en la primera
$5x=30$	Agrega 21 a cada miembro
$x=6$	Divide por 5
Solución: (6,-7)	Escribe la respuesta

Para comprobar la solución, debes sustituir (6,-7) en cada ecuación. Es posible que un par ordenado satisfaga una de las ecuaciones, pero no la otra. Por tanto es muy importante comprobar en las dos.

Comprueba:

$5(6)+3(-7)=9$	$2(6)-4(-7)=40$
$30-21=9$	$12+28=40$
$9=9$	$40=40$

Observa que pudiste haber eliminado la *y* primero, en lugar de la *x* si multiplicamos la primera ecuación por 4 y la segunda por 3, obteniendo lo siguiente:

$5x+3y=9$	$20x+12y=36$
$2x-4y=40$	$\underline{6x-12y=120}$
	$26x=156$
	$x=6$

Después podría ser calculada sustituyendo *x* por 6 en la primera o en la segunda ecuación.

Este método se llama de ***combinación lineal*** o sumas y restas para resolver un sistema de ecuaciones. Una combinación lineal de dos cantidades es lo que obtienes multiplicando cada cantidad por una constante, sumando entonces los resultados. El método es también llamado por ***suma y resta***.

OBJETIVO:

Dado un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables, resuélvelo por el método de combinación lineal, transformando las ecuaciones cuando sea necesario.

Cubre las respuestas mientras trabajas los ejemplos.

EJEMPLO 1

Resuelve:

$4x+9y=75$
$4x+3y=33$

$4x+9y=75$	$4x+9y=75$	Pasa igual la ecuación
$4x+3y=33$	$\underline{-4x-3y=-33}$	Multiplica por -1
	$6y=42$	Suma las 2 ecuaciones
	$y=7$	Divide entre 6
$4x+3(7)=33$		Sustituye 7 por *y* en la segunda ecuación

$4x=12$	Resta 21 de cada miembro
$x=3$	Divide cada miembro por 4
Solución: (3,7)	Escribe la solución.

EJEMPLO 2

Resuelve

$2x-3y=-8$	$10x-15y=-40$	Multiplica por 5
$11x+5y=-1$	$\underline{33x-15y=-3}$	Multiplica por 3
	$43x=-43$	Suma ecuaciones
	$x=-1$	Divide por 43
$2(-1)-3y=-8$		Sustituye -1 en lugar de *x* en la primera ecuación
		Suma 2 a cada miembro
$-3y=-6$		Divide cada miembro por -3
$y=+2$		Escribe la solución
Solución: (-1,2)		

Nota: Hay otras maneras de empezar. Para eliminar *x* en vez de *y*, puedes multiplicar la primera ecuación por 11 y la segunda por -2 haciendo que los coeficientes de *x* sean 22 y -22. En seguida puedes eliminar *x*, sumando las ecuaciones.

PRÁCTICA ORAL

Proporciona la ecuación resultante después de sumar, para eliminar una variable.

Ejemplo
$3x+2y=2$
$5x-2y=9$

Respuesta
$8x=11$

a) $2x+3y=2$
$4x-3y=5$

b) $2x+8y=-3$
$2x+5y=10$

c) $4x-5y=9$
$-3x+5y=-7$

d) $7x-4y=9$
$2x+4y=3$

e) $3x+4y=8$
$-3x+5y=1$

f) $-4x-3y=-1$
$4x+8y=5$

¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar cada ecuación para eliminar *x* por ***"combinación lineal"***?

Ejemplo
$5x+3y=9$
$2x-8y=4$

Respuesta
Multiplica por -2
Multiplica por 5

g) $2x+5y=7$
$3x+4y=9$

h) $4x-3y=2$
$5x+8y=1$

i) $2x+10y=9$
$8x+5y=7$

¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar cada ecuación para eliminar y por *"combinación lineal"*?

j) $2x+5y=7$
$3x+4y=9$

k) $4x-3y=2$
$-5x+8y=1$

l) $2x+10y=9$
$8x+5y=7$

EJERCICIO 5.6

Para los problemas del 1 al 10, resuelve el sistema por el método de ***"combinación lineal"***

1) $3x+5y=5$
$-x+7y=38$

2) $x+4y=17$
$2x+y=15$

3) $8x+y=21$
$x+5y=4$

4) $x-4y=23$
$3x+y=13$

5) $5x+3y=27$
$7x-3y=45$

6) $-2x+7y=8.7$
$2x+3y=18.3$

7) $10x+7y=-30$
$5x+4y=-63$

8) $5x-y=22$
$8x+7y=-24$

9) $2.3x-1.7y=3.5$
$3x+4y=35$

10) $10x+4y=35$
$4.7x-1.7y=10.7$

Para los problemas del 11 al 20, primero transforma las ecuaciones de manera que cualquiera de los coeficientes de x o de y sean opuestos. Después resuelve por el método de ***"combinación lineal"***

11) $3x+5y=17$
$2x+3y=11$

12) $4x-5y=-19$
$3x+7y=18$

13) $6a-7b=12$
$5a-4b=10$

14) $2x+9y=12.5$
$6x+5y=8.9$

15) $7u+8v=23$
$3u-2v=-1$

16) $4x-3y=2.7$
$8x+5y=13.1$

17) $3x-5y=-29$
$6x-5y=50$

18) $4x+y=42$
$2x-10y=-42$

19) $x+12y=-8$
$2x-3y=-8.1$

20) $5x+7y=18.9$
$8x-5y=37$

5.7 PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN DOS VARIABLES

Suponiendo que las hamburguesas cuestan \$2.00 y los hot-dogs \$1.50 cada uno. La cantidad de dinero que vas a gastar en hamburguesas y hot-dogs depende de cuántos compres de cada uno.

Sea x = número de hamburguesas
Sea y = número de hot-dogs

La cantidad de dinero a gastar es: $2x+1.5y$

Esta expresión de dos variables representa una cantidad de dinero. Si se conocen los valores de x y y, puedes fácilmente encontrar el costo. Por ejemplo, si $x=5$, y $y=3$, tendremos:

$2x+1.5y$
$=2(5)+1.5(3)$
$=14.50$

Pero el problema inverso no es tan simple. Si sabes que el gasto total es \$ 14.50, puedes escribir la ecuación:
$2x+1.5y=14.50$

Pero no sabes con certeza que x valga 5 y y valga 3. Es posible que x sea 2 y y sea 7, porque
$2(2)+1.5(7)$ (1)
$=14.50$

Por lo tanto, requieres de una segunda ecuación para formar un sistema que pueda resolverse para ambas variables. Por ejemplo, si sabes que el número total de hamburguesas y hot-dogs es 8, la segunda ecuación puede ser:
$x+y=8$ (2)

El sistema se resolvería de la siguiente forma:

$2x+1.5y=14.$
$x+y=8$

$2x+1.5y=14.50$
$\underline{-2x-2y=-16}$ Multiplicando por -2
$-0.5y=-1.5$ Dividiendo por -0.5
$y=3$

$x+3=8$ Sustituyendo 3 por y en la segunda ecuación

$x=5$

5 hamburguesas y 3 hot-dogs

En esta sección resolverás problemas similares involucrando expresiones con dos variables.

OBJETIVO

Dado un problema involucrando dos variables, escribir y resolver un sistema de dos ecuaciones y responder las preguntas.

Cubre las respuestas al trabajar con los ejemplos.

EJEMPLO 1

Problema del queso suizo y burgués.

El queso suizo y el queso burgués tienen diferente precio por kilogramo, pero no sabes cuánto. Una caja que contiene 3 kg de suizo y 2 kg de burgués cuesta \$24.40. Otra caja que contiene 4 kg de suizo y 5 kg de burgués cuesta \$47.70. Supón que estos precios son solamente para el queso (no la caja) ¿Cuánto cuesta cada clase de queso por kg?

Define las variables

Sea x = precio por kg de suizo

Sea y = precio por kg de burgués

Escribe primero dos ecuaciones involucrando x y y. Después resuelve el sistema.

$3x+2y=24.40$	$15x+10y=122.00$	Multiplica por 5
$4x+5y=47.70$	$-8x-10y=-95.40$	Multiplica por -2
	$7x=26.60$	Suma
	$x=3.80$	Divide por 7
$3.(3.80)+2y=24.40$		Sustituyendo x por 3.80 en la primera ecuación
		Efectúa las operaciones
$11.40+2y=24.40$		Reste 11.40
$2y=13.00$		Dividiendo por 2
$y=6.50$		

\$ 3.80/kg para el suizo

\$ 6.50/kg para el burgués

EJEMPLO 2

Problema del cereal de azúcar.

De acuerdo a las etiquetas, el cereal A, contiene cerca del 38% de azúcar. El cereal B, aproximadamente 46%.

a) ¿Qué porcentaje de azúcar tendría una mezcla de 100gr de cereal A con 200gr de cereal B?

b) ¿Cuántos gr de cada uno se requerirían para hacer una mezcla de 1 kg que contenga 40% de azúcar?

a) Sea x el número de gr de cereal A

Sea y el número de gr de cereal B — Define las variables

$0.38x+0.46y$= número de gr de azúcar — Escribe la expresión

Si $x=100$ y $y=200$, entonces: — Evalúa la expresión

$0.38x+0.46y$

$=38+92$

$=130$ gr de azúcar

Masa total es 100+200, o sea 300 gr

El porciento de azúcar es 130/300x100 — %=número/total x 100

$=43.3$

43.3% de azúcar — Responde la pregunta

b) Primero escribe las dos ecuaciones

$x+y=1000$ — El total es 1000 gr (1kg)

$0.38x+0.46y=0.4(1000)$ — Azúcar 40% de 1000 gr

Enseguida simplifica y combina linealmente.

$x+y=1000$

$0.38x+0.46y=400$

$$-0.38x-0.38y=-380$$
$$0.38x+0.46y=400$$
$$0.08y=20$$
$$y=250$$

$x+250=1000$ — Sustituye 250 en lugar de y en a primera ecuación

$x=750$ — Resta 250

Cereal A:750 gr

Cereal B:250 gr — Respuesta a la pregunta

EJEMPLO 3

Problema del submarino.

Un submarino navega contra la corriente una distancia de 150 millas náuticas a una velocidad desconocida, en un tiempo total de 10 horas. Luego regresa al punto de partida, a favor de la corriente en un tiempo de 6 horas.

Para ambos viajes se mueve a la misma velocidad a través del agua. ¿A cuántos nudos (millas náuticas por hora) viaja el submarino, y a cuántos nudos la corriente?

Sea x=velocidad del submarino — Define las variables

Sea y=velocidad de la corriente

$x - y$= velocidad neta en contra de la corriente — Resta las velocidades cuando los movimientos se oponen