

$x + y =$  velocidad neta a favor de la corriente

$$(x-y)(10)=150$$

$$(x+y)(6)=150$$

$$x-y=15$$

$$x+y=25$$

$$2x=40$$

$$x=20$$

$$20+y=25$$

$$y=5$$

El submarino viaja a 20 nudos  
La corriente es de 5 nudos

**EJEMPLO 4**

Problema de seguros.

La familia García tiene dos pólizas de seguro. La primera paga 80% de los gastos no cubiertos por la segunda. La segunda paga 70% de los gastos no cubiertos por la primera. La Sra. García necesita una operación quirúrgica que cuesta \$3000 y es cubierta por ambas pólizas. ¿Cuánto van a obtener los García de cada póliza? ¿Es el total, más que el 100% de los \$ 3000?

$x =$  cantidad de pagados por la primera póliza

$y =$  cantidad de pagados por la segunda póliza

$3000 - x =$  no pagados por la primera póliza

$3000 - y =$  no pagados por la segunda póliza

$$x = 0.8(3000 - y) \quad (1)$$

$$y = 0.7(3000 - x) \quad (2)$$

$$x = 2400 - 0.8[0.7(3000 - x)]$$

$$x = 2400 - 1680 + 0.56x$$

$$0.44x = 720$$

$$x = 1636.3636$$

$$y = 0.7(3000 - 1636.37...)$$

$$y = 954.5454$$

Primera póliza paga \$1,636.36

Segunda póliza paga \$954.55

El total pagado es \$2,590.91, que es menos del 100% de \$3000.

**NOTA:** La técnica de sustitución es mejor para este problema ya que tienes  $x$  en términos de  $y$ , y  $y$  en términos de  $x$ .

Suma las velocidades cuando los movimientos son en el mismo sentido

Velocidad por tiempo = distancia

Divide cada miembro por 10

Divide cada miembro por 6

Suma las dos ecuaciones

Divide cada miembro por 2

Sustituye  $x$  por 20 en  $x+y=25$

Resta 20 de cada miembro

Respuesta a la pregunta

Pesos no pagados por la primera póliza

Pesos no pagados por la segunda póliza

Sustituye  $0.7(3000 - x)$  en lugar de  $y$

Distribuye  $(0.8 \times 0.7)$  por  $0.56$

Resta  $0.56x$  a ambos miembros

Divide entre  $0.44$

Sustituye  $1636.36$  en lugar de  $x$

Resultado

Contesta la pregunta

**EJERCICIO 5.7**

Los problemas 1 al 10 involucran el encontrar precios y porcentajes desconocidos. Los primeros dos problemas te conducen paso a paso hacia la solución del problema. Para los otros, debes pensar en los pasos.

1) **Problema de comida mexicana**

Supongamos que estás ayudando a establecer los precios para el menú de un restaurant mexicano. La comida regular contiene dos tacos y tres enchiladas. La comida especial contiene 4 tacos y 5 enchiladas.

- a) Dejemos que  $x$  sea el número de centavos cargados a cada taco y dejemos que  $y$  sea el número de centavos cargados a cada enchilada. Escribe dos expresiones, una para el precio de una comida regular y la otra para el precio de una comida especial.
- b) Cuánto costaría cada comida si:
  - i) Los tacos cuestan \$3.5 y las enchiladas \$6 cada una.
  - ii) Los tacos cuestan \$4.5 y las enchiladas \$5 cada una.
- c) El jefe establece un precio de \$23.90 para la comida regular y \$42.30 para la comida especial. ¿Cuánto calcula él por taco y cuánto por enchilada?

Regular	\$	_____
Especial	\$	_____

2) **Problema del hotel y buceo.**

El hotel Maya ofrece a los buceadores dos planes. El plan A de 3 noches de alojamiento y 4 buceos. El plan B de 5 noches de alojamiento y 8 buceos.

Plan A	\$	_____
Plan B	\$	_____

- a) Sea  $x$  el número de pesos que cargan por noche y  $y$  el número de pesos por buceo. Escribe dos expresiones, una por la cantidad que pagaría por el plan A y la otra por el plan B.
- b) Evalúa las expresiones si el hospedaje cuesta \$50 por noche y los buceos \$40 cada uno.
- c) Si el hospedaje es incrementado a \$80 por noche y los buceos se reducen a \$20 cada uno, ¿se incrementan o se reducen en costo en los dos planes?
- d) Llega una nueva lista de precios en la que el plan A cuesta \$440 y el plan B cuesta \$780. ¿Qué precios son ahora asumidos por noche y por buceo?

- 3) **Problema de huevos y salchichones.**  
Un menú de almuerzos enlista 2 huevos y un salchichón por \$10.20 y 3 huevos y 2 salchichones por \$13.65
- Suponiendo que en estas cantidades pagas solamente los huevos y los salchichones. ¿Cuánto pagas por un huevo y cuánto por un salchichón?
  - ¿Cuánto pagarías por el desayuno de glotonos consistente en 5 huevos y 7 salchichones?
- 4) **Problema del estuche de artista.**  
Un estuche para artista principiante cuesta \$6.35 y contiene 2 brochas y 5 frascos de pintura. El estuche estandar contiene 4 brochas y 12 frascos de pintura y cuesta \$13.20.
- Suponiendo que todas las brochas cuestan lo mismo y todas las pinturas cuestan lo mismo. ¿Cuál es el precio de una brocha y de un frasco de pintura?
  - ¿Cuánto pagarías por un estuche de lujo que contiene 7 brochas y 20 frascos de pintura?
- 5) **Problema de gasolina regular y sin plomo.**  
La gasolina sin plomo tenía diferentes precios por litro. Supongamos que 2 litros de gasolina regular y 3 litros de gasolina sin plomo costaban un total de 252 pesos; 5 litros de regular y 4 litros sin plomo costaban un total de 448 pesos. ¿Cuál era el precio por litro de cada tipo de gasolina?
- 6) **Problema del gusano y el caracol.**  
Un gusano y un caracol entran a una carrera de relevos. Si el gusano avanza 5 horas y el caracol 4, cubren un total de 448 pulgadas. Si el gusano avanza durante 2 horas y el caracol por 3 horas, ellos cubren una distancia de 252 pulgadas, ¿qué tan rápido avanza cada uno?
- 7) **Problema del cono de nieve.**  
Una conocida cadena de tiendas vende un cono de 3 bolas de nieve por \$12.80 y un cono con 2 bolas de nieve por \$8.7.  
Suponiendo que estas cantidades se pagan por el cono y la nieve.
- ¿Cuánto gastas por cada bola de nieve y cuánto por el cono?
  - ¿Cuánto pagarías por un cono con 4 bolas de nieve?
- 8) **Problema de leña.**  
Cuesta \$140 recibir una entrega de un paquete de leña en tu casa y \$80 por la entrega de medio paquete. Supongamos que pagas un cierto número de pesos por un paquete, más una cantidad fija por el servicio.
- ¿Cuánto pagas por paquete y cuánto por el servicio de entrega?
  - ¿Cuánto pagarías para tener 1.5 paquetes de entrega?  
(La respuesta no es 220)

- 9) **Problema de gasolina regular y sin plomo # 2.**  
Una estación de gasolina acaba de aumentar sus precios. El empleado coloca los nuevos precios en la bomba pero olvida anotar los precios anteriores. En lugar de revelar el olvido y preguntarle al jefe, él consulta el reporte de ventas de ayer. El encuentra que se vendieron 450 litros de gasolina regular y 320 litros de gasolina sin plomo, para un total de \$384.83. La regular estaba a 10 centavos menos que la sin plomo. ¿Cuáles eran los precios de ambas gasolinas por litro el día anterior?
- 10) **Problema de gasolina regular y sin plomo # 3.**  
La gasolina sin plomo cuesta 5 centavos más que la gasolina regular. Un cliente compró 1000 litros de gasolina sin plomo y 3000 litros de regular, por un total de \$1,870. ¿Cuántos centavos por litro cuesta cada clase de gasolina?
- Los problemas de 11 al 16 consisten en encontrar varios números de artículos cuyos precios son desconocidos. Los primeros dos te conducen paso a paso a través del problema. Para los siguientes, tú debes pensar los pasos.
- 11) **Problema de lavado de coches.**  
El Club Mate ahorró dinero para su viaje de verano lavando automóviles. Ellos cobraron \$3.00 por coche y \$ 5.00 por camioneta.

Coche	\$	_____
Camioneta	\$	_____

- Define variables para el número de coches lavados y para el número de camionetas lavadas. Entonces escribe una expresión para el total de dinero recibido.
- Evalúa la expresión en la parte a para:
  - 27 coches y 13 camionetas.
  - 41 carros y 8 camionetas
  - 16 coches y 23 camionetas
- Supongamos que el club ganó un total de \$181 por lavar un total de 49 vehículos. Escribe un sistema de dos ecuaciones expresando estos hechos, y resuelve el sistema para averiguar cuántos de cada tipo de vehículos se lavaron.

12) **Problema de yogurt.**

Juan vendía medio galón de yogurt congelado por \$4.00 cada uno y los galones a \$7.00 cada uno.

	Precio	No.	\$
$\frac{1}{2}$ galón	\$4.00	—	—
1 galón	\$7.00	—	—
Total	—	—	—

- a) Define las variables para el número de medios galones y para el número de galones vendidos. Entonces escribe una expresión para el número total de pesos obtenidos por la venta.
- b) Evalúa la expresión de la parte a para:
  - i) 33 medios galones y 19 galones
  - ii) 57 medios galones y 30 galones
  - iii) 36 medios galones y 42 galones
- c) Un día Abel vende un total de 50 contenedores de yogurt, para un total de \$287. Escribe un sistema de ecuaciones expresando estos hechos. Entonces resuelve el sistema para averiguar cuántos de cada clase de contenedores vendió.

13) **Problema de boletos de fútbol.**

Supongamos que estás recogiendo boletos en un juego de fútbol. Los boletos para asientos reservados cuestan \$40 cada uno y los de admisión \$30 cada uno. Después que el juego termina, la máquina de conteo muestra que 1787 personas pagaron entrada. Tú cuentas un total de \$57,920 de la venta de boletos. Tú estas a punto de salir cuando tu jefe pregunta: "Por cierto, ¿cuántos de cada clase de boletos se recogieron?" En lugar de pasar media hora contando los boletos recogidos, tú decides usar el álgebra, ¿qué le dices a tu jefe?

14) **Problema de boletos de baloncesto.**

En un juego profesional de baloncesto, la máquina contadora mostró que 17,406 personas pagaron entrada. El efectivo total recibido por los boletos fue \$133,371. Sin contar los boletos, averigua cuántos pagaron boletos por asientos reservados. (\$10 cada uno). Y cuántos pagaron admisión general (\$7).

15) **Problema de autos y camionetas.**

Un cargamento de autos y camionetas está en ruta hacia un lote de autos donde trabajan. Antes de que lleguen, el negocio de autos recibe una factura que muestra un total de 160 vehículos. Pero la parte de la factura que muestra la cantidad de cada tipo de vehículo ha sido extraviada. Tu jefe necesita desesperadamente saber cuántos de cada tipo hay antes de que lleguen. Ya que tú sabes álgebra, él acude a ti por ayuda. La factura muestra un peso total de 182,800 kg de vehículos, y cada camioneta pesa 1400 kg y cada auto 1000 kg. ¿Cuántos vehículos de cada tipo hay?

16) **Problema de petróleo nuevo y viejo.**

En los años 70's el gobierno bajó el precio del petróleo de los pozos viejos, pero permitió un precio más alto en el petróleo proveniente de pozos nuevos. Un mes la compañía de petróleo que estaba produciendo de un campo particular pagó \$28,840.10 por un total de 3200 barriles de petróleo. Pero no había indicación de cuántos de estos barriles eran de petróleo nuevo y cuántos de petróleo viejo. Averigua estos números tomando en cuenta que el barril nuevo se vendió a \$12.30, y el barril viejo a \$7.04

Los problemas del 17 al 20 incluyen mezclas de varias cantidades de sustancias con compuestos conocidos. Los primeros dos problemas te conducen paso a paso hacia la solución. Para los otros, tú debes pensar qué hacer.

17) **Problema de escape de gas.**

El monóxido de carbono es un gas que tiene 43% de carbón. El dióxido de carbono tiene solamente 27% de carbón. Supongamos que la Agencia de Protección Ambiental (APA) analiza el escape de los carros, una mezcla de monóxido de carbono y dióxido de carbono.

Gas	%C	mg gas	mg C
CO	43%	—	—
CO <sub>2</sub>	27%	—	—
Porcentaje C =		— x 100 =	—

- a) Define las variables para el número de miligramos (mg) de cada gas en la prueba.
- b) Evalúa la expresión de la parte a) si alguien mezcla 2000 mg de monóxido de carbono y 3000 mg de dióxido de carbono.
- c) ¿Cuál es el porcentaje de carbón en la mezcla de la parte b)?
- d) Si la APA encuentra que una muestra de 1600 mg de escape de gas tiene 32% de carbón. ¿Cuántos mg de la muestra fueron de monóxido de carbono, y cuántos fueron de dióxido de carbono?

18) **Problema de octanaje de gasolina.**

El número de octanaje de la gasolina se puede definir como el porcentaje de octano mezclado en la gasolina. Por ejemplo, gasolina con 89 de octanaje sería 89% de octano y 11% de algo más. Supongamos que una bomba tiene gasolina con 84% de octano y gasolina con 91% de octano.

- a) La bomba mezcla x galones de gasolina con octano 84 y y galones de gasolina con 91 de octano. Escribe una expresión para el número de galones de octano en la mezcla.

- b) Evalúa la expresión de la parte a si 1000 galones de gasolina con octano 84 se mezclan con 2000 galones de gasolina de octano 91.
- c) ¿Cuál sería el número de octanaje de la mezcla de la parte b)?
- d) Si la bomba recibe una orden de 15000 galones de gasolina de octano 89.7. ¿Qué cantidad de cada tipo de gasolina debe ser mezclada para surtir la orden?

19) **Problema de aleación de plata.**

Las monedas antiguas de plata contienen 90% de plata. La soldadura de plata contiene 63% de plata. Si quieres hacer 200 kg de una aleación que contenga 82% de plata. ¿Cuántos kg de monedas antiguas y cuántos kg de soldadura de plata tendrías que fundir para lograr esto?

20) **Problema de aleación de bronce.**

Supongamos que tienes un lote de chatarra. Tú tienes vastas cantidades de bronce amarillo (67% cobre, 33% zinc) y bronce rojo (85% cobre, 15% zinc) a la mano. La compañía Al Oye envía un pedido por 55 toneladas de bronce que contenga 80% de cobre y 20% de zinc. ¿Cuántas toneladas de cada clase de bronce tendrías que fundir juntas para surtir el pedido?

13) **Problema de fútbol.**

Supongamos que estás recogiendo boletines en un partido de fútbol. Después de que el juego termina, la máquina de animar el equipo que pagaron el boleto se atora y no puedes recoger más boletines. Después de que el juego termina, la máquina de animar el equipo que pagaron el boleto se atora y no puedes recoger más boletines.

14) **Problema de escape de gas.**

Si la velocidad de escape de gas tiene una relación cuadrática con el tiempo, ¿cuántos segundos tardará el escape de gas en salir del cilindro? ¿Cuántos segundos tardará el escape de gas en salir del cilindro?

18) **Problema de gasolina.**

El número de galones de gasolina que se necesitan para hacer un viaje de 100 millas depende del número de galones de gasolina que se necesitan para hacer un viaje de 100 millas.

16) **Problema de vehículos.**

El número de vehículos que se necesitan para hacer un viaje de 100 millas depende del número de vehículos que se necesitan para hacer un viaje de 100 millas.

## CAPÍTULO 6

## ECUACIONES CUADRÁTICAS

En este capítulo aprenderán cómo resolver ecuaciones cuadráticas, es decir ecuaciones de la forma  $ax^2+bx+c=0$  con  $a$ ,  $b$  y  $c$  constantes y  $a \neq 0$ , las cuales la variable está elevada al cuadrado. Reducir una ecuación de este tipo a una sin variable al cuadrado requiere tomar la raíz cuadrada de cada miembro. Una vez que aprendieron cómo resolver ecuaciones cuadráticas pueden usar las técnicas para algunas cosas tales como predecir la altura de un balón de fútbol varios segundos después de haber sido pateado.

Variable:

$t$

Número de segundos desde que el balón fue pateado.

Expresión:

$25t-5t^2$

Número de metros sobre el suelo.

Ecuación:

$25t-5t^2=20$

Dice que el balón está 20 metros arriba.