

Donde t es el número de segundos desde que el objeto fue lanzado hacia arriba, d es la distancia en metros sobre el punto donde fue lanzado y v es la velocidad con que fue lanzado el objeto (velocidad inicial) en metros por segundo.

Como la variable t esta elevada al cuadrado, esta fórmula se convierte en una ecuación cuadrática, si se dan valores de d y v . En esta sección utilizaremos esta fórmula para resolver problemas con movimiento vertical.

OBJETIVO:

Para un valor conocido de v , encontrar d cuando nos dan t o encontrar t cuando nos dan d .

EJEMPLO 1

Una pelota es lanzada hacia arriba con una velocidad inicial de 40 metros por segundo (m/seg)

- a) Escribe una ecuación en función de d y t
- b) ¿A qué altura estará la pelota después de 3 segundos?
- c) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota para llegar a 60 metros de altura?
- d) ¿Cuánto tiempo tarda para llegar a una altura de 70 metros?
- e) ¿Cuánto tiempo para llegar a 90 metros?
- f) ¿Después de cuánto tiempo estará la pelota en el suelo?

Solución

- a) $d=40t-5t^2$ Sustituye el valor de la velocidad (40) en la ecuación $d=vt-5t^2$
 - b) $d=40(3)-5(3)^2$
 $d=75 \text{ m}$ Sustituye el valor de 3 en lugar de t tomando la ecuación del inciso (a)
 - c) $60=40t-5t^2$
 $t^2-8t+12=0$ Sustituye el valor de 60 en lugar de d en la ecuación del inciso (a)
Iguala a cero la ecuación
Divide por 5 ambos miembros de la ecuación.
Usa la fórmula general
- $$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(12)}}{2(1)}$$
- $$t = \frac{8 \pm 4}{2}$$
- $t=6$ o $t=2$ Ejecuta las operaciones
- Anota la respuesta

A los dos segundos la pelota alcanza la altura de 60 metros y al regresar vuelve a llegar a la misma altura a los 6 segundos.

d) $70=40t-5t^2$
 $t^2-8t+12=0$

$$t \pm \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(12)}}{2(1)}$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$t=5.41t, t=2.58$

- Sustituye el valor de 70 metros en el lugar de la d
- Iguala a cero la ecuación
- Divide por 5 ambos miembros de la ecuación
- Utiliza la fórmula general para encontrar los valores de t
- Ejecuta las operaciones
- Anota la respuesta

A los 2.58 segundos la pelota alcanza la altura de 70 metros y al regresar 5.41 segundos para llegar a la misma altura.

e) $90=40t-5t^2$
 $t^2-8t+18=0$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(18)}}{2(1)}$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{-8}}{2}$$

$t=\emptyset$

- Sustituye el valor de 90 metros en el lugar de la d
- Iguala a cero la ecuación
- Divide por 5 ambos miembros de la ecuación
- Sustituye en la fórmula general para encontrar los valores de t
- Responde la pregunta

La pelota nunca alcanza la altura de 90 metros. Como el discriminante $b^2 - 4ac = -8$, los valores de t , no son números reales. No existen valores de t para los cuales la pelota llegue a 90 metros.

f) $0=t-5t^2$
 $t^2-8t=0$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(0)}}{2(1)}$$

$$t = \frac{8 \pm 8}{2}$$

$t=8, t=0$

- La pelota está en el suelo cuando d es igual a cero
- Igualamos a cero la ecuación
- Dividimos por cero ambos lados de la ecuación.
- Usa la fórmula general
- Resuelve
- Responde la respuesta (el valor de cero representa el tiempo en el cual la pelota fue lanzada)

A los 8 segundos después de lanzada la pelota, esta toca el suelo.

La fórmula de movimiento vertical es la siguiente:

Si un objeto es lanzado hacia arriba en forma vertical con una velocidad inicial de v mts. por segundo, entonces su distancia en metros sobre su punto de partida en un tiempo de t segundos, después de que fué lanzada es aproximadamente: $d = v \times t - 5t^2$

PRÁCTICA ORAL

Para los siguientes problemas, plantea una ecuación para la distancia sobre el punto de partida, si el objeto ha sido lanzado con la velocidad inicial indicada.

Ejemplo

Se lanza a 30 m/seg

- Una pera a 7 m/seg
- Una lanza a 4 m/seg
- Una bala a 1200 m/seg
- Un frijol a 3 m/seg
- Un pedal a 2.6 m/seg

Respuesta

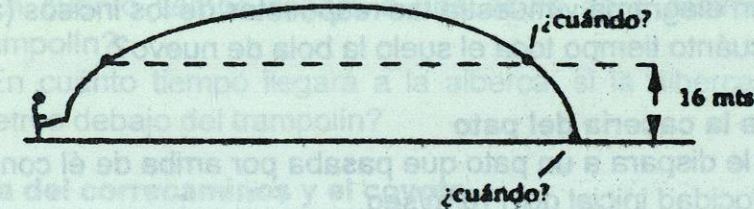
- $d = 30t - 5t^2$
- Una roca a 10 m/seg
 - Una flecha a 12 m/seg
 - Una canica a 1 m/seg
 - Una lenteja a 0.2 m/seg
 - Una lechuga a 5.2 m/seg

EJERCICIO 6.7

1. Problema del balón

Un balón es pateado hacia arriba en forma vertical con una velocidad inicial de 20 m/seg. Calcula:

- Su altura después de:
 - 2 seg
 - 4 seg
- ¿En qué tiempo alcanza una altura de 16 metros?
- Copia el diagrama y muestra la respuesta para la parte (a) en relación a los 16 metros de la parte (b)
- ¿Cuánto tiempo dura el balón en vuelo?



Problema de un elevado de beisbol

Fernando Valenzuela batea un elevado hacia el jardín central. La bola sale con una velocidad inicial de 40 m/seg.

- ¿Cuál será la altura de la bola después de 2 segundos?
- ¿En cuánto tiempo estará la bola a 30 metros de altura de donde fue bateada?
- ¿Cuánto tiempo tarda la bola en tocar el suelo?
- La bola está en su punto más alto (a mitad de camino) entre el tiempo en que es bateada ($t=0$) hasta que toca el suelo.
 - ¿En qué tiempo estará en su punto más alto?
 - ¿Cuál es la distancia que alcanza la bola?
- Dibuja un diagrama mostrando la posición de la pelota en las partes (a), (b) y (d).

Problema de la flecha de ballesta

Una flecha de ballesta es disparada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/seg. Calcula:

- La altitud de la flecha a los 3 segundos
- ¿En cuánto tiempo estará la flecha a 500 metros de altura?
- ¿Cuánto tiempo tardará en regresar al suelo?
- La flecha llega a su mayor altura (a la mitad de camino) entre el tiempo en que es lanzada ($t=0$) y el tiempo en que regresa al suelo.
 - ¿En cuánto tiempo llega a su punto más alto?
 - ¿Cuál será su altura en el punto más alto?
- Dibuja un diagrama mostrando la posición de la flecha en las partes (a), (b) y (d).

4. **Problema de la bola de tenis**

Una bola de tenis es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 26 m/seg. Calcula:

- Su altura después de 4 segundos de altura
- ¿En qué tiempo estará a 20 metros sobre el nivel del piso?
- Haz un diagrama y muestra las respuestas de los incisos (a) y (b)
- ¿En cuánto tiempo toca el suelo la bola de nuevo?

5. **Problema de la cacería del pato**

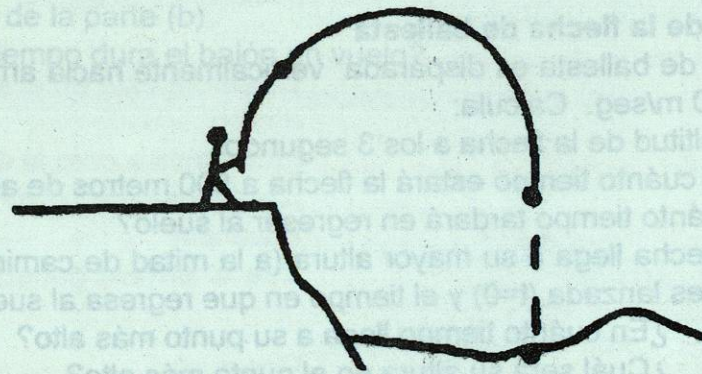
Un lanzador le dispara a un pato que pasaba por arriba de él con un rifle. La bala tiene una velocidad inicial de 110 m/seg.

- Si el pato está a 350 metros arriba del cazador ¿En cuánto tiempo llegará la bala?
- Si la bala pasara de largo ¿Cuánto tiempo tardaría la bala en volver a estar a la misma altura que el pato?
- Si la bala no le pegara de regreso ¿En cuánto tiempo estaría de regreso la bala?

6. **Problema de la roca en el acantilado**

Supongamos que en la cima de un acantilado lanzas una piedra hacia arriba, con una velocidad de 20 m/seg.

- ¿A qué altura por la cima del acantilado se encontrará la piedra después de 3 segundos?
- ¿A qué altura se encontraría a los 4 segundos?
- ¿Cuánto tiempo tardaría para llegar al nivel de donde fue tirada?
- ¿Cuánto tiempo tardaría en caer en un estanque que se encuentra a 60 metros debajo del punto donde fue lanzada la piedra?

7. **Problema del clavadista**

El Sr. Saltarín salta desde un trampolín de 3 metros de altura hacia arriba con una velocidad inicial de 6 m/seg.

- ¿A qué altura se encuentra a los 0.5 segundos después del brinco?
- ¿En qué tiempo se encuentra de nuevo al nivel del trampolín?
- ¿En cuánto tiempo llegará a una altura de 2 metros sobre el nivel del trampolín?
- ¿En cuánto tiempo llegará a la alberca, si la alberca se encuentra a 20 metros debajo del trampolín?

8. **Problema del correcaminos y el coyote**

El coyote está parado en un extremo del trampolín en la cima de un cañón; el correcaminos deja caer una gran roca en el otro extremo del trampolín mandando al coyote hacia arriba con una velocidad de 40 m/seg.

- ¿A qué altura estará el coyote después de 3 segundos?
- ¿Cuánto tiempo transcurre para que el coyote llegue a la misma altura de donde salió?
- Transcurridos 4 segundos, ¿hacia dónde iba el coyote? ¿Hacia arriba o hacia abajo?
- En su trayectoria de regreso el coyote no cae en la cima del cañón, sino en un río que está a 90 metros debajo de la cima. ¿Cuál es el tiempo total de vuelo del coyote?

9. **Problema de la piedra del pastor**

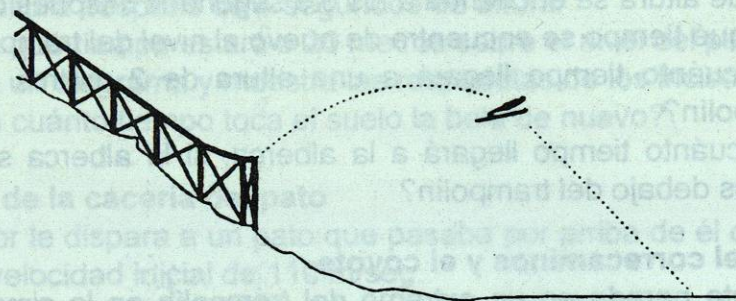
El pastor lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 12 metros por segundo (m/seg)

- ¿A qué altura llega la piedra en 2 segundos?
- ¿Cuánto tiempo tarda para llegar a una altura de 7.2 metros?
- En el inciso (b) ¿La piedra va hacia arriba o hacia abajo? Explica
- Al caer la piedra ésta cae directamente en una noria, escuchándose el sonido de su choque en el agua 5 segundos después de lanzada la piedra. ¿Cuál es la profundidad de la noria?

10. **Problema del salto en ski**

Cuando Pipo salta al final de la rampa, tiene una velocidad de 14 m/seg.

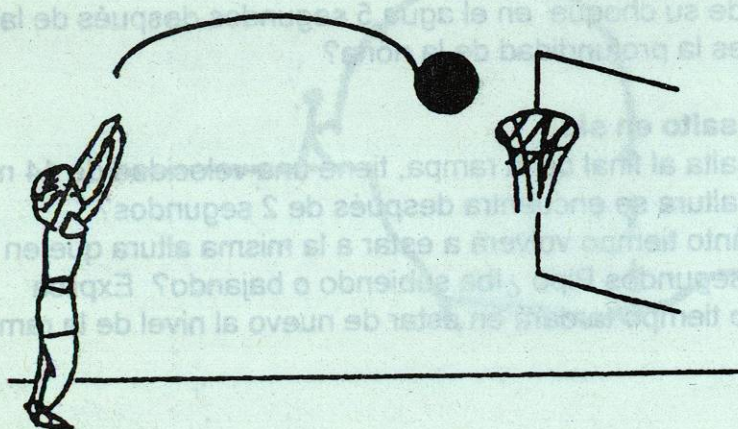
- ¿A qué altura se encuentra después de 2 segundos?
- ¿En cuánto tiempo volverá a estar a la misma altura que en el inciso (a)?
- A los 2 segundos Pipo ¿Iba subiendo o bajando? Explica
- ¿Cuánto tiempo tardará en estar de nuevo al nivel de la rampa?



11. **Problema del basquetbol**

Un jugador hace un tiro largo de media cancha, la bola lleva una velocidad inicial de 16 m/seg. Cuando la bola es lanzada está a la misma altura que la canasta.

- a) Después de 0.3 segundos ¿A qué altura está sobre la canasta?
- b) Si la canasta está a 3 metros sobre el piso ¿A qué altura se encuentra la bola sobre el nivel del piso en 0.3 segundos?
- c) Suponiendo que el tiro es correcto ¿En cuánto tiempo pasará la bola por el arco?
- d) La máxima altura que alcanza la bola es a la mitad del tiempo desde que fue soltado hasta que llega al arco.
 - i) ¿Cuál es ese tiempo?
 - ii) ¿A qué altura está sobre el piso?



CAPITULO 7

EXPRESIONES ALGEBRAICAS CON RADICALES

En éste capítulo aprenderás a operar con la raíz cuadrada de expresiones que contienen variables. Evaluarás éstas expresiones para valores dados de la variable y resolverás ecuaciones que contengan radicales para encontrar el valor de la variable.

También aprenderás acerca de otras raíces tales como raíz cúbica, raíz cuarta, etc. Además del cálculo de medidas de los lados de un triángulo rectángulo y algunas otras aplicaciones.

7.2 SUMAS, DIFERENCIAS Y PRODUCTOS DE RADICALES

SOLUCIÓN

En esta sección aprenderás a operar con radicales y utilizar las propiedades de las raíces cuadradas para simplificar expresiones y resolver ecuaciones.

Opón el cuadrado de cada miembro

Cancela el signo radical. Recuerda que

Antes de sumar o restar radicales, asegúrate de que los radicandos sean iguales.

Compara la respuesta con la respuesta dada en el libro de texto.

En la ecuación original, el radical ya no aparece.

En la siguiente ecuación, todos los términos que están con los radicales se cancelan.

Resuelve.