entero, y quebrado, y serà 3. 8972751. Añadansele à la caracteristica tantas unidades como hay zeros en el denominador del sobredicho quebrado, que en este caso es uno; y serà el logarithmo 4.8972751. el del numero dado, como antes. La razon se puede colegir de lo dicho en las proposiciones passadas.

PROP. XXX. Problema.

Dado un Logarithmo mayor que el ultimo de la tabla, hallar el numero de quien es Logarithmo.

SEa dado el logarithmo 4. 8972751. que no se halla en la tabla: pidese su numero. *Operacion.* Hagase cuenta que la caracteristica no es mas que 3. y que el logarithmo sea 3. 8972751. buscole en la tabla, y hallo que su proximo menor es 3. 8972421. que es logarithmo de 7893. escrivo este numero à parte, y tomo el logarithmo proximo mayor 3. 8972971. La diferencia del mayor, y menor es 550. la diferencia entre el menor, y medio es 330. añadole à èste tantos zeros, como es la diferencia de las caracteristicas 4. y 3. y serà 3300. parto 3300. por 550. y sale el quociente 6. y por lo dicho en la *propos.* 27. serà 3.8972751. logarithmo de $7893\frac{6}{10}$. y tomandole como entero, serà 78936. numero del logarithmo dado 4. 8972751.

PROP. XXXI. Problema.

Hallar el complemento Logarithmico.

EL complemento logarithmico, es *la diferencia que hay de qualquier logarithmo al radio.* Usamos del complemento logarithmico frequentemente en las resoluciones de los triangulos por lo mucho que facilita las operaciones. Hallase con gran facilidad sin escrivir el logarithmo, ni el radio, tomando la diferencia que hay de cada letra del logarithmo hasta 9. empezando por la caracteristica; solo

en

en la ultima de mano derecha se toma la diferencia hasta 10. como se vè en el exemplo siguiente.

Sea dado el logarithmo 6. 571. &c. pidese su complemento al radio. Sin escrivir el radio, digase: De 6. à 9. vàn 3. de 5. à 9. vàn 4. de 1. à 9. vàn 8. &c. y en la ultima letra, de 8. à 10. vàn 2. y serà el complemento logarithmico 3. 4288. &c.

Logarit.	6. 5711458.
Compl.Log.	3. 4288542.

Si el logarithmo, como sucede en las tangentes de los 45. grados arriba, fuere mayor que el radio, se tomarà el complemento al duplo radio 20. 0000000. de la misma suerte, no haciendo caso de la primera unidad, que està à la izquierda en la caracteristica, como si no estuviesse.

Sea la tangente logarithmica 10. 359. &c. su complemento al duplo radio se tomarà, diciendo: De zero à 9. vàn 9. de 3. à 9. vàn 6. &c. y en la ultima, de 1. à 10. vàn 9. y es el complemento logarithmico al duplo radio 9. 6400269.

Logarit.	10. 3599731.
Compl.Log.	9. 6400269.

CAPITULO IV.

APLICACION DE LOS LOGARITHMOS A DIFERENTES operaciones.

PROP. XXXII. Problema.

Dados tres numeros, hallar el quarto proporcional.

O*Peracion.* Sumense los logarithmos del segundo, y tercero terminos; y de la suma restese el logarithmo del primero; y el residuo serà el logarithmo del quarto proporcional.

Exemplo. Si 12. dan 36. què daràn 25. Busquense en la tabla logarithmica los logarithmos de los tres numeros da-

dados. Sumenſe los logarithmos del ſegundo, y tercero: y de la ſuma 2. 95. &c. reſteſe el logarithmo del primero; y el reſiduo 1. 8750. &c. ſerà el logarithmo del quarto proporcional que ſe buſca, que hallado en la tabla, ſe verà ſer 75. Conſta del corolario de la *prop.* 3.

		Logarithm.
Si	12.	1.0791812.
dan	36.	1.5563025.
què	25.	1.3979400.
		2.9542425.
		1.0791812.
	75.	1.8750613.

Si la regla de tres fuere inverſa, ſe ſumaràn los logarithmos del primero, y ſegundo terminos; y de la ſuma ſe reſtarà el logarithmo del tercero, y el reſiduo ſerà el del quarto que ſe buſca.

PROP. XXXIII. Problema.

Executar lo ſobredicho mas facilmente, tomando el complemento logarithmico.

SEan dados los numeros 12. 36. 25. y ſe buſca el quarto proporcional. En lugar del logarithmo del primer termino, tomeſe ſu complemento al radio, (31.) y la ſuma de los tres, menos el radio, ſerà el logarithmo del quarto, que es 75. El radio ſe quita de la ſuma, omitiendo la primera unidad à la izquierda. Si el complemento logarithmico ſe huvieſſe tomado al duplo radio, ſe quitaria el 2. que viene à la izquierda.

12.	C.L.	8.9208188.
36.		1.5563025.
25.		1.3979400.
75.		1.8750613.

Demonſtr. Como vimos en la prop. anteced. el quarto proporcional ſe halla, reſtando de la ſuma de los logarithmos del ſegundo, y tercero terminos, el logarithmo del primero. Eſte logarithmo primero, junto con ſu complemento haſta el radio, hace juſtamente el radio: luego ſi de la ſuma del ſegundo, y tercero, ſe dexa de reſtar el logarithmo primero, y à mas de eſto, ſe le añade el complemento haſta el radio, la ſuma de los tres logarithmos excede al logarithmo que ſe buſca en todo un radio entero: luego ſi de eſta ſuma ſe reſta el radio, quedarà el logarithmo

garithmo que ſe deſea. Y como el radio ſe componga ſolamente de la unidad, y zeros, baſtarà quitar la unidad en la forma dicha, para que quede quitado el radio: y por la miſma razon, quando ſe tomò el complemento al duplo radio, ſe quitan 2. à la izquierda. *Eſte modo de obrar hace faciliſsimas las operaciones, y uſaremos de èl en adelante, notando con las letras C, L, el complemento logarithmico.*

PROP. XXXIV. Problema.

Dados dos numeros, hallar el tercero proporcional.

O*Peracion.* Dupliqueſe el logarithmo del numero ſegundo: y del duplo reſteſe el logarithmo del numero primero; y el reſiduo ſerà el logarithmo del tercer numero que ſe buſca. O mas facilmente: tomeſe el complemento logarithmico del numero primero, y el duplo del logarithmo del ſegundo: ſumenſe entrambas partidas, y la ſuma, menos el radio, ſerà el logarithmo del tercero.

Exemplo. Sean dados los numeros 12. y 18. Pideſe el tercero proporcional. Tomeſe el comp. logar. del primero; dupliqueſe el logarithmo de 18. y ſerà 2. 510. &c. ſumenſe entrambas partidas, y ſerà la ſuma 11.4313638. y quitado el radio, ſerà 1. 431. &c. logarithmo de 27. tercero proporcional que ſe deſea. Conſta del corol. de la *prop.* 4.

12.	C.L.	8.9208188.
18.	Log.dupl.	2.5105450.
27.		1.4313638.

PROP. XXXV. Problema.

Entre dos numeros dados, hallar qualeſquiera medios proporcionales.

O*Peracion.* Buſquenſe en la tabla los logarithmos de los numeros dados: reſteſe el un logarithmo de el otro: y ſi ſe pide un medio proporcional, dividaſe dicha diferencia en dos partes iguales: y ſi ſe piden dos, dividaſe la miſma diferencia en tres partes: y ſi tres, en quatro; y aſsi

aſsi de los demàs, dividiendole ſiempre en una parte mas que los medios que ſe piden. Añadida eſta parte de diferencia al logarithmo menor, darà el logarithmo del primer medio que ſe pide: añadida dos veces, darà el del ſegundo; y aſsi de los demàs.

Exemplo. Sean dados los numeros 4.y 32.entre los quales ſe buſcan dos medios proporcionales. El logarithmo de 4. es 0. 6020600. el de 32. es 1. 5051500. ſu diferencia partida por 3. es 0. 3010300. que añadida al logarithmo del 4. hace 0.9030900.que lo es del 8.medio primero que ſe buſca: y añadido otra vez el miſmo tercio 0. 30. &c. al logarithmo 0. 9030. &c. da el logarithmo 1. 2041200. que lo es de 16. ſegundo medio que ſe pretende.

Demonſtr. Los logarithmos de numeros geometricamente proporcionales ſe exceden con exceſſos iguales, como conſta de ſu miſmo artificio: luego ſiendo tres los terminos proporcionales que hay deſpues del 4.haſta el 32.incluſivamente, la diferencia del logarithmo del 32.al del 4.incluirà tres veces la diferencia, ò exceſſo en que cada logarithmo excede à ſu inmediato: luego ſi la diferencia del logarithmo del 32. al de 4.ſe divide en tres partes, qualquiera de ellas ſerà el exceſſo de cada logarithmo à ſu inmediato: y por conſiguiente, añadiendole continuamente à los logarithmos, ſe ſabràn èſtos, y los numeros ſus correſpondientes.

PROP. XXXVI. Problema.

Hallar qualquiera raiz numerica de un numero dado.

PArtaſe el logarithmo del numero dado por el exponente de la raiz que ſe pide, y el quociente ſerà el logarithmo de la raiz. *Exemplo.* Pideſe la raiz quadrada del numero 324. Buſqueſe ſu logarithmo en la tabla, y es 2. 5105450. y porque el exponente de la raiz quadrada es 2. partaſe dicho logarithmo por 2. y el quociente 1. 2552725. ſerà el logarithmo de la raiz. Buſqueſe pues en la tabla, y à ſu lado ſe hallarà el numero 18. raiz quadrada de 324. Aſsimiſmo, ſea dado el numero 5832. Pideſe ſu raiz cubica: ſu logarithmo es 3. 7658175. y porque el exponente de la raiz cubica es 3. partaſe dicho logarithmo por 3.y el quociente 1. 2552725. ſerà el logarithmo de la raiz cubica que ſe buſca;buſqueſe en la tabla, y à ſu lado ſe hallarà 18. raiz cubica de 5832. Conſta de la *prop.* 14.

PROP. XXXVII. Problema.

Hallar las Secantes Logarithmicas.

EN la *propoſ.* 10. del *lib.* 1. ſe demonſtrò, que el radio es medio proporcional entre el ſeno ſegundo de un arco, y ſu ſecante primera; y entre el ſeno primero, y la ſecante ſegunda: luego (34.) ſi del logarithmo duplicado del radio ſe reſta el logarithmo del ſeno ſegundo, el reſiduo ſerà el logarithmo de la ſecante primera: y ſi del miſmo duplo ſe reſta el logarithmo del ſeno primero, el reſiduo ſerà la ſecante ſegunda. *Exemplo.* Pideſe la ſecante primera de el arco de 35. grad. 8. min. El logarithmo de ſu ſeno 2. es 9126.&c. reſtado del duplo radio 20.00 &c. el reſiduo 10. 08. &c. es el logarithmo de la ſecante primera del arco propueſto. Aſsimiſmo, ſi de 20.00,&c.ſe reſta el ſeno primero del miſmo arco, que es 9. 7600311. el reſiduo 10. 2399689. ſerà la ſecante ſegunda.

$$\begin{array}{r} 20.0000000. \\ \underline{9.9126551.} \\ 10.0873449. \end{array}$$

Eſta operacion ſe abrevia aun mas, uſando del complemento logarithmico. Tomeſe pues el complemento logarithmico del ſeno ſegundo ſobredicho, y añadaſele la unidad à la caracteriſtica, y ſe tendrà el logarithmo 10. 0873449. que lo es de la tangente primera. Aſsimiſmo,tomando el complemento logarithmico del ſeno 1. arriba propueſto 9. 760,&c, y añadida la unidad à la caracteriſtica, ſerà 10. 2399689. el logarithmo de la ſecante ſegunda.

PROP. XXXVIII. Problema.

Hallar los Logarithmos de los ſenos verſos, ò ſagitas.

EN el corolario de la *propoſ.* 3. *lib.* 1. ſe demonſtrò, que el ſeno de la mitad de un arco es medio proporcional entre el ſemiradio, y el ſeno verſo de todo el arco: luego ſi ſe quiere hallar el ſeno verſo de un arco, ſe havrà de hacer una regla de tres, diciendo: como la mitad del radio

radio al ſeno de la mitad del arco dado; aſsi eſte miſmo ſeno al ſeno verſo del miſmo arco: luego obrando con logarithmos, (34) ſi ſe duplica el logarithmo del ſeno de la mitad del arco dado, y de eſte duplo ſe reſta el logarithmo del ſemiradio, el reſiduo ſerà el logarithmo del ſeno verſo del arco dado.

Exemplo. Pideſe el logarithmo del ſeno verſo del arco de 50. grados. Halleſe el logarithmo del ſeno de 25. grados, que ſon la mitad de 50. Dupliqueſe, eſcriviendole dos veces, y ſumandole: reſteſe de eſta ſuma el logarithmo de la mitad del radio, que por la razon que luego dirè es 9. 6989700. y el reſiduo 9. 5529266. ſerà el logarithmo del ſeno verſo del arco de 50. grados.

9.6259483.
9.6259483.
19.2518966.
9.6989700.
9.5529266.

La razon, porque el logarithmo del ſemiradio es 9. 6989.&c. es, porque ſu logarithmo es el que en las tablas logarithmicas correſponde al numero 5000. ſolo que la caracteriſtica ha de ſer 9. por haverſe ſupueſto quando ſe fabricaron los logarithmos, ſer el radio en numeros abſolutos 10000000000. y el ſemiradio 5000000000. con que conſtando èſte de 10. letras, la caracteriſtica de ſu logarithmo ha de ſer 9. ſegun lo dicho à lo ultimo de la *propoſ.* 10.

Eſta operacion ſe harà mas brevemente uſando de el complemento logarithmico del ſemiradio, el qual complemento es igual al ſeno primero del numero 2. Eſcrivaſe pues en primer lugar el logarithmo del numero 2. como ſe ve: eſcrivaſe deſpues dos veces el logarithmo del ſeno de 25. grad. ſumenſe las tres partidas; y la ſuma, quitada la unidad primera de la caracteriſtica, ſerà 9. 552. &c. logarithmo del ſeno verſo de 50. grados.

Logar. de 2.	0.3010299.
Logar. de 25	9.6259483.
Logar. de 25.	9.6259483.
Logar. del ſen. verſ.	9.5529265.

CANON
TRIGONOMETRICO
CON LOS SENOS, Y Tangentes Logarithmicas, ſuponiendo ſer el Radio 10000000.