

## APENDICE.

¶ PARA QUE EL ANALISTA pueda con mayor facilidad resolver qualquiera triangulo, assi rectilineo, como curvilineo, he resumido aqui sus resoluciones, con los terminos proporcionales dispuestos por su orden, para que sirviendose de ellas como de pauta, consiga con poco trabajo su designio. Observare en cada especie el mismo orden que guardè en los Problemas; poniendo en primer lugar las resoluciones que sirven para hallar los angulos; y en segundo, las que sirven para hallar los lados.

### §. I.

#### RESOLUCION DE LOS TRIANGULOS RECTILINEOS rectangulos.

- 1 **D** Ados los lados, hallar qualquier angulo.  
 Como qualquiera lado,  
 al otro lado;  
 assi el radio,  
 à la tangente del angulo opuesto al segundo lado.  
 Da-

- 2 Dada la hipotenusa, y un lado, hallar los angulos.  
 Como la hipotenusa,  
 al radio;  
 assi el lado dado,  
 al seno del angulo opuesto à dicho lado.
- 3 Dados los angulos, y un lado, hallar el otro lado.  
 Como el radio,  
 al lado dado;  
 assi la tangente del angulo agudo adyacente à dicho lado,  
 al otro lado que se busca.
- 4 Dados los angulos, y la hipotenusa, hallar qualquier lado.  
 Como el radio,  
 à la hipotenusa;  
 assi el seno del angulo opuesto al lado que se busca,  
 al lado que se busca.
- 5 Dada la hipotenusa, y un lado, hallar el otro lado.  
 Hallense primeramente (num. 2.) los angulos, y hallados estos, se hallará por el num. 3. ò 4. el lado que se pretende.
- 6 Dados los angulos, y un lado, hallar la hipotenusa.  
 Como el seno del angulo opuesto al lado dado,  
 al lado dado;  
 assi el radio,  
 à la hipotenusa.
- 7 Dados los lados, hallar la hipotenusa.  
 Hallense primeramente (num. 1.) los angulos, y luego se hallará (num. 6.) la hipotenusa.

### §. II.

#### Resolucion de los triangulos rectilineos obliquangulos.

- 1 **E** N el triangulo obliquangulo, dados dos lados, y un angulo opuesto, hallar qualquiera de los otros angulos, sabiendo si es agudo, ò obtuso.  
 Como el lado opuesto al angulo dado,  
 al seno del mismo angulo;

así el otro lado,

al seno del ángulo opuesto à este lado.

2 En el triángulo obliquángulo, dados dos lados, y el ángulo intermedio, hallar los demás ángulos.

Como la suma de los lados dados,

à la diferencia de los mismos;

así la tang. de la semisuma de los ángulos que se buscan,

à la tang. de la semidiferencia de los mismos.

Añádase esta semidiferencia à la semisuma de los ángulos que se buscan, y se tendrá el ángulo mayor. Restese dicha semidiferencia de la misma semisuma, y se hará el ángulo menor.

3 En el triángulo obliquángulo, dados los tres lados, hallar qualquier ángulo.

Modo 1. Tómese el lado mayor como basa, y tirandole una perpendicular del ángulo vertical, quedará dividido el triángulo dado en dos triángulos rectángulos, y se dispondrá la proporcion siguiente.

Como la basa,

à la suma de los otros lados;

así la diferencia de los mismos lados,

à la diferencia de los segmentos de la basa.

Restese de la basa esta diferencia hallada, y tomese la mitad del residuo. Si la misma diferencia hallada se añade à este mismo residuo, se hará el segmento mayor; y si se resta, se hará el segmento menor. Hecho esto en los dos triángulos rectángulos, dada la hipotenusa, y un lado, se hallarán los ángulos por el num. 2. del §. 1. Y el ángulo vertical del triángulo dado, se hará sumando los ángulos verticales parciales que se huvieren hallado.

Modo 2. Sumense los tres lados, y tomese la mitad de la suma. Restense de esta semisuma los lados conterminos al ángulo que se busca, cada uno de por sí, y se harán sus diferencias. Tomense los complementos Logarithmicos de dichos lados conterminos, y escríbanse uno debaxo del otro. Tomense los Logarithmos de las dos diferencias halladas. Sumense estas quatro partidas, sin quitar el radio; y tomese la mitad de la suma, y ésta será el Logarithmo del

se-

seno de la mitad del ángulo que se busca. Duplíquese este ángulo hallado, y se hará todo el ángulo.

4 En el triángulo obliquángulo, dados dos ángulos, y un lado, hallar qualquiera de los otros lados.

Como el seno del ángulo opuesto al lado conocido,

al lado conocido;

así el seno del ángulo opuesto al lado que se busca,

al lado que se busca.

5 En el triángulo obliquángulo, dados dos lados, y el ángulo intermedio, hallar el tercer lado.

Hállese (num. 2.) los demás ángulos, y despues por el num. 4. se hallará el tercer lado.

6 En el triángulo obliquángulo, dados dos lados, y uno de los ángulos opuestos, hallar el otro lado.

Hállese primeramente por el num. 1. el ángulo opuesto al lado que se busca; y por el num. 4. se hallará el lado que se desea.

### §. III.

#### Resolucion de los triángulos rectilíneos rectángulos.

1 EN el triángulo esférico rectángulo, dado un ángulo obliquo, y el lado contermino à dicho ángulo, hallar el otro ángulo.

Como el radio,

al seno del ángulo obliquo dado;

así el seno 2. del lado dado,

al seno 2. del ángulo que se busca.

2 En el triángulo esférico obliquángulo, dado un lado, y el ángulo obliquo opuesto à dicho lado, hallar el otro ángulo.

Sepase primero, si el ángulo que se busca es agudo, ò obtuso; ò si la hipotenusa, ò el otro lado es mayor, ò menor que el cuadrante: porque siendo este lado mayor que el cuadrante, el ángulo que se busca será obtuso; y siendo menor, será agudo. Tambien si el lado dado es mayor, ò menor que el cuadrante, y la hipotenusa fuere menor que el cuadrante, el otro lado será de la misma especie que

Z 2

el

el lado dado; pero si la hipotenusa fuere mayor que el cuadrante, el lado sobredicho será de especie opuesta al lado dado: la proporcion es la siguiente.

- Como el seno 2. del lado dado,  
al radio;  
así el seno 2. del angulo dado,  
al seno del angulo que se busca.
- 3 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un lado, hallar el angulo opuesto à este lado.  
Como el seno de la hipotenusa,  
al radio;  
así el seno del lado dado,  
al seno del angulo que se busca.
- 4 En el triangulo esferico obliquangulo, dados los lados, hallar qualquiera angulo obliquo.  
Como el seno del lado contermino al angulo que se busca,  
al radio;  
así la tangente del lado opuesto al angulo que se busca,  
à la tangente del angulo que se desea.
- 5 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un lado, hallar el angulo intermedio.  
Como la tangente de la hipotenusa,  
à la tangente del lado dado;  
así el radio,  
al seno 2. del angulo que se busca.
- 6 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un angulo obliquo, hallar el otro angulo.  
Como el radio,  
al seno 2. de la hipotenusa;  
así la tangente del angulo obliquo dado,  
à la tangente 2. del angulo que se busca.
- 7 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un angulo obliquo, hallar el lado opuesto à este angulo.  
Como el radio,  
al seno del angulo obliquo dado;  
así el seno de la hipotenusa,  
al seno del lado que se busca.

En

- 8 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un lado, hallar el otro lado.  
Como el seno 2. del lado dado,  
al radio;  
así el seno 2. de la hipotenusa,  
al seno 2. del lado que se busca.
- 9 En el triangulo esferico rectangulo, dados los angulos, hallar qualquier lado.  
Como el seno 1. del angulo contermino,  
al seno 2. del otro angulo obliquo;  
así el radio,  
al seno 2. del lado que se busca.
- 10 En el triangulo esferico rectangulo, dado un lado, y un angulo contermino à dicho lado, hallar el otro lado.  
Como el radio,  
al seno del lado dado;  
así la tangente del angulo obliquo dado,  
à la tangente del lado opuesto que se busca.
- 11 En el triangulo esferico rectangulo, dado un lado, y el angulo obliquo fu opuesto, hallar el otro lado.  
Sepase primero, si el lado que se busca es mayor, ò menor que el cuadrante; ò si la hipotenusa es mayor, ò menor que el cuadrante; porque siendo menor, será el lado que se busca de la misma especie que el lado; y siendo mayor, será de la especie opuesta; ò sepase si el otro angulo obliquo es agudo, ò obtuso, porque el lado que se busca será de la misma especie que el dicho angulo.  
Como la tangente del angulo obliquo dado,  
à la tangente del lado dado;  
así el radio,  
al seno del lado que se busca.
- 12 En el triangulo esferico rectangulo, dada la hipotenusa, y un angulo obliquo, hallar el lado contermino à este angulo.  
Como el radio,  
al seno 2. del angulo obliquo dado;  
así la tangente de la hipotenusa,  
à la tangente del lado que se busca.

13 En el triangulo esférico rectángulo, dados los ángulos, hallar la hipotenusa.

Como la tangente 1. de uno de los ángulos dados,  
à la tangente 2. del otro ángulo dado;  
así el radio,  
al seno 2. de la hipotenusa.

14 En el triangulo esférico rectángulo, dados dos lados, hallar la hipotenusa.

Como el radio,  
al seno 2. de uno de los lados dados;  
así el seno 2. del otro lado,  
al seno 2. de la hipotenusa.

15 En el triangulo esférico rectángulo, dado un lado, y el ángulo obliquo opuesto à este lado, hallar la hipotenusa.

Primeramente se ha de saber si la hipotenusa, ò el otro lado, es mayor, ò menor que el cuadrante; ò si el otro ángulo obliquo es agudo, ò obtuso, según lo advertido en el num. 11.

Como el seno del ángulo dado,  
al seno del lado dado;  
así el radio,  
al seno de la hipotenusa.

16 En el triangulo esférico rectángulo, dado un lado, y el ángulo obliquo adyacente à dicho lado, hallar la hipotenusa.

Como el radio,  
al seno 2. del ángulo dado;  
así la tangente 2. del lado dado,  
à la tangente 2. de la hipotenusa.

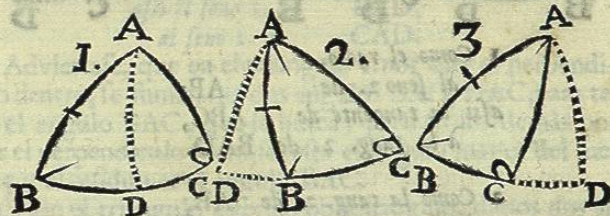
17 Resolver qualquiera triangulo quadrantal.

Triangulo quadrantal, es aquel que no siendo rectángulo, tiene un lado quadrante, ò de 90. gr. Resuélvese mudando primero los ángulos en lados, y los lados en ángulos, conque se viene à formar un otro triangulo equipolente al primero, que tiene un ángulo recto: siendo pues este segundo triangulo rectángulo, se resolverà con aquella analogia de las sobredichas, que, según los terminos dados, y el que se busca, le perteneciere.

## S. IV.

Resolucion de los triangulos esféricos obliquangulos.

1 EN el triangulo esférico obliquangulo, dados dos ángulos, y el lado intermedio, hallar el tercer ángulo.



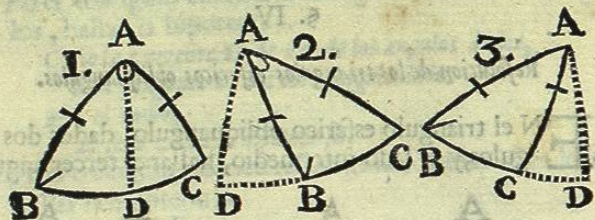
1 Como el radio,  
al seno 2. del lado AB;  
así la tangente de ABC,  
à la tangente 2. de BAD.

Hallado BAD, se hallará CAD.

2 Como el seno de BAD,  
al seno de CAD;  
así el seno 2. de ABC,  
al seno 2. de ACD.

Adviertase, que el ángulo ACD, y el ángulo ACB en el triangulo 1. y 2. son uno mismo; pero en el 3. es diferente; y así en éste, el ángulo hallado ACD, se restará de 180. gr. para saber el ACB, que es el que se desea.

2 En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos lados, y un ángulo opuesto, hallar el ángulo intermedio.



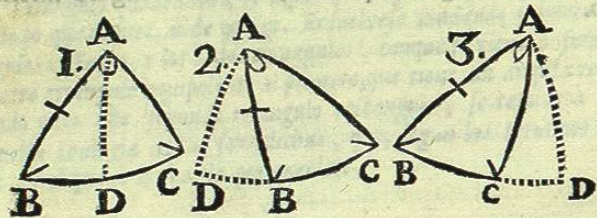
1 Como el radio,  
al seno 2. de AB;  
así la tangente de ABC,  
à la tang. 2. de BAD.

2 Como la tang. 2. de AB,  
à la tang. 2. de AC;  
así el seno 2. de BAD,  
al seno 2. de CAD.

Sumense en el triangulo 1. los angulos hallados BAD, CAD, por caer el perpendicular dentro del triangulo, y se hará el angulo BAC, que se pretende. En los triangulos 2. y 3. por caer el perpendicular fuera, la diferencia de los angulos hallados, será el angulo BAC que se busca.

3. En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos angulos, y un lado opuesto, hallar el tercer angulo.

Adviertase, que es menester saber si el angulo que se busca es agudo, ò obtuso; ò qual sea la especie del lado opuesto al otro angulo dado. Adviertase tambien, que en este caso el perpendicular cae del mismo angulo que se busca.



1 Co-

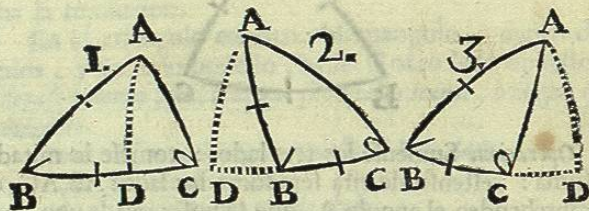
1. Como el radio,  
al seno 2. de AB;  
así la tangente de ABC,  
à la tang. 2. de BAD.

2. Como el seno 2. de ABC,  
al seno 2. de BCA;  
así el seno 1. de BAD,  
al seno 1. de CAD.

Adviertase, que en el triangulo 1. por caer el perpendicular dentro, se suman los dos angulos BAD, DAC, para tener el angulo BAC, que se busca; pero en los demás por caer el perpendicular fuera, se resta el angulo mayor del menor; y el residuo es el angulo BAC.

4 En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos lados, y el angulo intermedio, hallar qualquiera angulo.

En este caso, el perpendicular necesariamente ha de caer del lado opuesto al angulo que se busca, tirandole de aquel angulo, que ni se busca, ni se supone conocido.



1. Como el radio,  
al seno 2. del ang. ABC;  
así la tang. de AB,  
à la tang. de BD.

Hallado el segmento BD, queda conocido CD.

2. Como el seno de BD,  
al seno de CD;  
así la tang. 2. de ABC,  
à la tang. 2. de ACD.

Adviertase, que en los triangulos 1. y 2. el angulo ACD,

154 **TRAT. VII. DE LA TRIGONOMETRIA:**  
 ACD, y el ACB, son uno mismo; pero en el tercero es necesario restar el ACD de 180. gr. para tener el ACB que se busca.

5 En el triangulo esferico obliquangulo, dados dos lados, y un angulo opuesto a uno de dichos lados, hallar el otro angulo opuesto al otro lado.

*Sepase primero si es agudo, ò obtuso.*

*Como el seno del lado opuesto al angulo dado,*

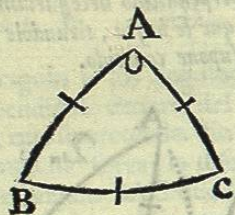
*al seno del angulo dado;*

*así el seno del otro lado,*

*al seno del angulo que se busca.*

6 En el triangulo esferico, dados los tres lados, hallar qualquier angulo.

En el triangulo ABC se dan sus tres lados, AB, 55. gr. 30.m. AC, 54.gr. 19.m. y BC, 40.gr.10.m. Pídefe el angulo A.



*Operacion.* Sumense los tres lados: tomese la mitad de la suma: restense de esta femisuma los lados AB, AC, que comprehenden el angulo A, que se busca, cada uno de por sí, y guardense las diferencias halladas. Tomense los complementos logarithmicos de los senos de los dichos lados AB, AC: tomense tambien los Logarithmos de los senos de las diferencias halladas: sumense todos sin quitar el radio de la suma; y la mitad de esta suma será el logarithmo de la mitad del angulo A, que se busca, como se ve en la disposicion siguiente.

|         |     |       |                 |
|---------|-----|-------|-----------------|
| Lado BC | 40. | 10.m. |                 |
| Lado AB | 55. | 30.m. | C.L. 0.0840063. |
| Lado AC | 54. | 19.m. | C.L. 0.0903085. |

*Suma*

**APENDICE.**

*Suma de los tres lad.* 149. 59.m.  $\frac{1}{2}$

*Semisuma.* 74. 59.m.  $\frac{1}{2}$

*Difer. de AB* 19. 29.m.  $\frac{1}{2}$  L. 9.5233168.

*Difer. de AC* 20. 40.m.  $\frac{1}{2}$  L. 9.5478566.

*Suma de los logarithmos.* 19.2454882.

*Semisuma: seno* 24. 48.m. 13.f. 9.6227441.

*angulo A.* 49. 36.m. 26.f.

7 En el triangulo esferico, dados los tres angulos, hallar qualquier lado.

En el mismo triangulo ABC se suponen conocidos los tres angulos, y se busca el lado BC.

*Operacion.* Tomese el complemento al femicirculo de cualquiera de los angulos conterminos al lado BC que se busca: como por exemplo, tomese el complemento del angulo C; y haciendo cuenta que el angulo A es lado, y el angulo B otro lado, y el complemento sobredicho del angulo C otro lado, hagase la operacion antecedente, y quedará hecha la resolucion.

8 En el triangulo esferico obliquangulo, dados dos angulos, y un lado opuesto, hallar el otro lado opuesto.

*Sepase primero, si el lado que se busca es menor, ò mayor que el quadrante.*

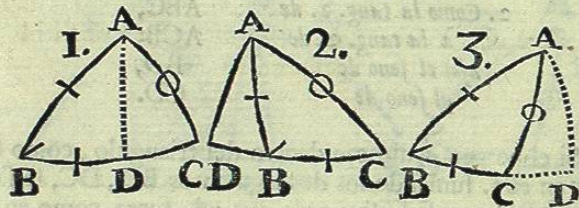
*Como el seno del angulo opuesto al lado dado,*

*al seno de dicho lado;*

*así el seno del otro angulo dado,*

*al seno del lado que se busca.*

9 En el triangulo esferico obliquangulo, dados dos lados, y el angulo intermedio, hallar el otro lado.

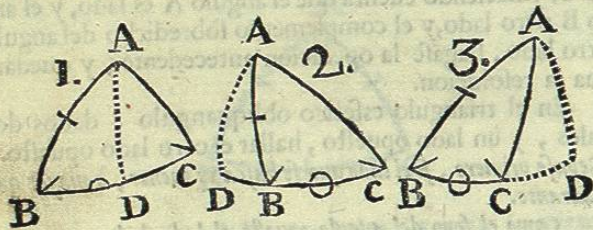


*Como*

1. Como el radio,  
al seno 2. del ang. ABC;  
así la tangente de AB,  
à la tangente de BD.
- Hallado BD, queda conocido DC.
2. Como el seno 2. de  
al seno 2. de DC;  
así el seno 2. de AB,  
al seno 2. de AC.

10 En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos angulos, y un lado opuesto, hallar el lado intermedio entre dichos angulos dados.

En este caso cae el perpendicular sobre el lado que se busca; y es menester saber si este lado es mayor, ò menor que el quadrante; ò si el lado opuesto al otro angulo dado, es mayor, ò menor que el quadrante.



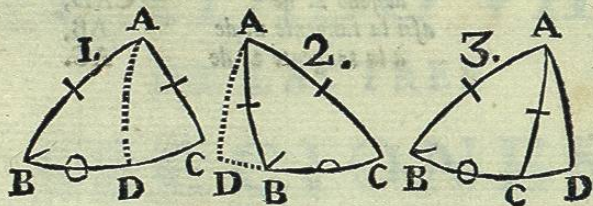
1. Como el radio,  
al seno 2. del angulo ABC;  
así la tangente de AB,  
à la tangente de BD.
2. Como la tang. 2. de  
à la tang. 2. de ACB;  
así el seno de BD,  
al seno de CD.

Si el perpendicular cae dentro del triangulo, como sucede en el 1. sumando los dos segmentos BD, DC, se sabe el lado BC, que se busca; pero cayendo fuera, como en los trian-

triangulos 2. y 3. se restará el segmento menor del mayor, para saber el lado CD.

11. En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos lados, y un angulo opuesto à uno de ellos, hallar el tercer lado.

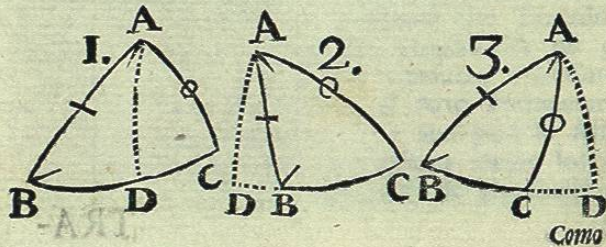
En este caso el perpendicular cae sobre el lado que se busca.



1. Como el radio  
al seno 2. de ABC;  
así la tangente de AB,  
à la tangente de BD.
2. Como el seno 2. de  
al seno 2. de AB,  
así el seno 2. de  
al seno 2. de AC;  
BD,  
CD.

En el triangulo 1. la suma de los dos segmentos BD, CD, da el lado BC, que se busca, por caer el perpendicular dentro; pero en los triangulos 2. y 3. la diferencia de dichos arcos será el lado BC, por caer el perpendicular fuera.

12. En el triangulo esférico obliquangulo, dados dos angulos, y el lado intermedio, hallar qualquiera de los lados opuestos.



1. Como el radio,  
al seno 2. de AB;  
asi la tangente de ABC,  
à la tang. 2. de BAD.

Hallado el angulo BAD, queda conocido DAC.

2. Como el seno 2. de BAD,  
al seno 2. de CAD;  
asi la tangente 2. de AB,  
à la tangente 2. de AC.



TRA-

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

# TRATADO VIII.

DE LAS TRES

## SECCIONES

### CONICAS,

ELIPSE, PARABOLA,  
è Hiperbola.



**S**ECCIONES conicas son, las que resultan de varios cortes hechos en una piramide conica; y segun la variedad de éstos, son aquellas diferentes. Trataré aqui de las mas principales, llamadas, *Elipse*, *Parabola*, è *Hiperbola*, cuyas maravillosas propiedades fueron digno empleo de los Antiguos

Geometras, singularmente de Apolonio Pergeo, que dexò impressa su memoria inmortal en los libros, que trabajo de este assunto. Reduciré este Tratado à la explicacion de las principales propiedades de dichas secciones, por lo mucho que conducen à la Catoptrica, Dioptrica, y Perspectiva; al Arte Tormentaria, ò Artilleria; à la Gnomonica, y aun para la Astronomia; pues no hay duda se explican mejor los movimientos de los Planetas, valiendose de hipoteses elipticas: