1. *Como el radio,*	
al ſeno 2. de	AB;
aſsi la tangente de	ABC,
à la tang. 2. de	BAD.

Hallado el angulo BAD, queda conocido DAC.

2. *Como el ſeno 2. de*	BAD,
al ſeno 2. de	CAD;
aſsi la tangente 2. de	AB,
à la tangente 2. de	AC.

TRA-

TRATADO VIII.

DE LAS TRES SECCIONES CONICAS, ELIPSE, PARABOLA, è Hiperbola.

SECCIONES conicas ſon, las que reſultan de varios cortes hechos en una piramide conica; y ſegun la variedad de èſtos, ſon aquellas diferentes. Tratarè aqui de las mas principales, llamadas, *Elipſe*, *Parabola*, è *Hiperbola*, cuyas maravilloſas propiedades fueron digno empleo de los Antiguos Geometras, ſingularmente de Apolonio Pergeo, que dexò impreſſa ſu memoria inmortal en los libros, que trabajò de eſte aſſumpto. Reducirè eſte Tratado à la explicacion de las principales propiedades de dichas ſecciones, por lo mucho que conducen à la Catoptrica, Dioptrica, y Perſpectiva; al Arte Tormentaria, ò Artilleria; à la Gnomonica, y aun para la Aſtronomia; pues no hay duda ſe explican mejor los movimientos de los Planetas, valiendoſe de hipotheſes elipticas:

cas:

cas: procurarè la brevedad, omitiendo lo que fuere menos neceſſario para el intento. Quien deſeàre mayor extenſion, podrà ver al P. Gregorio de *S. Vincentio* en ſu obra maravilloſa de *Quadratura circuli*; y al Padre Milliet en ſu Curſo Mathematico.

DEFINICIONES COMUNES.

1 *Piramide conica, es la que tiene por baſa un circulo.* Reſulta del movimiento de una linea recta, que deſde un punto, pueſto como en el ayre ſobre el circulo, corre con la otra extremidad ſu periferia. Como ſi la linea AB, (*fig.* 1.) deſde el punto fixo A, corre toda la periferia BEC, engendra el ſolido ABEC, que es la piramide conica.

2 *Superficie conica, es la que deſcrive la ſobredicha recta AB, corriendo la periferia del circulo.*

3 *Vertice de la piramide conica, es el punto fixo A.*

4 *Exe de la piramide conica, es la recta AD, tirada del vertice A, al centro D, del circulo que le ſirve de baſa.*

5 *Baſa de la piramide conica, es el circulo BEC, cuya periferia corre la linea que produce dicha piramide.*

6 *Piramide conica recta, es aquella, cuyo exe es perpendicular à la baſa*, como en M.

7 *Piramide conica eſcalena, es aquella, cuyo exe no es perpendicular à la baſa*, como en N.

8 *Piramides conicas opueſtas, ſon las que ſiendo ſemejantes, tienen un miſmo vertice, y un miſmo exe*, como en la *figur.* 2. Las dos piramides FIG ſon opueſtas, porque tienen un miſmo vertice I, y la miſma recta CC, es exe de entrambas. Reſultan del movimiento de la recta FF, que eſtando inmoble el punto I, la una extremidad F, corre la periferia del circulo inferior, y la otra anda la periferia del ſuperior: conque neceſſariamente reſultan las dos piramides opueſtas, y ſemejantes.

9 *Secciones conicas, ſon las que ſe hacen en una piramide conica con un plano*, à quien llamarèmos *Plano ſecante*; y porque èſte puede cortar la piramide de diferentes maneras, reſultan varias eſpecies de ſecciones conicas.

10 Quando el *plano ſecante* paſſa cortando la piramide conica deſde el vertice por ſu exe, la ſeccion es triangulo, como ABC, (*fig.* 1.) y èſte ſe llama *triangulo por el exe.*

11 *Diſpoſicion ſubcontraria de dos triangulos ſe halla quando ſiendo ſemejantes, tienen un miſmo angulo vertical; pero ſus baſas, en aquella diſpoſicion, ni ſe ajuſtan, ni ſon paralelas.* Como ſon en la *fig.* 3. ABC, y ADE, que tienen el miſmo angulo vertical A; y ſiendo equiangulos, ſus baſas BC, DE, no ſon paralelas.

12 *Secciones conicas ſubcontrarias, ſon aquellas, con que la piramide conica ſe corta con un plano perpendicular al triangulo por el exe, de tal ſuerte, que reſulta àzia el vertice de la piramide un triangulo con diſpoſicion ſubcontraria al triangulo por el exe.*

13 Quando el *plano ſecante* es paralelo à la baſa de la piramide conica, la ſeccion es ſiempre *circulo*. Tambien lo es en un otro caſo, ſin ſer paralela à la baſa, y es quando en la piramide conica eſcalena, la ſeccion es ſubcontraria, como ſe probarà en ſu lugar.

14 Quando el *plano ſecante* no es paralelo à la baſa, y corta entrambos lados de la piramide, ù del triangulo por el exe ſin formar ſeccion ſubcontraria, la ſeccion ſe llamarà *elipſe*.

15 Quando el *plano ſecante* es paralelo al uno de los dos lados del triangulo por el exe, ò à un lado de la piramide conica, que es lo miſmo, la ſeccion ſe llama *parabola*.

16 Quando el *plano ſecante* corta las dos piramides conicas opueſtas, las dos ſecciones conicas opueſtas, que ſe forman, ſe llaman *hiperbolas*, las quales ſiempre ſon iguales, y ſemejantes.

Todo eſto lo he dicho para que ſe entre en eſte tratado formando algun concepto de eſtas ſecciones, porque deſpues ſe demonſtrarà en ſus Theoremas particulares.

17 *Baſa de una ſeccion conica, es la recta que repreſenta la comun ſeccion del plano ſecante con la baſa de la piramide, y cierra por baxo la ſeccion conica.*

18 *Linea conica, es la curva que circuye qualquiera ſeccion conica*; ò es la comun ſeccion del plano ſecante, y de la ſu-

perficie de la piramide conica, quando no es cortada por su exe. Llamase *linea eliptica*, quando representa la circunferencia de una elipse; *linea parabolica*, quando representa la circunferencia de la parabola; y *linea hiperbolica*, quando representa la periferia de la hiperbola.

LIBRO I.

DE LA ELIPSE.

DEFINICIONES.

1 Elipse, *es una figura curvilinea prolongada, que procede de la seccion obliqua, que no es subcontraria, hecha en una piramide conica con un plano, que corta sus dos lados, como BADC.* (*fig.4.*) Tiene dos exes, uno mayor, y otro menor.

2 *Exe mayor de la elipse, es la linea recta, que passando à lo largo de la una parte de la elipse à la otra, mide, y representa su longitud, como BD en la elipse 1. fig.4.*

3 *Exe menor de la elipse, es la linea recta, que passando por lo ancho de ella de la una parte à la otra, mide su amplitud, como AC en la elipse 1.* Estos dos exes se parten el uno al otro perpendicularmente en dos partes iguales: y de la propia suerte divide cada uno de ellos à todas las lineas que se tiraren dentro de la elipse paralelas al otro exe; y assi el exe BD, parte igualmente, y es perpendicular al exe menor AC, y à todas sus paralelas MI, LG, &c. Y el exe AC, parte igual, y perpendicularmente al exe mayor BD, y à todas sus paralelas GP, NO, &c.

4 *Centro de la elipse, es el punto E, en que se cortan los dos exes.*

5 *Diametro de la elipse, es qualquier linea recta, que passando por el centro de la elipse, se termina por entrambas partes en su circunferencia, como RQ, SI, &c.* Donde se ve, que la elipse tiene infinitos diametros, y que dos de ellos son solamente exes, el uno de los quales es el mayor de todos los diametros; y el otro, el menor de todos, como se demonstrarà despues. Tambien todos los diametros se cortan mutuamente en dos partes iguales; pero solos aquellos son entre sì perpendiculares, que juntamente son exes, como queda dicho.

6 *Lineas ordenadamente aplicadas al diametro, son aquellas, que siendo entre si paralelas, son divididas por el diametro en dos partes iguales, como MI, LG, &c.* assi en la elipse 1. como en la 2. (*fig.4.*) A estas lineas llamaremos *ordenadas*, ò *aplicadas*; y à sus mitades, *semiordenadas*, ò *semiaplicadas*; ò tambien *ordenadas*, ò *aplicadas*.

7 *Diametros conjugados de una elipse, son aquellos, que mutuamente dividen sus paralelas en dos partes iguales, cada uno à las del otro.* Como BD, AC son diametros conjugados, assi en la elipse 1. como en la 2. porque BD divide por medio à las MI, LG, paralelas al otro diametro AC; y èste, à las NO, GP, paralelas à BD.

8 *Exes conjugados son los diametros conjugados, que se parten perpendicularmente à si, y à sus paralelas, como BD, AC en la elipse 1.*

9 *Tangente de la elipse, es la recta, que toca la periferia de la elipse en un solo punto sin cortarla.*

10 *Focos, polos, ò ombligos de la elipse, son dos puntos puestos en el exe mayor, en igual distancia de sus extremidades, de los quales, si se tiran dos lineas à qualquier punto de la periferia de la elipse, son entrambas juntas iguales à dicho exe mayor; ò tambien son dos puntos en el exe mayor en igual distancia de sus extremidades, que de tal suerte le dividen, que el rectangulo de sus segmentos, es igual al quadrado del semiexe menor.* Estas propiedades, con otras, se demonstraràn en su lugar.

11 *Lado recto, ò parametro de un diametro de la elipse, es una tercera proporcional à dicho diametro, y à su diametro conjugado.* Como si à los diametros BD, AC se les halla una recta tercera proporcional, èsta serà el parametro del diametro BD, y sirve de medida, ò nivel para las potencias, ò qua-