

COROLARIO.

Infierese de lo dicho, que generalmente siempre que por disposicion de una maquina se aumentan las fuerzas de la potencia contra el peso, sucede, que si permutan el peso, y potencia sus lugares, se disminuyen las fuerzas de la potencia, y se aumenta la resistencia del peso, en la misma proporcion en que antes las de la potencia excedian à la resistencia del peso.

PROP. XIV. Theorema.

Explicanse varios modos con que el peso se puede aplicar à la Palanca, y en que se varia su resistencia.

1 EL cuerpo pesado se puede aplicar de tal suerte à la palanca, que esta le atraviesse por medio de manera, que el centro de la gravedad del cuerpo estè en la misma palanca; como se ve en la fig. 13. en que la palanca BA passa por el centro D, que lo es de la gravedad de dicho cuerpo.

2 Puedese el cuerpo pesado poner pendiente de la extremidad de la palanca, como en FE, (fig. 14.) de cuyo cabo E pende el peso H.

3 Se puede colocar el peso en la extremidad de la palanca, de fuerte, que el centro de la gravedad estè sobre ella, como en DE, (fig. 15.) sobre cuya extremidad E se supone colocado el peso.

4 Se puede colocar de fuerte, que el centro de la gravedad estè debaxo de la palanca, como en TX. (fig. 16.)

Estos son los modos mas principales de colocar el peso en la palanca, de cuya varia disposicion se figuen diferentes grados de resistencia, que se explican en las proposiciones siguientes.

PROP.

PROP. XV. Theorema.

Quando el centro de la gravedad del peso està en la misma Palanca, la misma fuerza basta para sustentarle, ò en la situacion horizontal, ò sobre ella, ò debaxo de ella.

(fig. 13.)

SEa la palanca horizontal AB, cuyo hipomochlio sea C, la potencia estè en B, y el peso en A, de fuerte, que el centro de la gravedad del peso estè en la misma palanca: muevase sobre el hipomochlio C, ò à la situacion FG, en que el centro de la gravedad estè en L; ò à la situacion HN, en que el centro de la gravedad estè en M. Digo, que la misma potencia B, tanto, que estè en G, como en N, sustentará con la misma facilidad el peso; y la resistencia de este siempre será la misma en qualquiera postura. La razon es, porque en todo caso conserva el centro de la gravedad del peso una misma distancia del hipomochlio C, como tambien la potencia: luego en qualquiera situacion es una misma la proporcion entre las distancias: luego la fuerza de la potencia siempre será la misma, como tambien la resistencia del peso. Lo mismo se ha de decir en las palancas del segundo, y tercer genero.

PROP. XVI. Theorema.

Quando el peso està pendiente de la Palanca, tambien basta la misma fuerza para sustentarle en qualquiera situacion. (fig. 14.)

EN la palanca FE, cuyo hipomochlio es G, estè pendiente el peso H de la extremidad E. Digo, que si se mueve la palanca, y se constituye en la situacion QP, ò otra qualquiera, la misma potencia bastará para sustentar el peso en todo caso. Porque las distancias del peso, y potencia al hipomochlio, se toman de las perpendiculares PM, NQ, tiradas del punto P de la suspension del peso, y del punto Q, de la aplicacion de la potencia; y como por ser proporcionales los triangulos GPM, GNQ, la misma ra-

Tomo III.

Hh

zon

zon tenga NG à GM, que QG à GP; esto es, que FG à GE sus iguales, la misma proporcion tendrán entre sí, en qualquiera situacion, las distancias del peso, y de la potencia: luego en qualquiera situacion, como tambien la resistencia del peso; y por configuiente, las mismas fuerzas bastarán para sustentarle en qualquiera disposicion de las referidas.

PROP. XVII. Theorema.

Quando el centro de la gravedad del peso está sobre la Palanca horizontal, quanto mas se levanta, tanto menor fuerza basta para sustentarle; y quanto mas se deprime, tanto mayor fuerza es menester. (fig. 15.)

SEa la palanca DE en situacion horizontal, cuyo hipomochlio sea C; y en su extremidad E, pongase el peso G, cuyo centro I de la gravedad, esté sobre la palanca; y apliquese la potencia en D, y muevase la palanca hasta ponerse en MK. Digo lo primero, que en esta situacion es menester menor fuerza para sustentarlo, que quando estava en DE.

Demonstr. En DE, la linea de la direccion; esto es, la linea que del centro de la gravedad del cuerpo va al centro de la tierra, es IG; pero en MK, ya no es IG la linea de la direccion, si IS; y por configuiente, la distancia del peso al hipomochlio en la situacion horizontal DE, es GC; pero en la MK, es CS menor que CG: luego (7.) siendo en todo caso una misma la distancia que hay de la potencia al hipomochlio, menor fuerza es menester para sustentarlo en la disposicion MK, que en la DE.

Muevase la palanca DE, y pongase en la situacion RO. Digo, que en este caso es menester mayor fuerza para sustentarlo, que en DE: porque en DE, es la linea de la direccion IG; pero en RO, es IS; y por configuiente, en este caso la distancia del peso al hipomochlio, es CS mayor que CG: luego (7.) mayor fuerza se requiere en RO, que en DE para sustentarlo, habiendo la misma distancia entre la potencia, y hipomochlio.

PROP.

PROP. XVIII. Theorema.

Quando el centro de la gravedad del peso está debaxo de la Palanca horizontal, quanto mas se levanta el peso, tanto mayor fuerza es menester para sustentarlo; y tanto menor, quanto mas se deprime. (fig. 16.)

SEa la palanca horizontal TX: sea el hipomochlio A: la potencia esté en T: y el peso sea V, cuyo centro O de la gravedad esté debaxo de la palanca. Digo, que en la postura SK se requiere mayor fuerza para sustentarlo; porque en TX la linea de la direccion es OV; y en SK, es OK: luego en TX, la distancia del peso al hipomochlio es AV; y en SK, es AK mayor que AV: luego en esta disposicion es menester mayor fuerza que en la primera. Digo tambien, que en RK, es menester menor fuerza, por ser la distancia AK menor que AV.

PROP. XIX. Theorema.

La figura del hipomochlio conduce mucho para facilitar, ò dificultar el movimiento del peso. (fig. 17.)

LA razon es, porque puede ser tal la figura del hipomochlio, que al moverse sobre él la palanca, se varien los puntos en que estriba; y por configuiente, no se conferven las mismas distancias del peso, y potencia al hipomochlio: como por exemplo, si la palanca se colocasse sobre una esfera, ò cilindro, y en la postura horizontal tocasse el punto A en el obliquo, estriparia en el punto B: donde se ve claramente variarse la proporcion de las distancias; y por configuiente, la facilidad de la potencia.

Hh 2

PROP.

PROP. XX. Theorema.

Si la potencia mueve à la Palanca por linea obliqua, seràn menores sus fuerzas, que moviendola por linea perpendicular. (fig. 18.)

Digo, que si la potencia A impele la palanca por la linea AB obliqua, podrá menos contra el peso, que si con la misma fuerza la impeliere por la perpendicular AC. La razon es, porque impeliendo por la linea AB, parte del impulso se consume en retraer la misma palanca del hipomochlio: como tambien moviendo por AD, se emplea parte en moverla contra el hipomochlio; pero empleandola por la perpendicular AC, todo el impulso se emplea en levantar el peso: luego mas facilmente le moverà la potencia, encaminando su movimiento por la linea AC, que por otra alguna. Otra razon hay mas eficaz, y evidente, y es la que se colige del Theorema siguiente.

PROP. XXI. Theorema.

Quando la potencia mueve la Palanca por linea obliqua, su verdadera distancia es la perpendicular, que sale del hipomochlio à la linea de su movimiento. (fig. 19.)

Supongamos, que una potencia mueva la palanca AB por la linea obliqua BC, à quien es perpendicular la FD, que sale del hipomochlio. Digo, que la distancia verdadera de la potencia al hipomochlio es la perpendicular FD; y segun esta, se han de nivelar las fuerzas de la potencia.

Demonstr. Aunque lo mismo es, que la potencia esté aplicada en B, ò que mueva tirando de una cuerda BC, mientras conserve siempre la misma linea del movimiento, ò por mejor decir, la misma obliquidad con la palanca, ò angulo B; pero para mayor claridad, supongo esté la potencia aplicada en el punto D de la cuerda, y que tirando

do se paffe la potencia à E, y el cabo de la palanca baxe à G; tirese pues la recta EG; y juntese FE.

En los triangulos FBD, FGE, los lados FB, FG son iguales, como tambien BD, GE por suposicion; y suponiendose los angulos B, G iguales, seràn (4. 1. Eucl.) los angulos BFD, GFE iguales; y quitando el comun GFD, quedaràn los angulos BFG, DFE iguales; y por coniguiente, los arcos BG, HI, que son sus medidas, seràn iguales. El arco DE, por donde se movió la potencia, tiene con HI, ò BG, ò AK, por donde se movió el peso, la misma razon que FD à AF: luego la verdadera distancia, segun la qual crece, ò se disminuye el movimiento de la potencia, es la linea FD, que sale del hipomochlio, y es perpendicular à la linea del movimiento de la potencia.

COROLARIOS.

1 **L**a linea perpendicular à la palanca, es la mas apta para mover el peso, y por ella tendrá la potencia mayores fuerzas que por otra qualquiera, mientras salgan todas de un mismo punto de la palanca. Explicome en la palanca AB (fig. 20.) cuyo hipomochlio es C. Digo, que mas facilmente moverà la potencia al peso por la perpendicular BD, que por otra qualquiera. Supongamos se mueva por la BE, que forma el angulo agudo CBE: luego caerà dentro del circulo. Tirese pues la perpendicular CF, que, como dixé, es la verdadera distancia de la potencia, quando mueve por BE. Esta distancia CF, es necessariamente menor que la CB, que es la distancia de la misma potencia quando mueve por BD: luego menores son sus fuerzas quando mueve por BE, que quando por BD. Supongamos tambien que mueva por BG, formando el angulo obtuso CBG: conque el angulo CBH será agudo, y la BH caerà dentro del circulo, y la perpendicular CI será la verdadera distancia de la potencia, que siendo menor que CB tendrá la potencia menores fuerzas, quando dirige por ella su movimiento.

2 Si la potencia es un peso, que mueve solamente la palanca por su natural gravedad, su verdadera distancia en diferentes posturas será el segmento de la palanca horizontal, contenido entre el hipomochlio, y la perpendicular. Sea la palanca AB, (fig. 21.) y el peso que sirve de potencia con su gravedad esté en B: considerese la

palanca en la situacion horizontal EF, y tirese la perpendicular BC. Digo, que la verdadera distancia de dicha potencia en B, es DC. La razon es, porque el cuerpo grave guia su movimiento por la perpendicular al horizonte, y à qualquier paralela suya, qual es EF; y por la misma razon, si el peso movente estuviere en H, seria su verdadera distancia la DG.

PROP. XXII. Theorema.

Explicase la razon de algunas experiencias curiosas.

DE lo dicho se colige la razon, porquè levantamos con facilidad una pica, tomandola por su mitad; pero con gran dificultad si la tomamos por un cabo; de fuerte, que solos aquellos la pueden levantar en esta forma, que alcanzan grandes fuerzas. Es pues la razon, porque tomandola por el medio, la tomamos, y levantamos por el mismo centro de su gravedad; y así bastan solas aquellas fuerzas, que son iguales à su peso; pero tomandola por un cabo, y levantandola, la dividimos en dos partes muy desiguales, la menor dentro del puño, y la mayor fuera; y se forma una palanca de primero, ò tercer genero; de fuerte, que siempre està la potencia mas cerca del hipomochlio, que el peso de la pica.

Para mayor claridad vease la *fig. 22.* en que la pica PL, si se toma por el medio M se divide en partes iguales, y se levanta por el centro de su gravedad; y así ha menester pocas fuerzas; pero tomandola con el puño por la extremidad PO, se divide en dos partes muy desiguales, OL mayor, y OP menor; y la mano hace officio de hipomochlio, y de potencia movente, ò sustentante de la parte mayor OL; de fuerte, que si el punto del puño, correspondiente à P, se tiene como fixo, y firme; y el otro punto que corresponde à O se mueve àzia arriba, será palanca del tercer genero, cuyo hipomochlio es P, y la potencia està en O; y es forzoso que por estàr tan cerca del hipomochlio P haya de experimentar gran resistencia en el peso de la pica; y si la parte del puño correspondiente à O se tiene firme, y la correspondiente à P moviendose àzia baxo hace ba-

xar

xar el punto P, será palanca del primer genero, en que la potencia P, por estàr tan cerca del hipomochlio O, ha de tener gran dificultad en levantar el peso de la pica. El modo de determinar què fuerzas sean menester para levantarla en esta disposicion, se verá en la Estatica.

Aqui se ha de advertir, que la mayor dificultad se siente quando la pica està en situacion horizontal, como en PL; porque quanto mas se elevare, como en PQ, siempre se hallará menos, por ser la distancia OR, ò PR, tomada hasta la perpendicular, la que determina la mayor, ò menor dificultad; (21.) y siendo esta distancia menor que la PL, ò OL, y tanto menor, quanto mas se levanta, se sigue ser tambien menor la dificultad que siente la potencia.

2 Coligese tambien de lo dicho la causa porquè aplicando la rodilla al medio de un palo, y las manos à sus extremidades, con tanto mayor facilidad le rompemos, quanto mas distan del medio las manos; y es, porque se forman dos palancas del primer genero, para quienes sirve de hipomochlio la rodilla. Sea (*fig. 23.*) el baculo GMH, cuyas extremidades G, H, se toman con las manos, y se aplica à la rodilla IL; es cierto, que forcejando para romperle se dobla algun tanto, de fuerte, que el punto M del medio, se aparta del medio de la rodilla; conque se forman dos palancas del primer genero HLM, GIM, que tienen el hipomochlio en L, I; el resistente que se ha de vencer està en M; y las potencias, que son las manos, están la una en H, y la otra en G: luego quanto mayores fueren las distancias HL, GI de los hipomochlios, creceràn mas las fuerzas de las potencias, y venceràn la resistencia de M con mayor facilidad, y romperàn el palo por el punto M.

3 Con la misma doctrina de la palanca se conoce la causa, y cessa la admiracion que suele ocasionar la siguiente experiencia. Sobre dos banquillos, ò escaños de igual altitud, ponganse dos vasos H, I, (*fig. 24.*) ò vacios, ò casi llenos de agua para mayor seguridad: pongase sobre ellos un palo LO, que està seco; de fuerte, que con la fuerza de un golpe se pueda romper, y sus extremidades pasen algun poco àzia el medio de los vasos; y con otro palo

com-

competente defese un golpe en medio con buena fuerza, y se romperà el palo LO por medio en P, sin daño alguno de los vasos que le sustentan, y sin derramarle gota de agua. La razon es, porque la potencia que mediante el golpe se aplica en P, divide el baculo en dos partes PL, PO, cuyos cabos, que concurren en P, se mueven àzia baxo al tiempo de la fraccion, y los otros dos àzia arriba, conque son dos palancas del primer genero, cuyos hipomochlios son los labios M, N de los vasos, la potencia està en P, que con su movimiento hace ir àzia baxo las porciones mayores MP, NP, y levanta àzia arriba las menores ML, NO: y como las distancias PM, PN sean con tanto exceso mayores que las ML, NO, que son las que se levantan, es forzoso que en los puntos, ò estrivos M, N, se haga poca, ò ninguna fuerza al tiempo de romperse el palo por el punto P, y baxar las extremidades concurrentes en P, y subir las otras ML, NO, por lo que no reciben los vasos daño alguno.

PROP. XXIII. Theorema.

Quando dos potencias aplicadas à los cabos de la Palanca sostienen un peso que de ella està pendiente, ò que tienen su centro de gravedad en la misma Palanca, la potencia mas cercana al peso sustenta mayor porcion que la mas remota, en proporcion reciproca de las distancias. (fig. 25.)

LAs dos potencias M, N, estavan aplicadas à los cabos de la palanca, de quien depende el peso P. Digo, que la potencia M sustenta mayor parte del peso, que la potencia N, en proporcion reciproca de las distancias; de fuerte, que si, por exemplo, la distancia NO es doblada de la distancia MO, la potencia M sustenta doblada parte de peso, que la potencia N: como si el peso P fuere de 60. libras, la potencia M sustenta las 40. libras, y la potencia N las 20. y para que entre las dos sustenten el peso en la postura sobredicha, serà menester que en N, haya una potencia suficiente para sustentar 20. libras; y en M, otra bastante para 40. libras.

De-

Demonstr. La potencia M sirve de hipomochlio, respecto de la potencia N: luego para que haya equilibrio, y pueda la potencia N sustentare el peso P, havrà de tener la potencia N, con el peso P, la misma razon, que la distancia MO del hipomochlio, y peso, tiene con la distancia NM del hipomochlio, y potencia. (1.) La distancia MO se supone ser la tercera parte de NM: luego la potencia N, es la tercera parte del peso P; y siendo este 60. libras, serà la potencia N bastante para sustentare 20. libras. Asimismo la potencia N, sirve de hipomochlio à la potencia M: luego, para que esta pueda sustentare el peso P, havrà de tener con dicho peso la razon que la distancia ON tiene con la distancia MN, aquella es dos tercios de esta: luego la potencia M equivale, y se equilibra con dos tercios del peso P; y siendo este 60. libras, la potencia M havrà de equivaler à 40. libras.

COROLARIOS.

- 1 **S**I el peso està en medio de la palanca, tanto sustentare la una potencia, como la otra.
- 2 Las dos potencias juntas han de ser iguales, ò poder tanto, como una potencia, que sin maquina sea suficiente para sostener el peso.
- 3 De lo dicho se colige, que en la palanca del primer genero, el hipomochlio sustentare tanto al peso, como à la potencia, y entrambos le gravan; pero en la palanca del segundo genero, el hipomochlio sustentare parte del peso, y la otra parte la potencia, tocandolo à cada uno su gravamen segun fuere la proporcion reciproca de las distancias, con el peso, y potencia.
- 4 De lo dicho se insiere tambien el modo de señalar el punto en la palanca, para suspender alli un peso, de fuerte, que si los dos que le han de sustentare tienen fuerzas desiguales, sean gravados cada uno segun sus fuerzas precisamente: como por exemplo, si uno puede solamente sustentare peso de 20. libras, y otro puede sustentare 40. sumense entrambos numeros, y seràn 60. Dividase agora la palanca en dos partes, que tengan entre si la razon que 40. tiene con 20. y sea el punto O: (fig. 25.) suspendase en O un peso de 60. lib. y poniendo la fuerza menor en N, y la mayor en M, serà esta gravada en 40. libras, y aquella en 20. porque sera como NO à MO;

MO; así la fuerza, y gravamen de M, à la fuerza, y carga de N.

5 Que la palanca sea mas larga, ò mas corta, nada conduce para mayor, ò menor facilidad de sustentar el peso, mientras que la proporción de las distancias con las potencias sea una misma: como si la palanca mayor MN, y la menor QR están divididas en O, y S proporcionalmente, esto es, que MO à ON, sea como QS à SR, y el mismo, ò igual peso P se suspende en entrambas por dichos puntos, el mismo gravamen sentirán las potencias en la una que en la otra; porque tanta parte del peso sustenta la potencia M, como Q, y la potencia N, como R; y por el corol. 2. las potencias M, y N juntas, son iguales al peso P en la palanca mayor, como tambien en la menor.

PROP. XXIV. Theorema.

Quando dos potencias sustentan un peso, cuyo centro de gravedad está sobre la palanca, y ésta tiene situacion obliqua al horizonte, la potencia que está en el cabo mas baxo siente mayor peso; y al contrario si el centro de la gravedad está debaxo de la palanca. (fig. 26.)

Las potencias A, y B llevan en situacion inclinada un peso, cuyo centro C está sobre la palanca, y en medio de ella. Digo, que la potencia B sustenta mayor parte del peso, que la potencia A. La razon es, porque el peso siempre agrava las potencias por la linea perpendicular, que es la que determina las verdaderas distancias del peso, hipomochlio, y potencias: luego el peso C, que en la disposicion horizontal de la palanca cargaria sobre el punto D, en la obliqua carga sobre E, mas cerca de la potencia B, y mas lexo de A: luego (23.) la potencia A siente alivio, y la B mayor gravamen, y peso.

Pero si el peso tiene su centro de gravedad debaxo la palanca, como en I, sucederá al revés; porque agrava por la linea perpendicular IK, y es lo mismo que si estuviera pendiente del punto K: luego se acerca mas à la potencia F mas elevada, y se aparta de la G mas baxa: luego aquella sentirá mayor gravamen, y ésta, alivio.



LIBRO III.

DE LA SEGUNDA MAQUINA fundamental, llamada Torno, Ar- gue, ò Exe en la rueda.

Despues de la palanca, se figue la segunda maquina fundamental, llamada comunmente torno, ò argue, cuyo nombre Greco-Latino es *Axis in peritrochio*, que es lo mismo que un exe, ò cilindro en la rueda. Tiene tal dependencia de la palanca, que casi no se distingue de ella, como luego veremos; por lo qual no será dificultosa su noticia à quien tuviere bien comprehendido lo que expliquè en el libro antecedente.

PROP. I. Theorema.

Explicase la forma, y disposicion del torno, sus diferencias, y uso.

Pappo Alexandrino en el fin del lib. 8. de las *Colecciones Mathematicas*, y otros Autores, describen el torno en la forma siguiente. Vease la fig. 27. en la qual AB es el exe, abla, ò cabrio, que es un cilindro, ò coluna redonda, llamada tambien *timpano*: E, y F son los clavos cilindricos, y muy firmes, que ruedan dentro los encaxes de los maderos, ò pies FG, EH, de tal fuerte, que el exe venga à tener situacion horizontal: CD es una rueda bien unida con el exe, à quien llaman los Griegos *Peritrochio*, y de quien