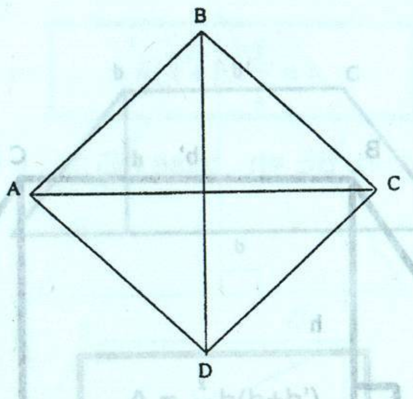
**Área del rombo.**

El área de un rombo es igual al semiproducto de sus diagonales.




Sea AC =
BD = d'

Queremos demostrar, que el área del rombo es igual a $\frac{dd'}{2}$

$$\boxed{A = \frac{dd'}{2}}$$

Como ya hemos demostrado, las diagonales son mutuamente mediatrices y los cuatro triángulos formados son congruentes, entonces:

Área de uno de los triángulos = $\frac{1}{2}bh$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{d}{2}\right)\left(\frac{d'}{2}\right)$$

$$= \frac{dd'}{8}$$

Área total = $4\left(\frac{dd'}{8}\right)$

Área total = $\frac{4dd'}{8}$

Área total = $\frac{dd'}{2}$

**Ejemplo 1.** Hallar el área de un rombo, si sus diagonales miden 14 c, y 10 cm respectivamente.

$A = \frac{dd'}{2}$

$A = \frac{(14cm)(10cm)}{2}$

A = 70 cm





**Ejemplo 2.** El área de un rombo es de 675 pulg² .Si sus diagonales están a la razón de 3:2 , encuentra la longitud de sus diagonales.

$A = \frac{dd'}{2}$

Sea d = 3x

d' = 2x

$A = \frac{(3x)(2x)}{2}$ = 675 pulg²

6x² = 1350 pulg²

$x^2 = \frac{1350 pulg^2}{6}$

x² = 225 pulg²

$x = \sqrt{225 pulg^2}$

x = 15 pulg

d = 3x

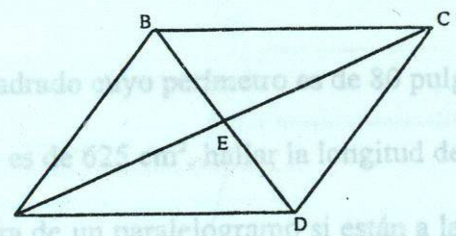
d = 3(15 pulg) = 45 pulg.

d' = 2x

d' = 2(15 pulg)

d' = 30 pulg

**Ejemplo 3.** Sea la figura un rombo, con diagonal BD = 30 cm y AB = 17, encuentre el área del rombo.




BD = d' = 30 cm

AB = 17

AB² = AE² + BE²

$$AB^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$AB^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d'}{2}\right)^2$$

$$(17)^2 = \frac{d^2}{4} + \left(\frac{30}{2}\right)^2$$

$$289 = \frac{d^2}{4} + 225$$

$$\frac{d^2}{4} = 289\text{-}225$$

$$\frac{d^2}{4} = 64$$

$$d^2 = 4(64)$$

$$d = 16 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{dd'}{2} = \frac{16cm(30cm)}{2} = 240cm^2$$

**Ejemplo 4.** El área de un rombo es de 96 cm$^2$ , si una de sus diagonales mide 12 cm, hallar:

a) La longitud de la otra diagonal

b) La longitud de sus lados

**a)**

$$A = \frac{dd'}{2}$$

$$\frac{2A}{d'} = d$$

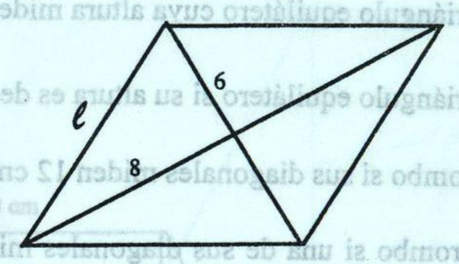
$$\frac{2(96cm^2)}{12cm} = d$$

$$d = 16 \text{ cm}$$





**b)**




$$\ell^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$\ell^2 = 64+36$$

$$\ell^2 = 100$$

$$\ell = \sqrt{100}$$

$$\ell = 10$$

## Ejercicio 2.8

1) Hallar el área de un rectángulo si su base mide 25 cm y el perímetro mide 90 cm.

2) Hallar el área de un rectángulo si su base mide 5 m y su diagonal 13 m.

3) Hallar la base y la altura de un rectángulo si su área es de 180 m$^2$ y su perímetro mide 56m.

4) Hallar el área de un cuadrado cuyo perímetro es de 80 pulgadas.

5) El área de un cuadrado es de 625 cm$^2$, hallar la longitud de sus lados

6) Hallar la base y la altura de un paralelogramo si están a la razón de 4 :5 y su área es de 1280 cm$^2$

7) Hallar la base de un paralelogramo, si su altura es de 15 cm y su área es de 40 cm$^2$

8) Hallar el área de un triángulo con base 20 cm y altura 12 cm

9) Hallar el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 28 pies y 8 pies respectivamente.

10) Hallar el área de un triángulo equilátero cuyo perímetro es de 30 cm

11) Hallar el área de un triángulo equilátero cuya altura mide 6 pulgadas

12) Hallar el área de un triángulo equilátero si su altura es de $5\sqrt{3}$ pulgadas

13) Hallar el área de un rombo si sus diagonales miden 12 cm y 8 cm respectivamente

14) Hallar el área de un rombo si una de sus diagonales mide 10 pulgadas y sus lados miden 13 pulgadas

15) Hallar el área de un rombo cuyo perímetro es de 40 cm y una de sus diagonlaes mide 12 cm

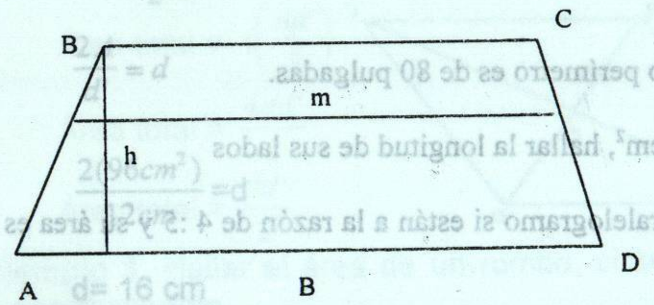
16) El área de un rombo es de 35 pulgadas, una de sus diagonales mide 7 pulgadas, hallar la longitud de la otra diagonal.

17) Las diagonales de un rombo están a la razón de 5 :4. Si el área es de 54 m, encontrar la longitud de sus lados.

18) Las bases de un trapecio miden 9 pies y 11 pies respectivamente. Si su área es de 60 pies$^2$, encuentra la medida de su altura.

19) Las bases de un trapecio son 25 cm y 35 cm respectivamente, Si el área es de 300 cm$^2$, hallar la magnitud de la altura

Para cada uno de los siguientes casos, hallar el área del trapecio ABCD




20) b=25cm
b'=15cm
h= 7cm

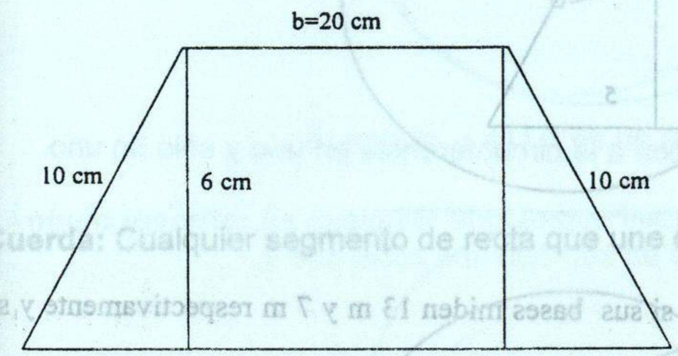




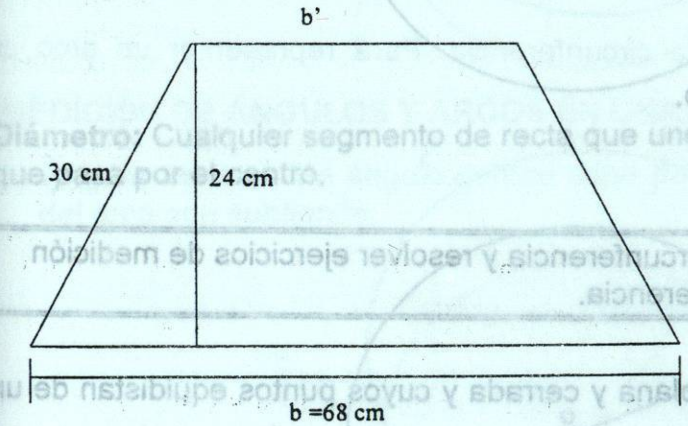
21) b= 36
b'=20
h= 6

Si cada uno de los siguientes cuadriláteros ABCD son trapecios, isósceles, hallar el área.(En los problemas 22, 23 y 24

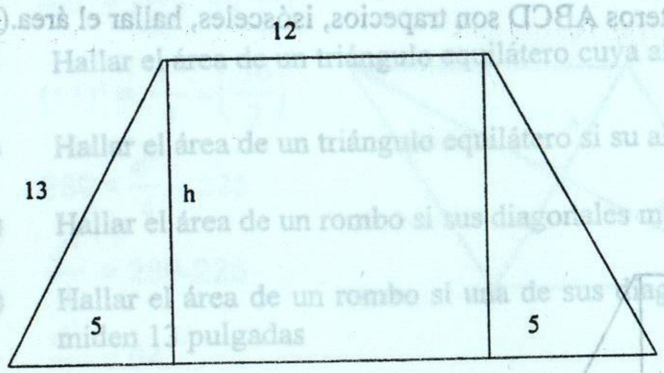
22)




23)



24)




25) Hallar la altura de un trapecio, si sus bases miden 13 m y 7 m respectivamente y su área es de $40m^2$

26) Hallar la altura de un trapecio si la suma de sus bases es el doble de su altura y su área es de 400 $cm^2$.

27) Hallar las bases de un trapecio, si la mayor es el doble de la menor la altura es 8 cm y el área es de 84 $cm^2$.

## 2.9 Circunferencia y círculo.

**Objetivo**

Identificar los elementos de una circunferencia y resolver ejercicios de medición de ángulos y arcos en una circunferencia.

Una circunferencia es una curva plana y cerrada y cuyos puntos equidistan de un punto interior fijo llamado centro.

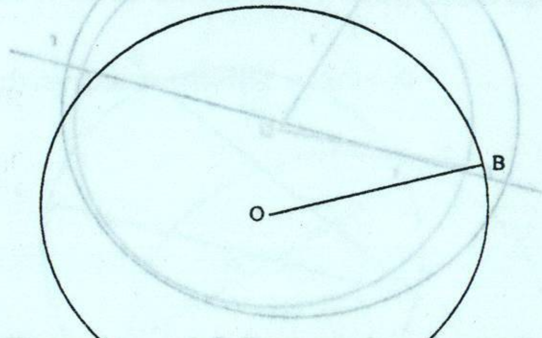
La circunferencia divide al plano que la contiene en dos partes, una exterior y otra interior. Al conjunto de los puntos interiores de una circunferencia se llama círculo.



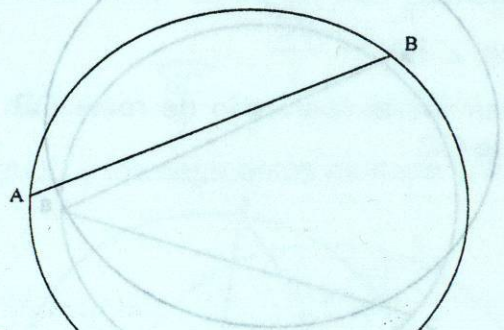


**Elementos de la circunferencia**

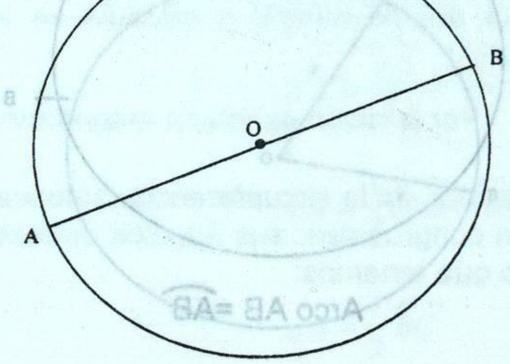
**Radio:** Cualquier segmento de recta que une al centro con un punto de la circunferencia.




**Cuerda:** Cualquier segmento de recta que une dos punto de la circunferencia.

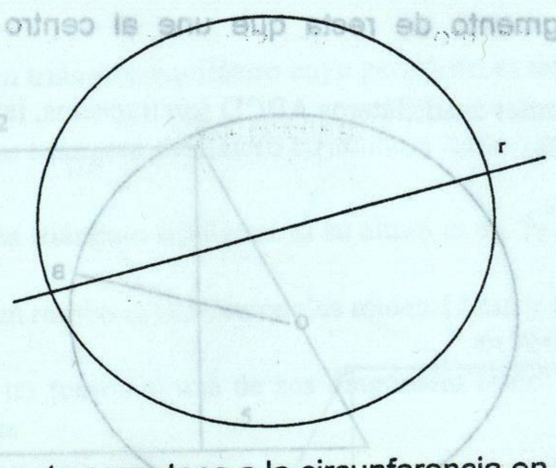



**Diámetro:** Cualquier segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro.

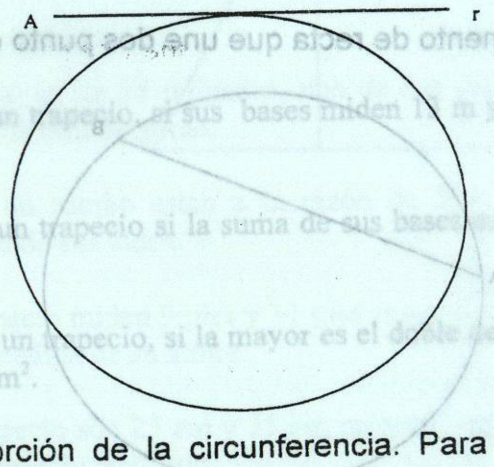



El diámetro es la cuerda de mayor longitud y su tamaño es dos veces el radio.

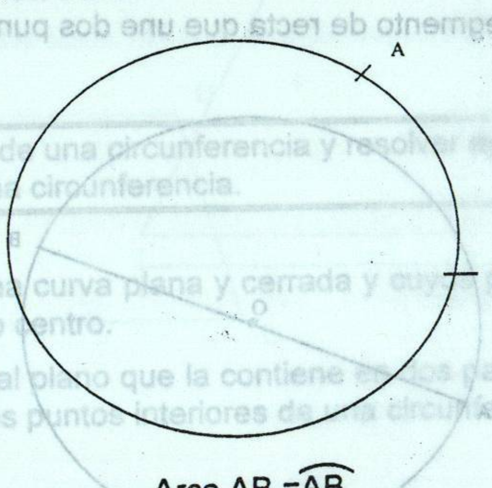
**Secante:** Cualquier recta que corta a la circunferencia en dos puntos.




**Tangente:** Cualquier recta r que toca a la circunferencia en uno y sólo en uno.




**Arco:** Es cualquier porción de la circunferencia. Para representar un arco se emplea el símbolo $\frown$

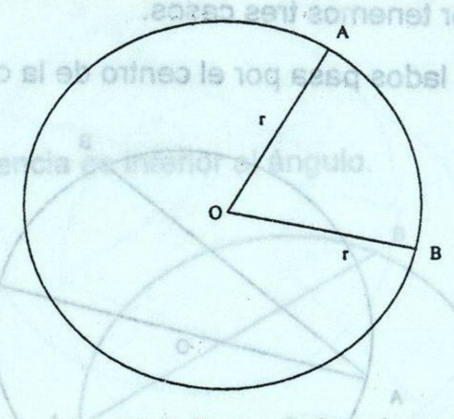



Arco AB $=\overset{\frown}{AB}$



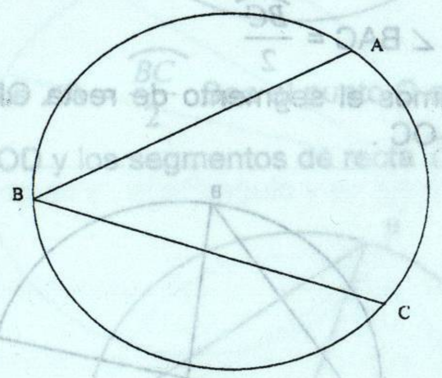


**Ángulo central:** Es cualquier ángulo con vértice en el centro y cuyos lados son radios de la circunferencia.



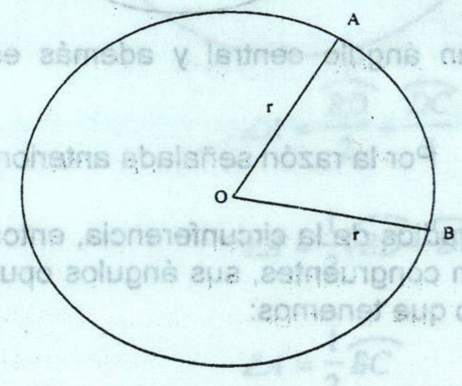

El ángulo $\angle$ AO B es un ángulo central.

**Ángulo inscrito:** Es cualquier ángulo que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados son cuerdas de la circunferencia.




**MEDICIÓN DE ÁNGULOS Y ARCOS EN UNA CIRCUNFERENCIA.**

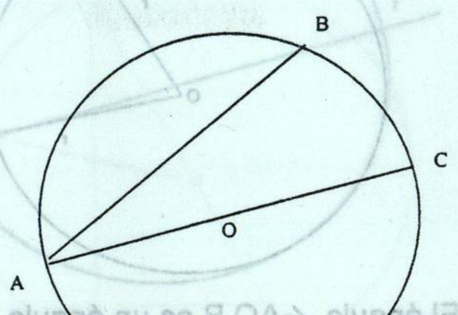
a) **Ángulo central**: Un ángulo central tiene por medida en radianes, la magnitud del arco que subtiende.




$\angle$ AOB $=\overset{\frown}{AB}$

b) Un ángulo inscrito tiene por medida, la mitad de la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco.
Para demostrar lo anterior tenemos tres casos.

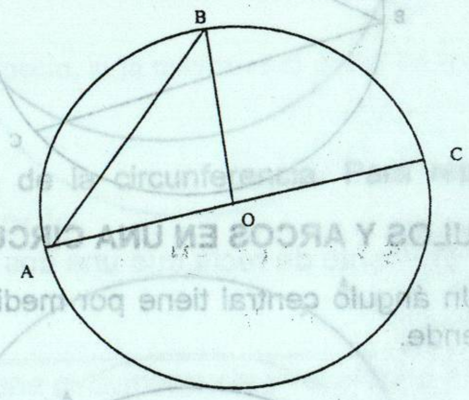
**Primer caso:** Uno de los lados pasa por el centro de la circunferencia.




En la circunferencia anterior, sea el punto O el centro de la circunferencia.

Queremos demostrar que: $\angle BAC = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$

En la figura anterior trazamos el segmento de recta OB, que en un radio de la circunferencia al igual que OC .




El ángulo $\angle$ BOC es un ángulo central y además es un ángulo externo del triángulo $\Delta$ ABO.

$\angle BOC = \angle A + \angle B$. Por la razón señalada anteriormente.

Como AO = BO por ser radios de la circunferencia, entonces tenemos que, si dos lados de un triángulo son congruentes, sus ángulos opuestos también lo son, por lo tanto $\angle A \cong \angle B$. Por lo que tenemos:

$\angle BOC = \angle A + \angle B$

$\angle BOC = 2\angle A$

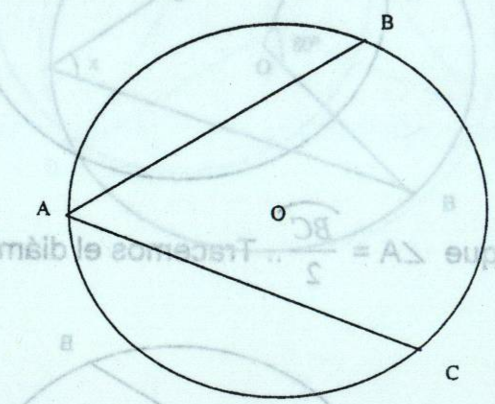




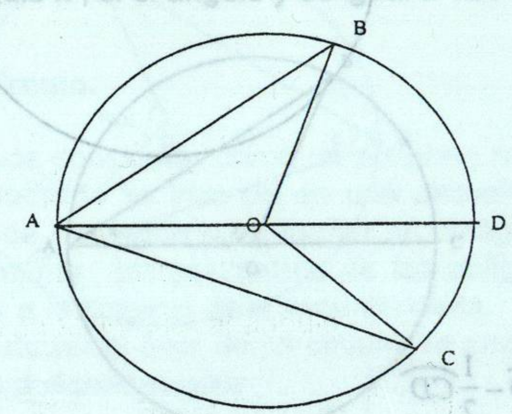
$$\frac{\angle BOC}{2} = \angle A$$

$$\angle A = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

**Segundo caso.**
El centro de la circunferencia es interior al ángulo.




Queremos demostrar que $\angle A = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$. Sea el punto O el centro de la circunferencia, tracemos el diámetro AOD y los segmentos de recta $\overline{OB}$ y $\overline{OC}$

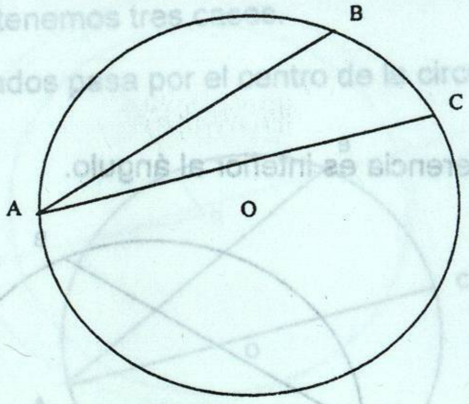



$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{DC}$ $\quad\quad$ $\angle A = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{DC}}{2}$

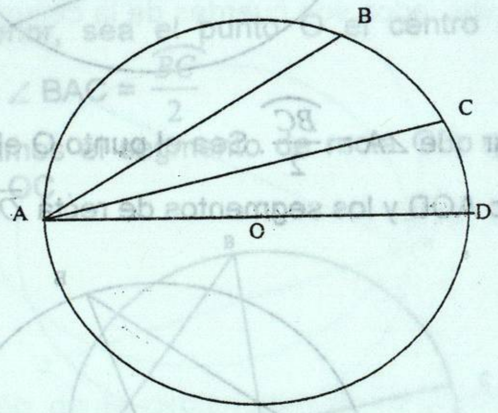
$\angle BAD = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$ $\quad\quad$ $\angle A = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{DC})$

$\angle DAC = \frac{\overset{\frown}{DC}}{2}$ $\quad\quad$ $\angle A = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$

**Tercer caso:** El centro de la circunferencia es exterior al ángulo.




Queremos demostrar que $\angle A = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$.. Tracemos el diámetro $\overline{AD}$.




$$\angle BAD = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$$

$$\angle CAD = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2}$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{CD}$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{CD})$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

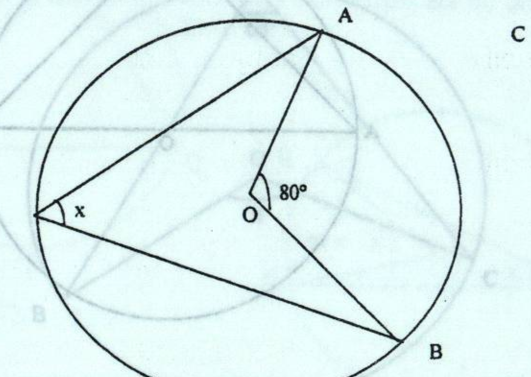




**Ejemplos:** Determina la medida de los ángulos que se te indican.

**1)**

$\angle x =$ ____



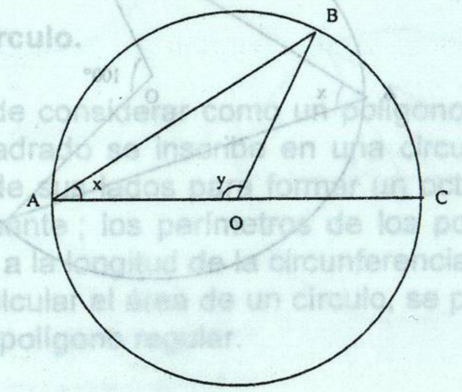

$\angle AOB = 80°$

$\angle x = \frac{\angle AOB}{2}$

$\angle x = \frac{80°}{2}$

$\angle x = 40°$

**2)** Hallar la medida del ángulo x , si el ángulo y es igual a 120°




Tenemos que $\angle BOC + \angle y = 180°$ Por ser ángulos adyacentes, luego

$\angle BOC = 180° - \angle y$

$\angle BOC = 180 - 120°$

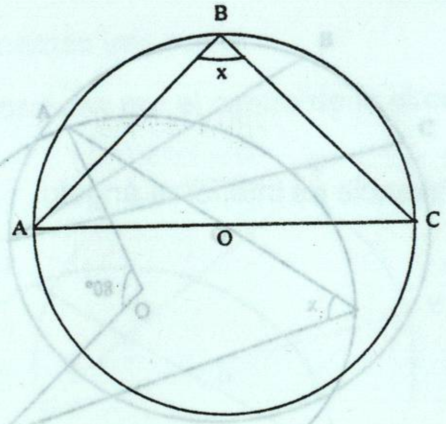
$\angle BOC = 60°$

$\angle x = \frac{\angle BOC}{2}$

$\angle x = \frac{60°}{2}$

$\angle x = 30°$

**3).** Hallar la medida del ángulo x, si AC es un diámetro de la circunferencia.

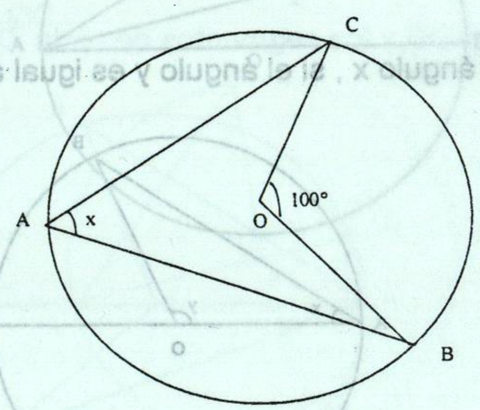



$\angle x = \dfrac{\overset{\frown}{AD}}{2}$

$\angle x = \dfrac{180°}{2}$

$\angle x = 90°$

**4)** Hallar la medida del ángulo x.




$\angle x = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}$

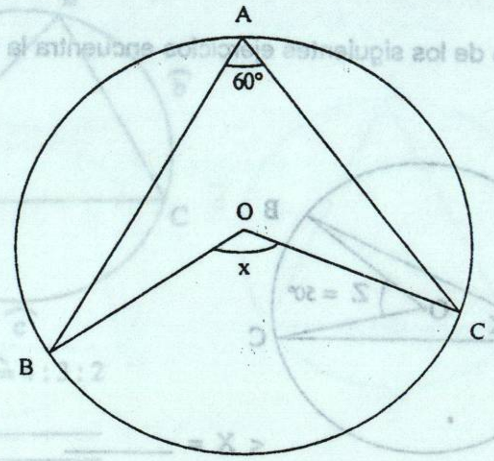
$\angle x = \dfrac{100°}{2}$

$\angle x = 50°$





**5)** Hallar la medida del ángulo x




$\angle A = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}$

$\angle A = \dfrac{\angle x}{2}$

$\angle x = 2\angle A$

$\angle x = 2(60°)$

$\angle x = 120°$

## Área y perímetro de un círculo.

Una circunferencia se puede considerar como un polígono regular de un número infinito de lados. Si un cuadrado se inscribe en una circunferencia y se duplica continuamente el número de sus lados para formar un octágono, es 16-gono, un 32-gono, y así sucesivamente ; los perímetros de los polígonos resultantes se aproximarán cada vez mas a la longitud de la circunferencia.
De tal manera que, para calcular el área de un círculo, se puede utilizar la fórmula para calcular el área de un polígono regular.

$A = \frac{1}{2}pr$, en lo que $p$ se sustituye por el perímetro del circunferencia.

$$A = \frac{1}{2}(2\pi r)r$$

$$A = \frac{2\pi r^2}{2} = \pi r^2$$

$$\boxed{A = \pi r^2}$$