PRÁCTICA ORAL

Realiza la operación indicada y proporciona la respuesta

a) $\frac{2}{5x}+\frac{6}{5x}$ b) $\frac{2}{5x}-\frac{6}{5x}$ c) $\frac{9}{6}-\frac{9}{3}$ d) $\frac{9}{6}+\frac{9}{3}$

e) $\frac{5}{6x}+\frac{2}{3x}$ f) $\frac{5}{6x}-\frac{2}{3x}$ g) $\frac{1}{6}-\frac{5x+3}{6}$ h) $\frac{3}{7}-\frac{6x-5}{7}$

i) $\frac{4}{9}-\frac{x+2}{9}$ j) $\frac{3}{9}+\frac{5x-3}{9}$ k) $\frac{3}{9}-\frac{5x-3}{9}$

EJERCICIO 3.5

Para los problemas del 1 al 10:
a) Suma las dos expresiones
b) Resta la segunda expresión de la primera

1) $\frac{8}{5x},\frac{7}{9x}$ 2) $\frac{7}{6a},\frac{2}{11a}$ 3) $\frac{5}{12m},\frac{11}{18m}$

4) $\frac{8}{9x},\frac{7}{6x}$ 5) $\frac{x}{12},\frac{x+3}{4}$ 6) $\frac{a}{10},\frac{a-3}{5}$

7) $\frac{x-6}{x+3},\frac{x-5}{x-7}$ 8) $\frac{a+1}{a+7},\frac{a-3}{a+6}$ 9) $\frac{2y+3}{3y-1},\frac{4y+5}{y+2}$

10) $\frac{3x-4}{2x-1},\frac{5x-2}{x-8}$

Para los problemas del 11 al 35, efectúa las operaciones indicadas y simplifica

11) $\frac{7}{x}+\frac{5}{x}$ 12) $\frac{8}{y}+\frac{3}{y}$

13) $\frac{2x}{3y}-\frac{7}{6x}$ 14) $\frac{2a}{4b}-\frac{6a}{4b}$

15) $\frac{x-1}{3}+\frac{x+1}{6}$ 16) $\frac{a+2}{6}+\frac{a-3}{8}$

17) $\frac{2c-3}{4}-\frac{c+2}{6}$ 18) $\frac{3y+4}{8}-\frac{y+2}{3}$

19) $\frac{1}{4m}+\frac{1}{2m}-\frac{2}{3m}$ 20) $\frac{2}{ab}+\frac{4}{ac}-\frac{3}{bc}$

21) $\frac{5}{6x-6y}-\frac{3}{4x-4y}$ 22) $\frac{5}{6x-2y}-\frac{3}{9x-3y}$

23) $\frac{1}{2x-2y}+\frac{1}{4x-4y}$ 24) $\frac{1}{3a+3b}+\frac{1}{12a+12b}$

25) $\frac{a-2}{a+4}+\frac{a+1}{a-2}$ 26) $\frac{m+6}{m+3}+\frac{m+3}{m+6}$

27) $\frac{k-5}{k-10}-\frac{k-4}{k-2}$ 28) $\frac{m-6}{m-1}-\frac{m-9}{m-3}$

29) $\frac{a-3}{a+5}+-\frac{a+5}{a-1}$ 30) $\frac{m+8}{m-1}+\frac{m+8}{m+2}$

31) $\frac{5a}{9}-\frac{3a}{2}+\frac{a}{6}$ 32) $\frac{2a}{a+n}+\frac{2n}{a+n}$

33) $\frac{p}{3p-6}-\frac{2}{3p-6}$ 34) $\frac{2}{x+3}+\frac{2}{x-3}$

35) $x+\frac{x+2}{x-2}$

3.6 COMBINACIÓN DE OPERACIONES Y CASOS ESPECIALES

Existen algunos casos especiales que debes conocer cuando simplificas expresiones racionales, tal como:

$$\frac{6-x}{x-6}$$

Aquí, el numerador y el denominador son opuestos uno de otro, como puedes ver, factorizando -1 del numerador:

$$\frac{6-x}{x-6}=\frac{-1(-6+++x)}{x-6}=\frac{-1(x-6)}{x-6}=-1$$

Una forma rápida para obtener esta respuesta es razonar:

Cualquier número dividido por su opuesto es igual a -1. Se debe tener cuidado porque algunas expresiones parecen ser opuestas pero en realidad no lo son.

Por ejemplo *x*-6 y *x*+6 estos son conjugados, no son opuestos. Nada especial sucede cuando divides dos conjugados.

Casos especiales

$\frac{x-6}{6-x}=-1$ Un número dividido por su opuesto es igual a -1.

$\frac{x+6}{6+x}=1$ Un número dividido por sí mismo es igual a 1; (*x*+6) y (6+*x*) son iguales

$\frac{x-6}{6+x}=\frac{x-6}{x+6}$ ¡Un número dividido por su conjugado no es nada especial!

Otro caso especial que concierne al opuesto de una fracción es el siguiente

$$-\frac{4}{5}, \frac{-4}{5} \; y \; \frac{4}{-5}$$

La expresión $\frac{4}{5}$ significa 4 dividido entre 5. Porque negativo dividido por positi es negativo y positivo dividido por negativo es también negativo, las tres fraccion son iguales.

$$-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5} = \frac{4}{-5}$$

El signo "-" puede ser asociado con el numerador, el denominador, o la fracci completa. Este hecho es llamado la propiedad del opuesto de una fracción.

Propiedad

EL OPUESTO DE UNA FRACCIÓN

Para cualquier fracción $\frac{a}{b}, b \neq 0,$ $\quad -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Nota que $\frac{-a}{-b}$ es igual a : $+\frac{a}{b}$, entonces negativo dividido por negativo positivo.

OBJETIVO:

Ya estás preparado para sumar, restar, multiplicar y dividir expresiones algebraic racionales y simplificar la respuesta

Cubre las respuestas y trabaja estos ejemplos.

EJEMPLO 1

Simplifica: $\frac{(x+2)\,(x-3)\,(x-4)}{(x+3)\,(4-x)\,(x+2)}$

$\frac{(x+2)\,(x-3)\,(x-4)}{(x+3)\,(4-x)\,(x+2)}$ Escribe la expresión dada

$= \frac{(x-3)\,(x-4)}{(x+3)\,(4-x)}$ Cancela los factores (x+2)

$= -\frac{x-3}{x+3}$ $\frac{x-4}{4-x}$ es igual a -1 ; (x-3) y (x+3) son conjugados y no se cancelan.

EJEMPLO 2

Efectúa las operaciones y simplifica: $\frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \div \frac{3}{10x}$

$\frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \div \frac{3}{10x}$ Escribe la expresión dada

$= \frac{2x}{3x} - \frac{4}{5x} \cdot \frac{10x}{3}$ Multiplica por el recíproco

$= \frac{2x}{3x} - \frac{40x}{15x}$ Multiplica antes de restar

$= \frac{2}{3} - \frac{8}{3}$ Cancela los factores x. Cancela el factor 5

Resta las fracciones

=-2 Simplifica

EJEMPLO 3

Efectúa las operaciones y simplifica: $\frac{2}{x+7} - \frac{1}{x-7}$

$\frac{2}{x+7} - \frac{1}{x-7}$ Escribe la expresión dada

$= \frac{2}{x+7} \cdot \frac{x-7}{x-7} - \frac{1}{x-7} \cdot \frac{x+7}{x+7}$ Escribe las fracciones con denominadores comunes

$= \frac{2(x-7)-(x+7)}{(x+7)(x-7}$ Suma algebraicamente. Usa el común denominador

$= \frac{2x-14-x-7}{(x+7)(x-7)}$ Distribuye el 2 y el -1 en el numerador

$= \frac{x-21}{(x+7)(x-7)}$ Combina los términos semejantes en el numerador

$= \dfrac{x-21}{x^2-49}$ Multiplica los factores del denominado

(Este paso es opcional)

EJEMPLO 4

Multiplica y simplifica: $\dfrac{x^2-10x+9}{x^2+x-6} \cdot \dfrac{x^2-4}{1-x^2}$

$\dfrac{x^2-10x+9}{x^2+x-6} \cdot \dfrac{x^2-4}{1-x^2}$ Escribe la expresión dada

$= \dfrac{(x-9)(x-1)}{(x+3)(x-2)} \cdot \dfrac{(x+2)(x-2)}{(1-x)(1+x)}$ ¡Factoriza el numerador y el denominado primero! (si multiplicas primero, te meterá en un lío)

$= \dfrac{(x-9)(x-1)(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)(1-x)(1+x)}$ Utiliza la propiedad de la multiplicación de fracciones

$= -\dfrac{(x-9)(x+2)}{(x+3)(1+x)}$ Cancela los factores (*x*-2)

$\dfrac{x-1}{1-x}$ Es igual a -1

$= -\dfrac{x^2-7x-18}{x^2+4x+3}$ Efectúa la multiplicación indicada

EJEMPLO 5

Resta y simplifica: $\dfrac{3x-1}{x^2+2x-15} - \dfrac{2}{x+5}$

$\dfrac{3x-1}{x^2+2x-15} - \dfrac{2}{x+5} =$ Escribe la expresión dada

$= \dfrac{3x-1}{(x+5)(x-3)} - \dfrac{2}{x+5}$ Factoriza el denominador

$= \dfrac{3x-1}{(x+5)(x-3)} - \dfrac{2}{x+5} \cdot \dfrac{x-3}{x-3}$ Escribe las fracciones con denominadores comunes.(Necesitas transformar solamente la segunda fracción)

$= \dfrac{3x-1-2(x-3)}{(x+5)(x-3)}$ Suma algebraicamente los numeradores. Usa el común denominador

$= \dfrac{3x-1-2x+6}{(x+5)(x-3)}$ Distribuye el -2. (¡ Ten cuidado de no perder el signo - !)

$= \dfrac{x+5}{(x+5)(x-3)}$ Combina los términos semejantes.

$= \dfrac{1}{x-3}$ Respuesta

PRÁCTICA ORAL

Di a qué son iguales las siguientes fracciones

Ejemplos	Respuestas
i. $\frac{x-5}{5-x}$	*i.* -1
ii. $\frac{x-5}{x+5}$	*ii.* $\frac{x-5}{x+5}$
iii. $\frac{3}{-x}$	*iii.* $-\frac{3}{x}$

a) $\frac{x-5}{x-5}$ b) $\frac{x-5}{x+5}$ c) $\frac{x-5}{5-x}$

d) $\frac{x+7}{7+x}$ e) $\frac{4x+3}{4x-3}$ f) $\frac{3+4x}{4x+3}$

g) $\frac{4x-3}{3-4x}$ h) $\frac{4x+3}{3x+4}$ i) $\frac{-4}{x}$

j) $\frac{-x}{7}$ k) $\frac{x}{-y}$ l) $\frac{-x}{-y}$

m) $\frac{-(x+6)}{x+6}$ n) $\frac{-(x+9)}{x+6}$ o) $\frac{x-8}{-(-x-8)}$

p) $\frac{-(x+4)}{-(x+4)}$ q) $\frac{-(x+4)}{-(4+x)}$ r) $\frac{-(6-x)}{x-6)}$

s) $\frac{-x+5}{5-x}$ t) $\frac{-(x-7)}{-(x-7)}$

EJERCICIO 3.6

Para los problemas del 1 al 10 simplifica la expresión

1) $\frac{(x+7)(x-3)}{(x-7)(x-3)}$ 2) $\frac{(x-6)(x+3)}{(x+6)(3+x)}$

3) $\frac{(x+5)(x-6)}{(x+5)(6-x)}$ 4) $\frac{(x+5)(x-9)}{(x-5)(9-x)}$

5) $\frac{(a+3)(a-3)(4a-1)}{(3+a)(1-4a)(a+3)}$ 6) $\frac{(m+6)(m-2)(2m+5)}{(6+m)(2m+5)(2-m)}$

7) $\frac{4-y^2}{y^2-4y+4}$ 8) $\frac{x^2-6x+9}{9-x^2}$

9) $\frac{a^2-a-12}{6-a-a^2}$ 10) $\frac{10+3x-x^2}{x2+3x+2}$

Para los problemas del 11 al 40, realiza las operaciones indicadas y simplifica la respuesta.

11) $\frac{5}{9x}+\frac{4}{9x}-\frac{2}{9x}$ 12) $\frac{4}{3x}-\frac{2}{3x}+\frac{7}{3x}$

12)

13) $\frac{a}{5a}+\frac{2}{3a}\cdot\frac{6a}{5}$ 14) $\frac{4y}{3y}-\frac{14}{9y}\cdot\frac{3y}{7}$

15) $\frac{3m}{m+n}+\frac{3n}{m+n}$ 16) $\frac{5y}{x+y}+\frac{5x}{x+y}$

17) $\frac{x^2}{x-y}-\frac{y^2}{x-y}$ 18) $\frac{h^2}{h-5}-\frac{25}{h-5}$

19) $\frac{25}{x-5}-\frac{x^2}{x-5}$ 20) $\frac{36}{x-6}-\frac{x^2}{x-6}$

21) $\frac{2}{a}-\frac{3}{a^2}+\frac{4}{a^3}$ 22) $\frac{5}{x^3}-\frac{6}{x^2}+\frac{7}{x}$

23) $\frac{6}{x^2}\cdot\frac{5}{2x^3}\div\frac{3x^4}{-4}$ 24) $\frac{10}{a^5}\div\frac{5a^4}{6}\cdot\frac{1}{3a^2}$

25) $\frac{6m+12}{5} \cdot \frac{15m}{11m+22}$

26) $\frac{6v-15}{9v} \cdot \frac{v}{6v-30}$

27) $\frac{3a}{a-2} \cdot \frac{26}{a-2}$

28) $\frac{7m}{m+5} + \frac{35}{m+5}$

29) $\frac{25-p^2}{12} \cdot \frac{6}{p-5}$

30) $\frac{4}{1-s^2} \cdot \frac{s+1}{4}$

31) $\frac{3}{x+4} + \frac{3}{x-4}$

32) $\frac{7}{x-3} + \frac{4}{3-x}$

33) $\frac{a}{a+3} \cdot \frac{3+a}{a^2+2a}$

34) $\frac{x^2-x-12}{x^2-x-30} \cdot \frac{x^2-36}{9-x^2}$

35) $\frac{x^2+5x-14}{x^2-49} \div \frac{4-x^2}{x^2+9x+14}$

36) $\frac{2x-11}{x^2-7x+12} + \frac{2}{x+5}$

37) $\frac{5x+17}{x^2+8x+7} - \frac{3}{x+7}$

38) $\frac{2}{x-1} - \frac{x+9}{x^2+3x-4}$

39) $\frac{2x-36}{x^2-4x-12} + \frac{3}{x-6}$

40) $\frac{5x-27}{x^2-9} + \frac{2}{x-3}$

CAPÍTULO 4

ECUACIONES LINEALES

En este capítulo trabajarás con cantidades que pueden tomar diferentes valores. Por ejemplo, si un jardinero cobra $35.00 por arreglar el jardín de cada casa, el ingreso diario que obtendrá por este trabajo será una cantidad variable, dependiendo de cuántos jardines arregle por día.

El nombre de ÁLGEBRA proviene de la palabra arábiga AL-JABR, que significa "ciencia de la reducción y comparación". Un tipo de problema en álgebra es: si el jardinero anterior arregla 3 jardines diarios, ¿cuánto dinero ganará? Otro problema es: si quiere ganar $280.00 diarios, ¿cuántos jardines deberá arreglar diariamente? Las respuestas, por supuesto, son $ 105.00 y 8 jardines respectivamente. En álgebra aprenderás a reducir problemas complicados a sencillos, utilizando letras para representar cantidades cuyo valor cambia y a establecer expresiones y ecuaciones en términos de estas variables.

En este capítulo resolverás ecuaciones que tienen expresiones en uno o ambos miembros. Estas expresiones pueden representar casos del mundo real tales como la cantidad de trabajo realizado por obreros que empiezan en distintos tiempos. La variable x representa el número de días que el primer grupo de trabajadores ha laborado.

La expresión $x-2$ representa el número de días que el segundo grupo ha trabajado.

Las expresiones $9x$ y $12(x-2)$ representan la cantidad de trabajo realizado por cada grupo.

La ecuación $9x=12(x-2)$ quiere decir que cada grupo de trabajadores ha hecho el mismo trabajo.

FONDO UNIVERSITARIO

CAPÍTULO 4

ECUACIONES LINEALES

En este capítulo trabajarás con cantidades que pueden tomar diferentes valores. Por ejemplo, si un jardinero cobra $35.00 por arreglar el jardín de cada casa, el ingreso diario que obtendrá por este trabajo será una cantidad variable, dependiendo de cuántos jardines arregle por día.

El nombre de ÁLGEBRA proviene de la palabra arábiga AL-JABR, que significa "ciencia de la reducción y comparación". Un tipo de problema en álgebra es: si el jardinero anterior arregla 3 jardines diarios, ¿cuánto dinero ganará? Otro problema es: si quiere ganar $280.00 diarios, ¿cuántos jardines deberá arreglar diariamente? Las respuestas, por supuesto, son $ 105.00 y 8 jardines respectivamente. En álgebra aprenderás a reducir problemas complicados a sencillos, utilizando letras para representar cantidades cuyo valor cambia y a establecer expresiones y ecuaciones en términos de estas variables.

En este capítulo resolverás ecuaciones que tienen expresiones en uno o ambos miembros. Estas expresiones pueden representar casos del mundo real tales como la cantidad de trabajo realizado por obreros que empiezan en distintos tiempos. La variable x representa el número de días que el primer grupo de trabajadores ha laborado.

La expresión $x-2$ representa el número de días que el segundo grupo ha trabajado.

Las expresiones $9x$ y $12(x-2)$ representan la cantidad de trabajo realizado por cada grupo.

La ecuación $9x=12(x-2)$ quiere decir que cada grupo de trabajadores ha hecho el mismo trabajo.

4.1 INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES LINEALES

Una colección de números, signos de operación, y símbolos de agrupación (paréntesis, corchetes, vínculos) es llamada una ***expresión***. Encontrar el valor de una expresión es llamado ***evaluación*** de la expresión, así por ejemplo, en la expresión:

3+(7x9)

su valor es 66. Consideremos el caso que no se te dice un número en esta expresión.

3+(__x9)

Se acostumbra usar una letra tal como *x, y* o *z* para simbolizar un número que puede tomar diferentes valores en diferentes ocasiones. En lugar de usar un espacio en blanco, la expresión arriba citada se escribiría:

3+(*x* x 9)

Una letra tal como *x* es llamada variable.

Definición

VARIABLE:
Una variable es una letra que representa un conjunto de números. (Puede representar diferentes números en diferentes ocasiones, pero representa el mismo número en cada lugar en que aparezca en la expresión).

Para evaluar una expresión conteniendo una variable, debe decirse qué valor usar para la variable. Después, sustituir la variable por ese numero y evaluar la expresión. Los símbolos tales como 14, 7.8 ó ¾ que simbolizan al mismo número todo el tiempo son llamados ***constantes.***

Definición

SUSTITUIR
Sustituir significa reemplazar una variable por una constante (tal como 3, 158, 1001, etc.).

FONDO UNIVERSITARIO