En la parte final del texto se incluye una tabla de funciones trigonométricas con una aproximación de cuatro cifras decimales para ángulos de 0° a 90° a intervalos de cada 10 minutos, en la que el procedimiento para su uso se resume a continuación:

i) Para encontrar los valores de las funciones trigonométricas para ángulos entre 0° y 45°, localiza el ángulo al lado izquierdo de la tabla y el nombre de la función en la parte superior de la columna.

ii) Para encontrar los valores de las funciones trigonométricas para ángulos entre 45° y 90°, localiza el ángulo en el lado derecho de la tabla y el nombre de la función en la parte inferior de la columna.

iii) En cada renglón la suma de los ángulos de la columna izquierda con los de la derecha es de 90°, pues las tablas están basadas en la igualdad de las cofunciones de ángulos complementarios. Así, sen 57°=cos(90°-57°)=cos33°

iv) Para encontrar el ángulo agudo teniendo como dato el valor de la función trigonométrica, busca en las dos columnas cuyo encabezado sea la función correspondiente hasta encontrar el valor dado. Si el encabezado de la función se encuentra arriba de la columna, la respuesta es el ángulo de la izquierda; si el encabezado de la función se encuentra en la parte de abajo de la columna, la respuesta es el ángulo de la derecha.

En este capítulo y en el próximo, puedes utilizar la tabla anterior para encontrar los valores de las funciones trigonométricas leyendo el valor directamente de las tablas, siempre que utilices una solución manual del problema.

Ejemplo 1

Encuentra el valor de las siguientes funciones:

a) sen 34°40' c) tan 55°20'
b) cos 72° d) cot 41°50'

Solución

a) Localiza 24°40' en la columna de la izquierda (ya que, 24°40'<45°) y lee el valor contenido en la casilla que coincide con el "sen" de la parte superior de la tabla:
sen 24°40' = 0.4173

b) Localiza 72° en la columna de la derecha (ya que 72°>45°) y lee el valor contenido en la casilla que coincide con el "cos" en la parte inferior de la tabla:
cos 72° = 0.3090

c) Tan 55°20' = 1.4460. Dado que 55°20'>45°, se lee la función en la parte inferior de la tabla.

d) Cot 41°50' = 1.1171. Lee en la parte superior de la tabla dado que 41°50'<45°

Ejemplo 2

Dado el valor de la función encuentra el ángulo correspondiente

a) sen A = 0.2924 c) sec C = 1.8361
b) tan B = 2.7725 e) cos D= 0.8886

Solución

El procedimiento es el inverso al que se expreso en el ejemplo anterior:

a) Si sen A = 0.2924 ---> A = 17°
b) Si tan B = 2.7725 ---> B = 70°10'
c) Si sec C = 1.8361 ---> C = 57°
d) Si cos D = 0.8886 ---> D = 27°30'

Para determinar el valor aproximado de una función trigonométrica de un ángulo medido en minutos que no es múltiple de 10' como en sen 24°43', se obtiene una proporción entre los valores de los dos ángulos mas cercanos (24°40' y 45°50') utilizando el método de "interpolación lineal". Este proceso se muestra en los ejemplos siguientes

Ejemplo 3

Encuentra el valor de: sen 24°43'

Solución

El valor de sen 24°43' debe ser un valor que este entre sen 24°40' y sen 24°50'

Se escriben los valores de los tres ángulos en orden ascendente; se buscan los valores de sen 24°40' y sen 24°50' en la tabla y se plantea una proporción directa:

sen 24°40' = 0.4173
sen 24°43' =
sen 24°50' = 0.4200

$$x = \frac{3(0.0027)}{10}$$

Así, la corrección es x=0.0008

A medida que el ángulo aumenta, aumenta también el seno del ángulo:

sen 24°43' = 0.4173 + 0.0008
sen 24°43' = 0.4181

(**NOTA**: cuando se interpola de un ángulo menor a otro mayor, como en el ejemplo anterior, la corrección se suma para el valor del ángulo menor para encontrar el seno, la tangente y la secante; pero se resta al mayor para encontrar el coseno, la cotangente y la cosecante, pues el valor de estas funciones decrecen cuando el ángulo agudo aumenta).

Ejemplo 4

Encuentra A, si cot A = 0.6345

Solución
El valor de 0.6345 esta entre los valores de cot 57°30' y cot 57°40'.

cot 57°30' = 0.6371
cot A = 0.6345
cot 57°40' = 0.6330

$$\frac{x}{10} = \frac{0.0015}{0.0041}$$

$$x = \frac{0.0015}{0.0041}(10')$$

Así, la corrección es x=4' (redondeando al minuto mas cercano). Al restar la corrección (dado que la función es cotangente) se tiene que:

A=57°40'-4'
A=57°36'

Hoy dia el uso de las calculadoras proporciona el medio mas conveniente para encontrar los valores específicos de las funciones trigonométricas.

Cuando la utilices para encontrar el valor de alguna función trigonométrica, debes asegurarte de seguir el procedimiento indicado por el manual de la calculadora . En general, el procedimiento es el siguiente:

i) Asegúrate de que la calculadora este en el modo de grados (degree mode)
ii) Introduce el valor del ángulo en grados.
iii) Presiona la tecla de la función trigonométrica deseada (para las funciones cotangente, secante y cosecante se utiliza el reciproco de la función correspondiente).
iv) Lee el valor de la función desplegado en la pantalla.

Al utilizar la calculadora para encontrar un ángulo agudo, cuando se conoce el valor de la función trigonométrica, se utiliza la operación inversa, tecla INV o la tecla de las segundas funciones (2nd). Se introduce el valor de la función, después se presiona la tecla INV o la segunda función (2nd) y se presiona la tecla de la función trigonométrica deseada. Se utiliza el modo de grados para obtener el resultado en grados.

Ejemplo 5

Utilizando la calculadora encuentra el valor de las siguientes funciones trigonométricas:
a) tan 48°23
b) cot 37°20'

Solución
a) i) La calculadora debe estar en modo grados (degree mode)

tan 48°23' = tan $\left(48+\frac{23}{60}\right)^{\circ}$

ii) Introduce el 48, presiona la tecla (+), introduce el 23, presiona la tecla (÷), introduce 60, presiona la tecla (=).

iii) Presiona la tecla (tan)

iv) tan 48°23' = 1.1257 redondeando a 4 cifras decimales

b) i) La calculadora debe estar en modo grados (degree mode)

cot 37°20' = cot $\left(37+\frac{20}{60}\right)^{\circ}$

ii) Introduce el 37, presiona la tecla (+), introduce el 20, presiona la tecla (÷), introduce el 60, presiona la tecla (=).

iii) Presiona la tecla (tan)

iv) Presiona la tecla (1/x) o divide 1 entre el valor de tan 37°20'

v) cot 37°20' = 1.3111 redondeando a 4 cifras decimales

Dado el valor de una función trigonométrica, el valor del ángulo se puede encontrar fácilmente en grados y decimales mediante el uso de una calculadora. Si los ángulos se desean en minutos, se toma la parte decimal y se multiplica por 60', redondeando el resultado según se requiera.

Ejemplo 6

Encuentra A, si
a) sen A = 0.4234
b) sec A = 3.4172

Solución

a)
i) La calculadora debe estar en modo grados (degree mode).
ii) Introduce 0.4234, presiona la tecla (INV) y la tecla (Sen)
iii) A=25.05° (al centésimo mas cercano)
iv) Recuerda el numero entero de grados, 25°
v) Presiona la tecla (-), introduce 25, presiona la tecla (=), presiona la tecla (x), introduce 60 y presiona la tecla (=).
vi) El valor redondeado al minuto mas cercano es 3'
vii) A=25°3'

b)
i) La calculadora debe estar en modo grados (degree mode)
ii) Introduce 3.4172, presiona la tecla (1/x), o bien introduce 1, presiona (÷), introduce 3.4172 y presiona la tecla (=)
iii) Presiona la tecla (INV) y la tecla (Cos)
iv) A=72.98° al centésimo mas cercano, o bien
v) Recuerda el número entero de grados, 72°
vi) Presiona la tecla (-), introduce 72, presiona la tecla (=), presiona la tecla (x), introduce 60 y presiona la tecla (=)
vii) El valor redondeado al minuto mas cercano es 59'
viii) A=72°59'

Los ángulos de 30°, 45° y 60°, por sus propiedades geométricas, aparecen tan frecuentemente que a veces se les llama "ángulos especiales". Es relativamente fácil determinar los valores exactos de las funciones trigonométricas de estos ángulos sin la necesidad de usar una calculadora o las tablas. El procedimiento para determinar estos valores se muestra a continuación.

Si en el cuadrado ABCD de la figura 3.2 se traza la diagonal AB, se obtienen dos triángulos rectángulos iguales, y puesto que los catetos de esos triángulos son iguales por ser lados de un cuadrado, resulta que los dos ángulos agudos de cada triángulo serán iguales a la mitad de 90°, ó sea, 45°. Por consiguiente,

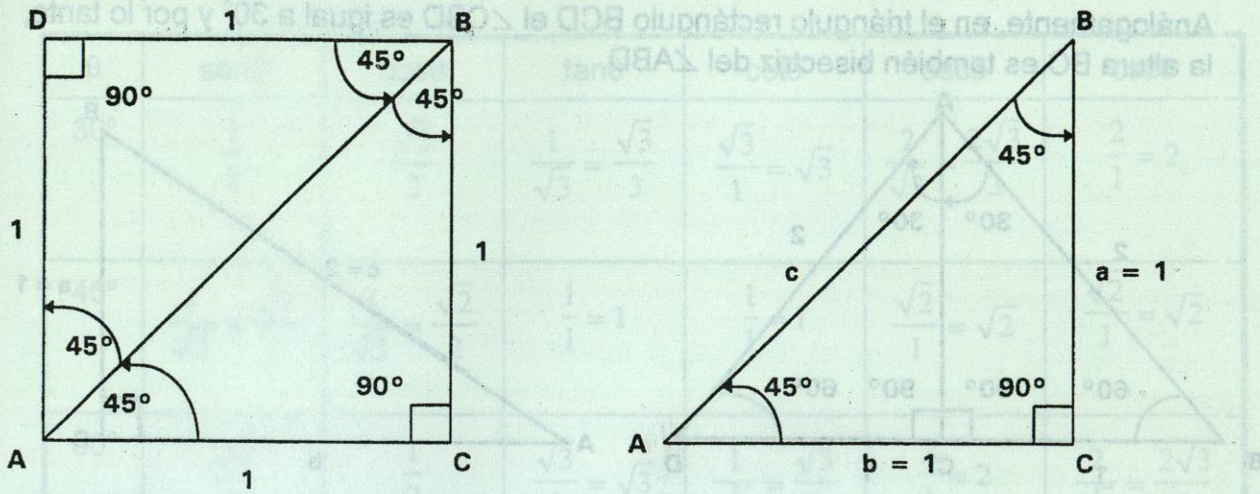

Fig. 3.2

si tomamos los lados del cuadrado iguales a una unidad, cualquiera que esta sea, y dibujamos separadamente el triángulo rectángulo ABC (fig. 3.2), por el teorema de Pitágoras, obtendremos que:

$c^2=a^2+b^2$
$c^2=1^2+1^2$
$c^2=2$

Por lo tanto c= $\sqrt{2}$

y las funciones trigonométricas del $\angle A = \angle B = 45°$

$\text{sen } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\csc 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\sec 45° = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$ $\quad$ $\cot 45° = \frac{1}{1} = 1$

Ya hemos dicho que el triángulo equilátero es también equiangular midiendo cada ángulo 60° ($\angle A=\angle B=\angle C=60°$). En el triángulo equilátero ABD de la figura 3.3, se ha trazado por el vértice B la altura BC que es perpendicular a la base AD, y por consiguiente, los dos ángulos en C son rectos. Los dos triángulos ABC y BCD son pues, rectángulos. Entonces, como en el triángulo rectángulo ABC, la suma de los ángulos A y ABC es igual a 90° y $\angle A=60°$, por lo tanto $\angle ABC$ es igual a 30°.