tan H= $\frac{h}{d}$

Como conocemos "h" y "d", esta fórmula da en seguida la tangente del ∠H,

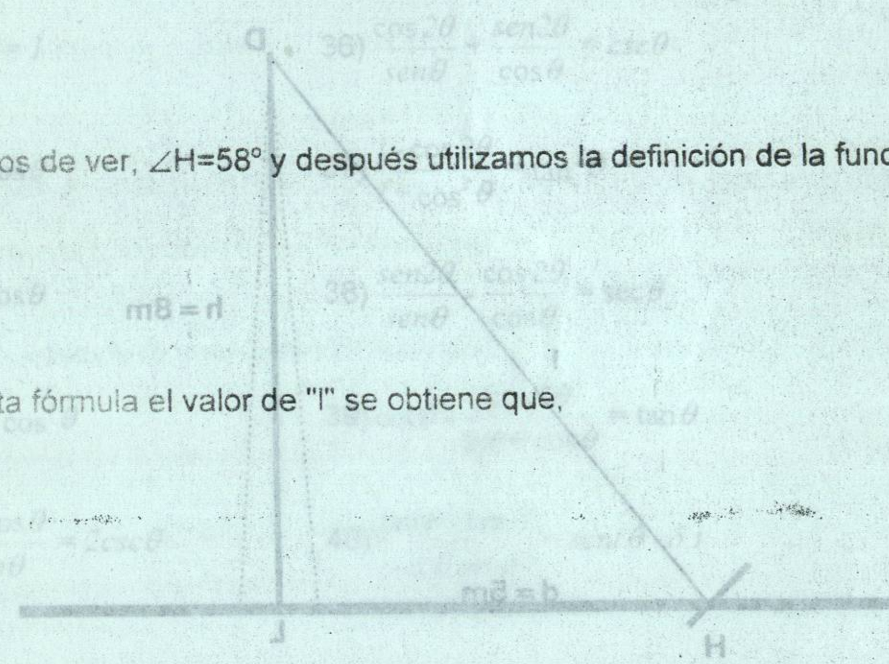
tan H = $\frac{8m}{5m}$ = 1.6

Ya conocida la tangente, buscamos en las tablas trigonométricas o con una calculadora, el valor del ángulo de inclinación H,
∠H=58°

Una vez conocido el ∠H, el ∠D = 90°-∠H,
∠D= 90°-58°=32°

La longitud de "l" del alambre se pudo haber determinado también sin utilizar el teorema de Pitágoras, si primero calculamos el ∠H por la fórmula;

tan H= $\frac{h}{d}$



que como acabamos de ver, ∠H=58° y después utilizamos la definición de la función seno del ∠H,

sen H = $\frac{h}{l}$

Despejando de esta fórmula el valor de "l" se obtiene que,

l = $\frac{h}{sen\ H}$

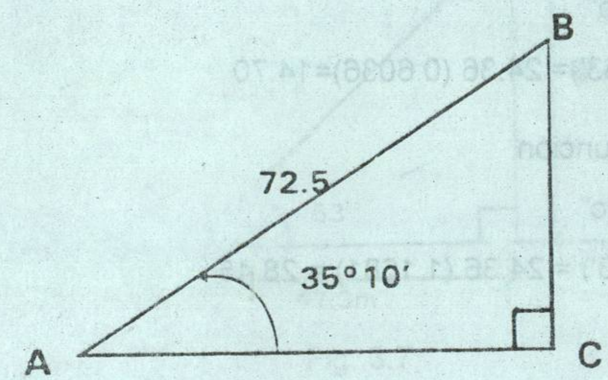
por lo tanto,

l = $\frac{8m}{sen\ 58^o} = \frac{8}{0.8480} = 9.43m$

De manera que eligiendo de entre las funciones trigonométricas del triángulo rectángulo aquella que involucra los datos y la incógnita, y transformándola convenientemente mediante los métodos algebraicos, tenemos a nuestra disposición ecuaciones y fórmulas que nos permiten calcular cualquier lado o ángulo de un triángulo rectángulo cuando se dan suficientes datos.

Ejemplo 1

En el _ABC de la figura, donde ∠A=35°10'y c=72.5; resuelve el triángulo rectángulo, es decir, encuentra la medida de: a) ∠B, b) el lado a y c) el lado b



Solución:

a) ∠B=90°-∠A=90°-35°10'=89°60'-35°10'=54°50'

b) sen A= $\frac{a}{c}$; despejando "a" de esta fórmula,

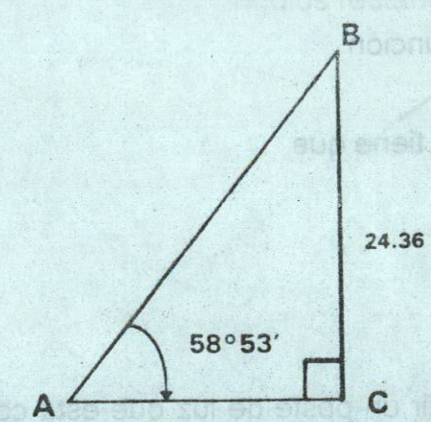
a=c (sen A) = 72.5 (sen 35°10')=72.5 (0.5760)=41.8

c) cos A= $\frac{b}{c}$; despejando "b" de esta fórmula

b=c (cos A) = 72.5 (cos 35°10')=72.5 (0.8175)=59.3

Ejemplo 2

Resuelve el triángulo rectángulo ABC de la siguiente figura, donde a =24.36 y ∠A=58°53'



Solución

a) El $\angle B=90°-\angle A= 90°-58°53'=89°60'-58°53'=31°7'$

b) Para el lado "b" se utiliza la función

$\cot A= \frac{b}{a}$; y despejando "b"

$b= a(\cot A) = 24.36 (\cot 58°53')= 24.36 (0.6036)=14.70$

c) Para el lado "c" se utiliza la función

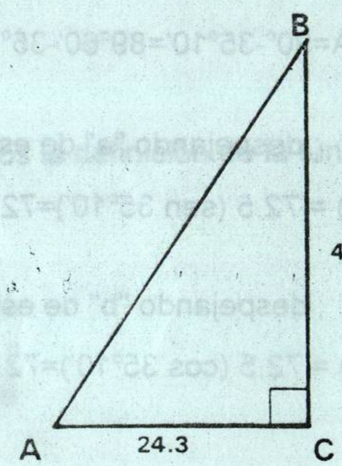
$\csc A= \frac{c}{a}$; y despejando "c"

$c=a(\csc A) = 24.36 (\csc 58°53') = 24.36 (1.1681) = 28.45$

Ejemplo 3

Resuelve el triángulo rectángulo ABC de la siguiente figura, donde a=43.9 y b=24.3

Solución



a) $\tan A= \frac{a}{b} = \frac{43.9}{24.3} = 1.8066$

por lo tanto $\angle A=61°$

b) $\angle B=90°-\angle A=90°-61°=29°$

c) Para el lado "c" se utiliza la función

$\csc A = \frac{c}{a}$; despejando "c", se tiene que

$c=a(\csc A)=43.9 (\csc 61°)=43.9 (1.1434) =50.2$

o bien, se pudo haber utilizado la función

$\text{sen } A = \frac{a}{c}$; y despejando "c", se tiene que

$$c= \frac{a}{\text{sen } A} = \frac{43.9}{\text{sen } 61°} = \frac{43.9}{0.8746} = 50.2$$

Ejemplo 4

Supón que te dan el trabajo de medir un poste de luz que esta colocado afuera de un negocio. Como es muy difícil para tí subirte para medirlo, decides medirlo desde el piso. De un punto situado a 47.3 metros del poste, encuentras que con un

teodolito el ángulo del piso a la punta del poste es de 53°. (Fig. 3.7) ¿Cuál es la altura del poste?

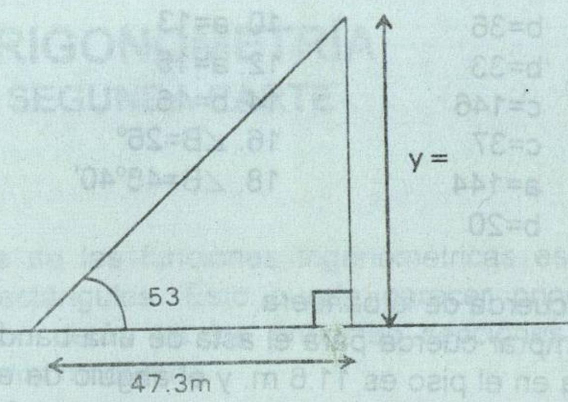


Fig. 3.7

Solución

Con la figura puedes ver que se forma un triángulo rectángulo, donde el cateto adyacente = 47.3 m y la incógnita es el cateto opuesto.

Así que con la definición de la tangente del ángulo dado tenemos:

$\tan 53° = \frac{y}{47.3}$

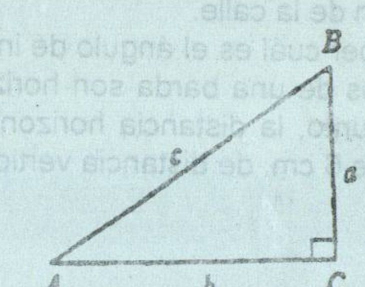
$y=47.3 \times \tan 53°$

$y=47.3 \times 1.327$

$y=62.77$ *metros*

Ejercicio 3.4

Resuelve cada uno de los siguientes triángulos rectángulos ABC;



Dados:

1. $\angle B=36°52'$ y c=35 2. $\angle B=11°25'$ y c=101
3. $\angle A=67°23'$ y c=39 4. $\angle A=58°7'$ y a=45

5. $\angle A=73°44'$ y a=36
6. $\angle A=59°29'$ y b=33
7. $\angle A=61°56'$ y b=32
8. $\angle A=64°57'$ y c=85
9. $\angle B=12°41'$ y b=36
10. a=13 y b=84
11. a=180 y b=33
12. a=15 y c=113
13. a=96 y c=146
14. b=16 y c=65
15. b=12 y c=37
16. $\angle B=26°$ y a=80
17. $\angle B=6°44'$ y a=144
18. $\angle B=48°40'$ y c=22.5
19. $\angle B=43°36'$ y b=20

20. Problema de la cuerda de la bandera.
Si necesitas comprar cuerda para el asta de una bandera y observas que la sombra del asta en el piso es 11.6 m. y el ángulo de elevación del sol es de 35°40'. ¿De qué tamaño debes de comprar la cuerda?

21. Problema de la torre de observación.
La torre más alta del mundo mide 553 m. de altura y se encuentra en Toronto, si la sombra que proyecta en el piso mide 1100 metros de longitud ¿Cuál será el ángulo de elevación del sol a esa hora del día?

22. Problema del faro de luz.
Un observador ve desde lo alto de un faro de 60 m. de altura un barco en el agua, con un ángulo de depresión de 12°42' ¿Cuál será la distancia del barco a la torre?

23. Problema de la radioterapia.
Un tubo de rayos gamma es usado para tratar un tumor que se encuentra 5.7 cm. debajo de la piel del paciente, para no dañar un órgano que esta arriba del tumor, el técnico mueve el tubo 8.3 centímetros hacia un lado. ¿Cuál será el ángulo del tubo para que los rayos peguen en el tumor? ¿Cuánto tendrá que viajar el rayo a través de la piel?

24. Problema de la inclinación de la calle.
Cierta persona desea saber cuál es el ángulo de inclinación de una calle. Se da cuenta que los ladrillos de una barda son horizontales con respecto a la calle y mide desde un punto, la distancia horizontal es de 35 cm. y de ahí hacia abajo el ladrillo mide 6 cm. de distancia vertical hacia la calle. ¿Cuál es el ángulo de inclinación?

25. Problema del misil.
Un observador se encuentra a 4.8 km. del lanzamiento de un misil y lo ve ascender.
a. A un determinado tiempo, el ángulo de elevación es 30°25' ¿Qué tan alto está el misil? ¿Qué tan lejos esta del observador?
b. ¿Cuál será el ángulo de elevación cuando el misil alcance 30 km. de altura?

CAPÍTULO 4

TRIGONOMETRÍA
SEGUNDA PARTE

Unos de los principales usos de las funciones trigonométricas es para calcular dimensiones en triángulos rectángulos. Esto puede parecer principalmente de interés académico, pero como verás en las próximas secciones, los tipos de aplicaciones pueden ser bastante modernos.

A menudo en las aplicaciones aparecen datos incompletos sobre los ángulos o longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo, datos cuyos valores son necesarios. Al proceso de determinar las partes restantes de un triángulo rectángulo, si se conocen algunas de ellas, se le llama "resolución de un triángulo rectángulo".

Un triángulo está compuesto básicamente de seis partes, los tres lados y los tres ángulos ; un triángulo rectángulo queda determinado completamente si conoces, aparte del ángulo recto : a) un lado y un ángulo agudo, o b) dos lados.

Así, al resolver triángulos rectángulos harás uso de las funciones trigonométricas, del teorema de Pitágoras y del hecho de que los dos ángulos agudos son complementarios. Usualmente encontrarás ventajoso hacer un bosquejo aproximado del triángulo ; esto te ayudará a determinar que funciones trigonométricas puedes usar para encontrar las partes desconocidas.