Ejemplo 2

En el Δ ABC, a=6, b=5 y $\angle$ B=27. Encuentra los posibles valores de c.

Solución :

Como a>b, solo hay un posible triángulo (Fig. 4.19)

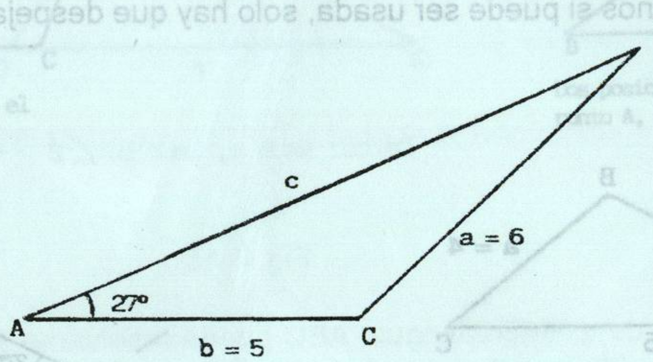

Fig. 4.19

Por la Ley de los Cosenos

$$6^2=c^2+5^2-2(c)(5)\cos 27^\circ$$

$$0= c^2-8.91c-11$$

$$c=\frac{8.91\pm\sqrt{(8.91)^2-4(1)(-11)}}{2}$$

$$c=10.009 \text{ ó } -1.099$$

$\therefore$ c=10.01 Redondeando a dos decimales.

Nota: El valor negativo en c, confirma que solo hay un posible triángulo.

Ejemplo 3

En el Δ ABC, a=2, b=5 y $\angle$ A=27°. Encuentra los valores posibles de c.

Solución :

Utilizando la Ley de los Cosenos

$$(2)^2=c^2+5^2-2(c)(5)\cos 27^\circ$$

$$0=c^2-8.91c+21$$

$$c=\frac{8.91\pm\sqrt{(8.91)^2-4(1)(21)}}{2(1)}$$

$$c=\frac{8.91\pm\sqrt{-4.61}}{2}$$

No hay solución por el valor negativo del radicando

$\therefore$ No hay triángulo (Fig. 4.20)

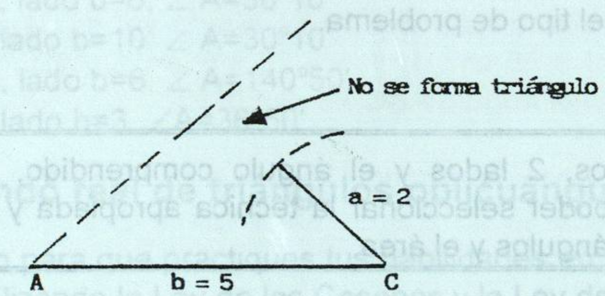

Fig. 4.20

Ejercicio 4.5

Para los siguientes problemas encuentra la longitud del lado indicado

1. En Δ ABC, $\angle$ B=32°, lado a=5 y lado b=4. Encuentra lado c.
2. En Δ XYZ, $\angle$ X=13, lado x=13 y lado y=6. Encuentra lado z.
3. En Δ ABC, $\angle$ B=33°, lado a=4 y lado b=5. Encuentra lado c.
4. En Δ XYZ, $\angle$ X=13°, lado x=11 y lado y=14. Encuentra lado z.
5. En Δ ABC, $\angle$ B= 32°, lado a=4, lado b=2. Encuentra lado c.
6. En Δ XYZ, $\angle$ X=13°, lado x=11, lado y=60. Encuentra lado z.
7. En Δ ABC, $\angle$ A=130°, lado a=20, lado c=16. Encuentra lado b.
8. En Δ ABC, $\angle$ A=170°, lado a=19 y lado c=11. Encuentra lado b.

En los siguientes problemas determina si hay uno o dos triángulos y luego encuentra los valores del ángulo que se pide.

9. En Δ ABC, $\angle$ A=19°, lado a=26 y lado c=31. Encuentra $\angle$ C.
10. En Δ HDJ, $\angle$ H=27°, lado h=50 y lado d=20. Encuentra $\angle$ D.
11. En Δ XYZ, $\angle$ X=58°, lado x=9.4, lado z=7.3. Encuentra $\angle$ Z.
12. En Δ BIG, $\angle$ B=110°, lado b=100 y g =90. Encuentra $\angle$ G.

4.6 Solución general de triángulos.

Ya haz aprendido las técnicas necesarias para resolver triángulos oblicuángulos, estas son la Ley de los Senos y la Ley de los Cosenos, pero se te indicaba cuando usar una u otra; en esta sección tendrás que saber cuándo usarlas sólo mencionándote el tipo de problema.

Objetivo

Dado tres lados, 2 lados y el ángulo comprendido, 2 lados y el ángulo no comprendido, poder seleccionar la técnica apropiada y calcular el otro lado o la medida de los ángulos y el área.

Algunas ocasiones puedes usar la Ley de los Senos o Cosenos para cualquier problema, pero a veces no funcionan para algunas situaciones. En seguida te daremos una guía para que reconozcas situaciones donde determinada técnica si funciona.

Técnicas para la solución de triángulos

1. La Ley de los Cosenos involucra tres lados. Así que, no funciona cuando te dan dos ángulos y un lado.
2. La Ley de los Senos involucra la razón del seno de un ángulo y la longitud de su lado opuesto, así que, no funciona cuando no hay ningún ángulo conocido (tres lados) o cuando solo se conocen dos lados y el ángulo comprendido.
3. La Ley de los Senos no debe ser usada para encontrar medidas de ángulos a menos que ya conozcas si es un ángulo agudo u obtuso.
4. La fórmula del área requiere que conozcas dos lados y el ángulo incluido, así que, si no los tienes debes calcularlos primero.

El siguiente ejercicio requiere que selecciones la técnica apropiada para que resuelvas el problema.

Ejercicio 4.6

En los siguientes problemas encuentra los datos faltantes

1. En Δ ABC, lado a=3, lado b=4, $\angle$ C=71°20'
2. En Δ ABC, lado a=8, lado b=5, $\angle$ C=32°40'
3. En Δ ABC, lado a=28, lado b=58, $\angle$ C=22°50'
4. En Δ ABC, lado a=16, lado b=38. $\angle$ C=81°30'
5. En Δ ABC, lado a=18, lado b=19, lado c=17
6. En Δ ABC, lado a=3, lado b=4, lado c=2
7. En Δ ABC, lado a=9, lado b=10, lado c=18
8. En Δ ABC, lado c=28, $\angle$ A=121°50', $\angle$ B=15°10'
9. En Δ ABC, lado c=48, $\angle$ A=11°20', $\angle$ B=27°30'
10. En Δ ABC, lado c=17, $\angle$ A=83°20'. $\angle$ B=88°30'
11. En Δ ABC, lado a=5, lado b=7, $\angle$ A=25°40'
12. En Δ ABC, lado a=10, lado b=6, $\angle$ A=30°10'
13. En Δ ABC, lado a=6, lado b=10, $\angle$ A=30°10'
14. En Δ ABC, lado a=10, lado b=6, $\angle$ A=140°50'
15. En Δ ABC, lado a=5. lado b=3, $\angle$A=36°50'

4.7 Problemas del mundo real de triángulos oblicuángulos

La siguiente sección se hizo para que practiques tus habilidades en la solución de triángulos oblicuángulos utilizando la Ley de los Cosenos y la Ley de los Senos.

Objetivo

A partir de un enunciado serás capaz de dibujar un triángulo oblicuángulo y calcularás los datos que se te piden.

Ejercicio 4.7

Resuelve los siguientes problemas del mundo real.

1. Dos lados de un paralelogramo son 83 y 140 m., y una de las diagonales mide 189 m. Calcular el área de uno de los triángulos que forma la diagonal con los lados del paralelogramo.

2. Calcular el perímetro y el área de un paralelogramo, si una de sus diagonales mide 17 m. y los ángulos que forma ésta con los lados del paralelogramo son de 35° y 49°.

3. Dos hombres que están en el campo, separados 3000 m. uno del otro, observan un helicóptero. Sus ángulos de elevación respecto al helicóptero son de 60° y 75°. Determina la altura del helicóptero.

4. Los tres lados que limitan un terreno miden 320, 480 y 500 m. respectivamente. Calcula los ángulos que forman dichos lados.

5. Un puente de 24 m. de largo une dos colinas cuyas laderas forman con el horizonte ángulos de 23° y 32° ¿Cuál es la altura del puente con respecto al vértice del ángulo formado por las laderas?

6. Para medir la altura de una montaña, una persona ve hacia la cresta desde un punto A y encuentra su Angulo de elevación de 35°40' después desde un punto B, alejado 500 m. de A. Encuentra su ángulo de elevación de 21°30'. ¿Cuál es la altura de la montaña?

7. Un buque sale de un puerto hacia el sur y navega 84km. Después vira al sudoeste y navega 120 km.
   a ¿Qué distancia tendrá que recorrer para regresar al puerto?
   b ¿Qué rumbo habrá de tomar?

8. Una pieza de artillería está en A y no puede ver el blanco C. Si el puesto de mando B está a 35 km. de A y a 22 km. de C, calcula la distancia de la pieza al blanco si el ángulo ABC es de 50°10'.

9. Tres circunferencias cuyos radios miden 115, 150 y 225 cm. son tangentes exteriormente entre sí. Encuentra los ángulos que forman cuando se unen los centros de dichas circunferencias.

10. Para calcular la anchura BC de una bahía se miden, desde un punto A, dos distancias, AB y AC, y el ángulo BAC. AB=8 km, AC=9 km y ∠ BAC=65°30' ¿Cuál es el ancho de la bahía?

CAPÍTULO 5

GEOMETRÍA ANALÍTICA
PRIMERA PARTE

La idea básica de la Geometría Analítica consiste en sustituir problemas de índole geométrica por otros de carácter algebraico, lo cual se logra mediante el empleo de ciertos recursos que son los llamados: Sistemas de Coordenadas.

Comenzaremos por presentar los más frecuentemente utilizados, que son los sistemas de coordenadas Cartesianas, así llamados en honor de René Descartes, filósofo, matemático y físico francés, nacido en 1596 y fallecido en 1650, quién escribió una obra de extraordinaria importancia para la Ciencia Universal, que incluía en su última parte lo que fue de hecho el primer tratado de Geometría Analítica, la obra se llamaba: Discurso del Método.

Podemos afirmar que después del florecimiento de la Geometría en la época de los griegos, se produjo un estancamiento en esta importantísima rama de la Matemática, del que no saldría, hasta la publicación en 1637, de la Geometría de Descartes, y que sin la Geometría Analítica es imposible dominar el Cálculo Diferencial e Integral, que constituye a su vez, una herramienta imprescindible en la formación de Ingenieros, Físico - Matemáticos, Químicos, Economistas y otros profesionistas.

Así pues, lo que vas a estudiar a continuación puede ser de extraordinaria importancia para ti. Confiamos en que te será útil.