Observación:

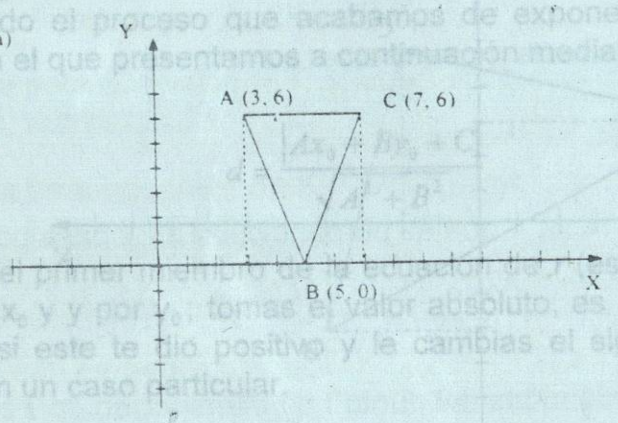
Es importante notar que no tuvimos necesidad de hallar valores aproximados de $\sqrt{68}$ y $\sqrt{136}$.

Ejemplo 4

Dados los puntos A(3, 6); B(5, 0) y C(3, 6).

a) Representar el triángulo ABC
b) Comprobar en forma analítica que dicho triángulo es isósceles.

Solución



b) Aplicamos la fórmula de la distancia entre dos puntos, usando las tres parejas posibles de vértices.

$$AB^2 = (5 - 3)^2 + (0 - 6)^2 = 4 + 36 = 40, \text{ entonces } AB = \sqrt{40}$$
$$BC^2 = (7 - 5)^2 + (6 - 0)^2 = 4 + 36 = 40, \text{ entonces } BC = \sqrt{40}$$
$$CA^2 = (7 - 3)^2 + (6 - 6)^2 = 16, \text{ entonces } CA = \sqrt{16} = 4.$$

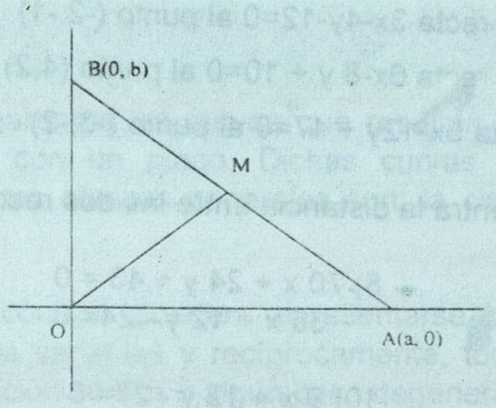
Sea, en el triángulo ABC hay dos lados que tienen la misma longitud, que son AB y BC. Y como esta longitud es distinta a la del lado CA, el triángulo es isósceles, pero no equilátero (pues en tal caso los tres lados deberían tener la misma longitud).

Ejemplo 5

Demostrar analíticamente que, si en un triángulo rectángulo se une el vértice del ángulo recto con el punto medio de la hipotenusa, el segmento obtenido de esta forma tiene por longitud la mitad de la hipotenusa.

Solución

En este caso no nos hablan de sistemas de coordenadas. Seremos nosotros los que introduciremos un sistema en una posición ventajosa, pues nos permitirá llevar a cabo la demostración con una gran facilidad. Sean "a" y "b" las longitudes de los catetos. En la figura siguiente mostramos el sistema de coordenadas y la forma o posición en que colocamos el triángulo:



Si M es el punto medio de la hipotenusa, las fórmulas del punto medio de un segmento nos dan;

$$x_M = \frac{a+0}{2} = \frac{a}{2}\ ;\ y_M = \frac{0+b}{2} = \frac{b}{2}$$

Aplicamos ahora la fórmula de la distancia entre dos puntos.

1. Para hallar OM como = O(0, 0) y M$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$, entonces:

$$OM = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - o\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$$

2. Para hallar AB. Como a(a, 0) y B(0,b), entonces:

$$\sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Pero OM = $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$ lo que demuestra que OM = $\frac{1}{2}AB$, que es lo que nos propusimos demostrar.

Observación

En este problema hemos visto un ejemplo de como la Geometría Analítica permitió resolverlo con sencillez. Pero no siempre sucede así. A veces el empleo de métodos analíticos hace más complicado el proceso. Tu profesor podrá ayudarte en este aspecto pero tu formación no será completa y eficaz si no dedicas suficiente tiempo al estudio de la ejecución y la ejercitación.

Ejercicio 5.8

1) Encuentra la distancia de la recta 3 x -4 y + 4=0 al punto (6,-2)
2) Encuentra la distancia de la recta 12 x + 5 y-6=0 al punto (4,-6)
3) Encuentra la distancia de la recta 4x+3y-5=0 al punto (2,-5)
4) Encuentra la distancia de la recta 3x-4y-12=0 al punto (-2,-1)
5) Encuentra la distancia de la recta 6x-8 y + 10=0 al punto (4,2)
6) Encuentra la distancia de la recta 5x-12y + 17=0 al punto (-3,-2)

En los ejercicios del 7 al 12, encuentra la distancia entre las dos rectas paralelas.

7) $3x + 4y - 12 = 0$
   $3x + 4y + 7 = 0$

8) $70x + 24y + 43 = 0$
   $35x + 12y - 24 = 0$

9) $15x + 8y + 30 = 0$
   $15x + 8y - 4 = 0$

10) $9x + 12y - 27 = 0$
    $9x + 12y + 33 = 0$

11) $5x + 12y - 10 = 0$
    $5x + 12y + \frac{2}{3} = 0$

12) $70x + 24y + 50 = 0$
    $12x + 16y - 12 = 0$

CAPÍTULO 6

GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEGUNDA PARTE

En este capitulo estudiaremos las curvas que resultan de la intersección de un cono de dos mantos con un plano. Dichas curvas se llaman SECCIONES CONICAS. Las secciones cónicas generales son: la circunferencia, la elipse, la hipérbola y la parábola.

Todas las secciones cónicas pueden representarse mediante ecuaciones de segundo grado con dos variables y recíprocamente, toda ecuación de segundo grado describe una sección cónica o algún caso degenerado de ella.

En este capítulo trataremos en detalle cada una de las secciones cónicas así como las relaciones que existen entre sus gráficas y sus ecuaciones.