7.- $\frac{3}{a^3} - \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{\qquad\qquad}{a^3}$

8.- $\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \frac{\qquad\qquad}{x^3}$

9.- $\frac{a}{yz} - \frac{a+z}{xz} - \frac{a+y}{xy} = \frac{\qquad\qquad}{xyz}$

10.- $\frac{3}{5c} - \frac{c-1}{3c^2} - \frac{c^2+2c+3}{15c^3} = \frac{\qquad\qquad}{5c^3}$

AUTOEVALUACION 5.

Resta,

1.- $\frac{x}{2x-4}$, de $\frac{2x-5}{2-x} = \frac{\qquad\qquad}{2}$

2.- $\frac{a}{a^2-b^2}$, de $\frac{1}{a+b} = \frac{\qquad\qquad}{b^2-a^2}$

3.- $\frac{a-1}{a+3}$, de $\frac{3a}{2a+6} = \frac{\qquad\qquad}{2(a+3)}$

4.- De, $\frac{4x-7}{x^2-3x+2}$, restar $\frac{3}{x-1} = \frac{\qquad\qquad}{x-2}$

5.- De, $\frac{6m-13}{m^2-5m+6}$, restar $\frac{5}{m-3} = \frac{\qquad\qquad}{m-2}$

6.- De, $\frac{x}{x^2-25}$, restar $\frac{1}{2x+10} = \frac{\qquad\qquad}{2(x-5)}$

7.- $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{1+x} - \frac{x-5}{1-x^2} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$

8.- $\frac{a-2}{(a+2)^2} - \frac{a}{5(a+2)} - \frac{1}{25} = \frac{\qquad\qquad}{25(a+2)^2}$

9.- $\frac{a-6b}{2a^2+5ab+2b^2} - \frac{3}{2a+b} - \frac{7}{a+2b} = \frac{\qquad\qquad}{(2a+b)(a+2b)}$

10.- $\frac{a}{a^2+a-2} - \frac{3}{a^2+2a-3} - \frac{a}{a^2+5a+6} = \frac{\qquad\qquad}{(a-1)(a+2)(a+3)}$

1-7 SUMA Y RESTA COMBINADAS DE FRACCIONES ALGEBRAICAS.

EJEMPLO:

Efectuar las operaciones siguientes y simplificar:

$$\frac{a-2}{a^2-a} - \frac{a+3}{a^2+3a-4} + \frac{a^2+12a+16}{a^4+3a^3-4a^2}$$

se encuentra el común denominador:

$a^2-a = a(a-1)$

$a^2+3a-4 = (a+4)(a-1)$

$a^4+3a^3-4a^2 = a^2(a^2+3a-4) = a^2(a+4)(a-1)$

m.c.m. $= a^2(a-1)(a+4)$

se tiene:

$$\frac{a-2}{a^2-a} - \frac{a+3}{a^2+3a-4} + \frac{a^2+12a+16}{a^4+3a^3-4a^2} = \frac{a(a+4)(a-2)-a^2(a+3)+a^2+12a+16}{a^2(a-1)(a+4)}$$

multiplicando $= \frac{a^3+2a^2-8a-a^3-3a^2+a^2+12a+16}{a^2(a-1)(a+4)}$

simplificando $= \frac{4a+16}{a^2(a-1)(a+4)} = \frac{4(a+4)}{a^2(a-1)(a+4)} = \frac{4}{a^2(a-1)}$

AUTOEVALUACIÓN 6.

Efectúa las operaciones indicadas y simplifica:

1.- $\frac{5}{4}-\frac{11}{12}+\frac{5}{18}=$ ______________

2.- $\frac{1}{6y}+\frac{1}{3x}-\frac{2x+3y}{12xy}=$ ______________

3.- $\frac{5a}{12bc}+\frac{4b}{9ac}-\frac{3c}{16ab}=\frac{\qquad}{144abc}$

4.- $\frac{u}{9}-\frac{v}{2}-\frac{4u-9v}{18}=$ ______________

5.- $\frac{3x}{2x+y}+\frac{5y}{3x}-\frac{3}{2}=\frac{\qquad}{6x(2x+y)}$

6.- $\frac{x}{x-2y}+\frac{y}{2x+y}-1=\frac{\qquad}{(x-2y)(2x+y)}$

7.- $\frac{3u+v}{u^2-v^2}-\frac{2v}{u(u-v)}-\frac{1}{u+v}=$ ______________

8.- $\frac{x^2+4xy}{x^3+y^3}+\frac{1}{x+y}-\frac{x}{x^2-xy+y^2}=\frac{\qquad}{x^2-xy+y^2}$

9.- $\frac{a+2}{a^2-a-6}+\frac{a-4}{a^2-7a+12}-\frac{a+2}{a^2-2a-8}=\frac{\qquad}{(a-3)(a-4)}$

10.- $\frac{x}{x^2-5x-14}-\frac{2}{x-7}+\frac{x}{x^2-9x+14}=\frac{\qquad}{(x^2-4)(x-7)}$

6-8 FRACCIONES COMPLEJAS.

Si el numerador o el denominador de una fracción, o ambos, contienen a su vez fracciones, la fracción se llama, fracción compleja.

EJEMPLOS:

$$\frac{\frac{3}{2}}{5};\quad \frac{1+\frac{x}{y}}{x+y};\quad \frac{\frac{4x}{x+y}+\frac{2y}{x-y}}{3-\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}$$

Existen dos métodos, para reducir una fracción compleja a una simple. El primero consiste, en multiplicar el numerador y el denominador de la fracción compleja, por el m.c.m. de cada denominador que aparezca en ella.

EJEMPLO:

Reducir, la siguiente fracción compleja, a una simple.

$$\frac{1+\frac{x}{y}}{x+y}$$

se observa, que los denominadores de 1 y de (x+y), son 1. Por tanto, el m.c.m. de los denominadores de la fracción compleja es "y". Por consiguiente, se multiplican por "y" el numerador y el denominador, y se obtiene:

$$\frac{1+\frac{x}{y}}{x+y}=\frac{y(1+\frac{x}{y})}{y(x+y)}=\frac{y+x}{xy+y^2}=\frac{y+x}{y(x+y)}=\frac{1}{y}$$

EJEMPLO:

En la fracción compleja,

$$\frac{\frac{2}{x+y}-\frac{1}{x-y}}{\frac{4(x-y)}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}}$$

el m.c.m. de los denominadores es, $(x+y)(x-y)$ ó x^2-y^2. A continuación, se indican los pasos de la simplificación.

$$\frac{\frac{2}{x+y}-\frac{1}{x-y}}{\frac{4(x-y)}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}} = \frac{\frac{2}{x+y}-\frac{1}{x-y}}{\frac{4(x-y)}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{x+y}(x^2-y^2)-\frac{1}{x-y}(x^2-y^2)}{\frac{4(x-y)}{x+y}(x^2-y^2)-\frac{x+y}{x-y}(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{2(x-y)\quad-(x+y)}{4(x-y)(x-y)-(x+y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x-2y-x-y}{4(x^2-2xy+y^2)-(x^2+2xy+y^2)}$$

$$= \frac{x-3y}{4x^2-8xy+4y^2-x^2-2xy-y^2}$$

$$= \frac{x-3y}{3x^2-10xy+3y^2} = \frac{x-3y}{(3x-y)(x-3y)} = \frac{1}{3x-y}$$

Si las expresiones, en la fracción compleja son complicadas, resulta a veces más fácil, reducir el numerador y el denominador a fracciones simples y proceder luego, como en la división.

EJEMPLO:

Reducir, la siguiente fracción compleja.

$$\frac{\frac{x-y}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}}{1-\frac{x^2-xy-y^2}{x^2-y^2}} = \frac{\frac{(x-y)^2-(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x^2-y^2-(x^2-xy-y^2)}{x^2-y^2}}$$

$$= \frac{\frac{x^2-2xy+y^2-x^2-2xy-y^2}{x^2-y^2}}{\frac{x^2-y^2-x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}} = \frac{\frac{-4xy}{x^2-y^2}}{\frac{xy}{x^2-y^2}}$$

$$= \frac{-4xy}{x^2-y^2}\cdot\frac{x^2-y^2}{xy} = -4$$

Si el numerador o el denominador de una fracción compleja, o ambos, son a su vez fracciones complejas, cada una debe de reducirse, a una fracción simple, como primer paso de la simplificación.

EJEMPLO:

Reducir, la siguiente fracción compleja.

$$\frac{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x-1}}}{\frac{1}{1-\frac{1}{x+1}}} = \frac{1+\frac{x-1}{x-1+1}}{\frac{x+1}{x+1-1}} = \frac{1+\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}}$$

En el paso anterior, los dos miembros de la fracción compleja, se han multiplicado en el numerador por (x-1) y en el denominador por (x+1).

$$= \frac{x+x-1}{x+1} = \frac{2x-1}{x+1}$$

Se ha multiplicado el numerador y el denominador por x.

AUTOEVALUACIÓN 7.

Reducir a fracciones simples, las siguientes fracciones complejas:

$$\frac{1+\frac{1}{2}}{2-\frac{1}{2}} =$$

2.- $\dfrac{4+\dfrac{2}{5}}{1+\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{5}} =$

3.- $\dfrac{\dfrac{4}{3z}+\dfrac{8}{9y}}{1+\dfrac{2z}{3y}} =$

4.- $\dfrac{1+\dfrac{3b}{a-2b}}{1+\dfrac{b}{a-2b}} = \dfrac{\quad}{a-b}$

5.- $\dfrac{5+\dfrac{4}{x-1}}{\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x+1}{x-1}} =$

6.- $\dfrac{\dfrac{3}{2}-\dfrac{2}{3}}{1-\dfrac{5}{6}} =$

7.- $\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x^3}} = \dfrac{\quad}{x^2+x+1}$

8.- $\dfrac{4c-\dfrac{3d^2}{c-d}}{2c-5d+\dfrac{d^2}{c-d}} = \dfrac{\quad}{c-2d}$

9.- $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{d}}}$

10.- $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{d-1}}} =$

RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES DE LA LECCIÓN 2.

AUTOEVALUACION 1.

1.- $25a^3bc$

2.- $12r^3st^4$

3.- $4a^2+6a$

4.- $6x^2+13xy+6y^2$

5.- $9a^2-16b^2$

6.- $\dfrac{2a^3c^2}{36a^2c^3}$, $\dfrac{16a^2b^2c}{36a^2c^3}$, $\dfrac{15c^3}{36a^2c^3}$

7.- $\dfrac{80x^3z}{180x^2y^2z^2}$, $\dfrac{75xy^3}{180x^2y^2z^2}$, $\dfrac{96yz^3}{180x^2y^2z^2}$

8.- $\dfrac{90vw^4}{216u^2v^2w^2}$, $\dfrac{63uv^4}{216u^2v^2w^2}$, $\dfrac{64wu^4}{216u^2v^2w^2}$

9.- $\dfrac{a(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)^2}$, $\dfrac{(a-b)^3}{(a^2-b^2)}$, $\dfrac{(a+b)^3}{(a^2-b^2)^2}$

10.- $\dfrac{(2u+v)^2}{(4u^2-9v^2)(2u+v)}$, $\dfrac{(2u-3v)^2}{(4u^2=9v^2)(2u+v)}$

$\dfrac{(2u+3v)^2}{(4u^2-9v\ )(2u+v)}$

AUTOEVALUACIÓN 2.

1.- 9

2.- 29

3.- u

4.- 4x+7y

5.- a+b

6.- $60a^2+64b^2+27c^2$

7.- $54y^2z^3+45xz+14x^3$

8.- $6h^2-5k^2$

9.- $8u^3v+10v^4+3u^4$

10.- $24bc^3+9ab^3+25a^3c$

AUTOEVALUACIÓN 3.

1.- 2x

2.- 4a+b

3.- $2x^2+2y^2$

4.- $3x^2$

5.- $6y^2-19y+12$

6.- 2x

7.- b+2

8.- 2(z+a)

9.- $6c^2-10c+12$

10.- $3k^3-2k^2-14k+19$

AUTOEVALUACIÓN 6.

1.- $\frac{11}{18}$

2.- $\frac{1}{12x}$

3.- $60a^2+64b^2-27c^2$

4.- $-\frac{u}{9}$

5.- $10y^2+11xy$

6.- 5xy

7.- $\frac{2}{u}$

8.- x+y

9.- a-5

10.- 8

AUTOEVALUACIÓN 7.

1.- 1

2.- 3

3.- $\frac{4}{3z}$

4.- a+b

5.- 1-5x

6.- 5

7.- x^2

8.- 2c+d

9.- d+1

10.- $-d+1$

AUTOEVALUACIÓN 4.

1.- $8b-a$

2.- $1-10a-25$

3.- $5y^2+xy-x+3$

4.- $9x-20$

5.- $4t-2s+st$

6.- $6b^2+3ab-5a^2$

7.- $3-2a-a^2$

8.- x^2-2x-1

9.- $a(x-y-z)-2yz$

10.- c^2+c-1

AUTOEVALUACIÓN 5.

1.- -5

2.- b

3.- $a+2$

4.- 1

5.- 1

6.- 1

7.- 0

8.- $-6a^2+11a-54$

9.- $-16a-19b$

10.- $a-6$

CAPITULO 2.

RELACIONES Y FUNCIONES.

2-1 INTRODUCCIÓN.

La mayoría de las personas tienen la idea de que números y matemáticas es lo mismo. Es común que al hablar de un matemático, se opine que dicha persona vive sumergida en un mundo en el que solo hay números, con los cuales adquiere tal familiaridad que, incluso, es de esperarse que realice operaciones aritméticas en un abrir y cerrar de ojos. Sin embargo, tal opinión es falsa, más con ello no queremos decir que sea falso que los números sean conceptos muy importantes para la matemática y por consecuencia para el matemático; lo que intentamos aclarar es que el concepto de número, a pesar de su gran importancia, no es el único que ocupa el interés de la matemática, pues hay muchísimos otros tanto o más importantes que éste. Además, el concepto de número no es elemental, es decir, no es posible alcanzar su comprensión sin que previamente se hayan entendido otros conceptos que sí son elementales.

En este contexto la palabra elemental no significa necesariamente sencillo o fácil; aquí se refiere a un concepto que ya no puede ser explicado en términos de otros y que, además, a partir de él se pueden construir conceptos más elaborados y complejos.

Si nos viéramos obligados a definir lo que es la matemática con un mínimo de palabras, estaríamos más cerca de la realidad al decir que es la cienica que se dedica al estudio