Los pares ordenados que cumplen, haciendo verdadera la proposición abierta, dentro del universo establecido, son:

$$R = \{(0,8),\ (1,5),\ (2,2)\}$$

Son pares ordenados, ya que (0,8) es una solución, pero el par opuesto (8,0) no lo es:

$3(8) + 0 \neq 8;$ $\qquad 24 + 0 \neq 8$

2-5 GRÁFICAS DE RELACIONES.

En nuestro salón de clases hemos escogido entre los alumnos a los más altos, los datos que obtuvimos son los siguientes:

$$\text{Hombres:}\begin{cases}\text{Juan: } 1.60\\ \text{Ernesto: } 1.45\end{cases}\qquad \text{Mujeres:}\begin{cases}\text{Carmen: } 1.4\\ \text{Rosalba: } 1.4\end{cases}$$

Con estos elementos podemos formar los conjuntos:

$H = \{\text{Juan, Ernesto}\};$ $\qquad M = \{\text{Carmen, Rosalba}\}$

Utilizando las iniciales de sus elementos podemos formar el producto cartesiano H X M:

$$H \times M = \{(J,C),\ (J,R),\ (E,C),\ (E,R)\}\ ;$$

si establecemos una relación en H X M mediante la aplicación de la proposición abierta: "a" tiene más estatura que "b", tendríamos:

$$R = \{(J,\ C),\ (J,\ R),\ (E,\ R)\}$$

ya que éstas son las parejas que hacen verdadera la proposición abierta.

Podemos representar lo anterior mediante una gráfica cartesiana:

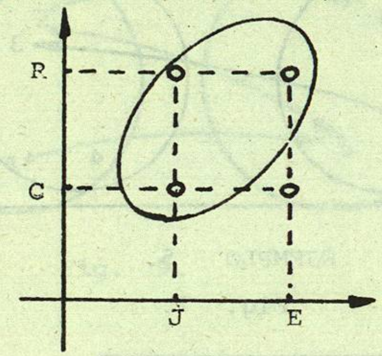


Fig. 5.

Observamos que la *relación* en H X M es una parte del producto cartesiano H X M.

Otra forma de representar gráficamente las relaciones consiste en emplear lo que llamamos "gráficas sagitales" (por el hecho de emplear flechas). Una gráfica sagital para el caso anterior sería:

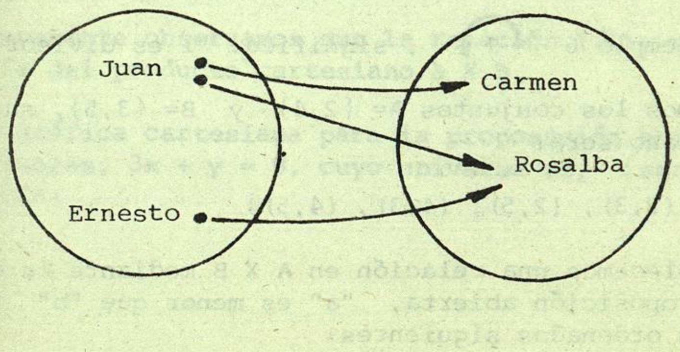
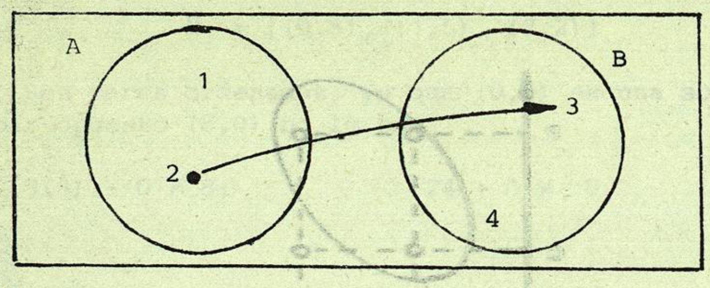


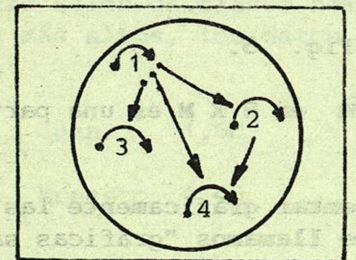
Fig. 6.

Podemos mostrar las relaciones de los ejemplos 5 y 6 en las siguientes gráficas sagitales.



EJEMPLO 5.

Fig. 7.



EJEMPLO 6.

Fig. 8.

En el ejemplo 6 1 , significa: "1 es divisor de 1".

Si tenemos los conjuntos A= {2,4} y B= {3,5}, su pro-- ducto cartesiano será:

A X B= {(2,3), (2,5), (4,3), (4,5)}

Si establecemos una relación en A X B mediante la aplicación de la proposición abierta, "a" es menor que "b" tendremos los pares ordenados siguientes:

$\mathcal{R}$ = {(2,3), (2,5), (4,5)}

Las gráficas sagital y cartesiana para esta relación serían:

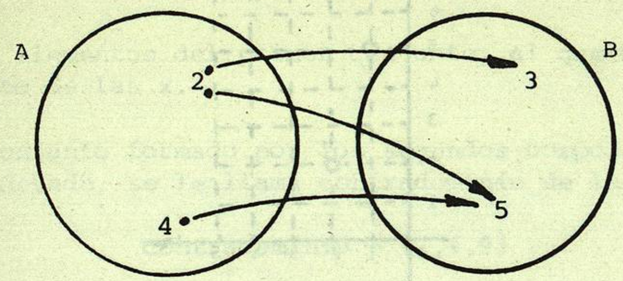


Fig. 9.

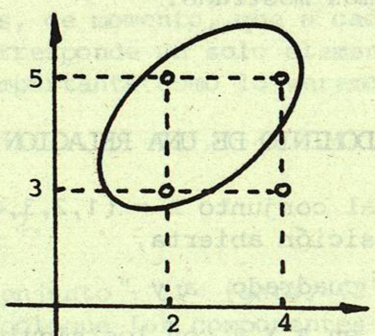


Fig. 10.

Nuevamente observamos que la relación ($\mathcal{R}$), en A X B, es una parte del producto cartesiano A X B.

La gráfica cartesiana para la proposición abierta, en dos variables, 3x + y = 8, cuyo universo es, {enteros positivos}, sería:

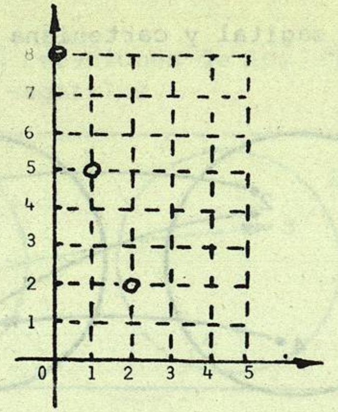


Fig. 11.

Traza las gráficas cartesianas de los ejemplos cuyas gráficas sagitales hemos mostrado.

2-6 DOMINIO Y CONTRADOMINIO DE UNA RELACION.

Si consideramos al conjunto A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} y le aplicamos la proposición abierta,

"x tiene por cuadrado a y ",

tendremos la relación en A X A con los siguientes pares ordenados:

$R = \{(1,1), (2,4), (3,9)\}$

cuya gráfica sagital es:

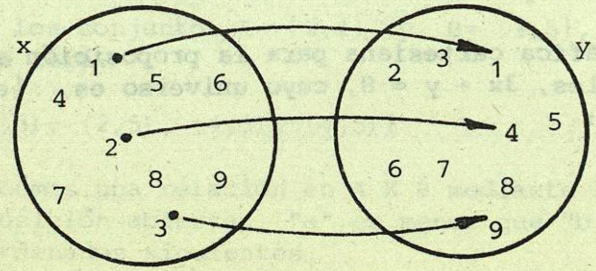


Fig. 12.

Al conjunto formado por los primeros componentes de cada par ordenado, se le llama *dominio de la relación:*

Dominio = {1,2,3}

todos son elementos del primer conjunto, al que hemos llamado conjunto de las x.

Al conjunto formado por los segundos componentes de cada par ordenado, se le llama contradominio de la relación:

Contradominio = {1,4,9}

en este segundo conjunto, llamado de las y, están los elementos que calificamos de *imágenes* de los elementos del dominio.

Observamos, de momento, que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un solo elemento del segundo conjunto. Esto es importante como lo veremos más adelante.

AUTOEVALUACION 2.

1.- Dado el conjunto : P= {gato, (2^2), pato, (2+2), malo, loma} ; coloque los componentes de las siguientes proposiciones abiertas:

a) _______ es lo mismo que ____________.

b) _________ tiene las mismas letras que ________.

c) _________ tiene el mismo número de letras que______.

2.- Un grupo de cirujanos dice prestar sus servicios en las siguientes instituciones:

Juan, Mario, Felipe en el I.M.S.S.
Mario y Juan en el I.S.S.S.T.E.
Juan y Alberto en el S.S.A.

Completa la gráfica sagital para la proposición abierta "a" es médico de "b".

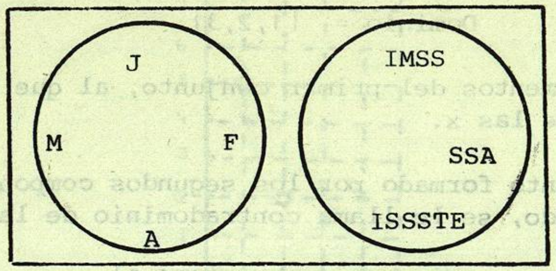


Fig. 13.

3.- Observa los diagramas, une con las flechas aquellos elementos, que cumplan con la proposición abierta: "x" es la mitad de "y".

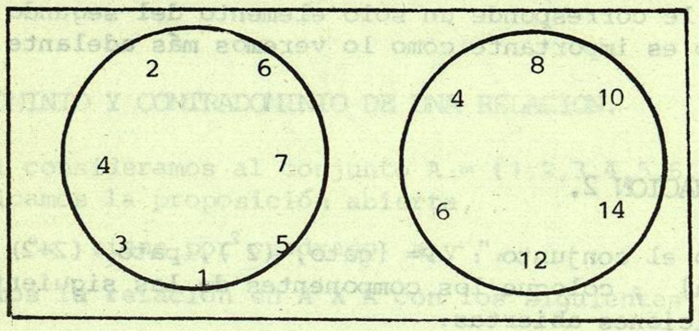
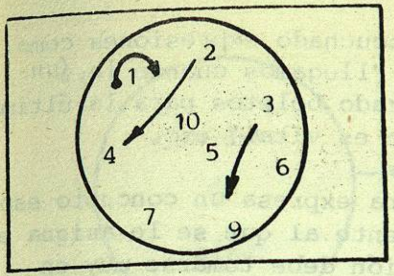


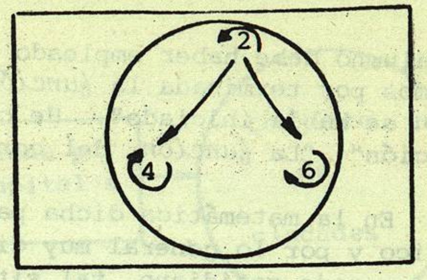
Fig. 14.

Para el ejercicio anterior escribe, dentro de paréntesis, los componentes de las parejas ordenadas de la relación.

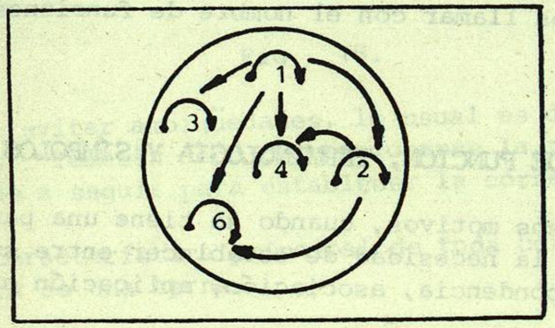
4.- Observa las siguientes gráficas sagitales:



(a)
Fig. 15.



(b)
Fig. 16.



(c
Fig. 17.

Encuentra una proposición abierta en dos variables que tenga a cada uno de estos diagramas como gráfica.

5.- Escribe los elementos del dominio y del contradominio en la relación del problema 3.

6.- En el problema 4, inciso (a), escribe los pares ordenados de la relación y los elementos del dominio y contradominio.

2-7 FUNCIONES.

Uno de los conceptos básicos de la matemática es el de *función*. Esta palabra es de uso común y con frecuencia el alumno debe haber empleado o escuchado expresiones como: "Damos por terminada la *función*"; "llegamos cuando la *función* se había iniciado". He comprado boletos para la última función"; "La *función* del corazón es vital" etc.

En la matemática dicha palabra expresa un concepto específico y por lo general muy diferente al que se le asigna en el lenguaje cotidiano, tal situación debe tomarse muy en cuenta para evitar confusiones. Una función es un caso particular de relación. Esto quiere decir que algunas relaciones las podremos llamar con el nombre de funciones.

2-8 CONCEPTO DE FUNCION, TERMINOLOGIA Y SIMBOLOS.

Por diversos motivos, cuando se tiene una pareja de conjuntos, existe la necesidad de establecer entre sus elementos una correspondencia, asociación, aplicación o relación.

Por ejemplo, entre conjuntos de personas, algunas de las expresiones que permiten establecer una correspondencia entre sus elementos son:

a) Fecha de nacimiento.
b) Edad de la persona.
c) Signo del zodíaco.
d) Lugar de origen.
e) Profesión.
f) Factor Rh
g) Tipo sanguíneo.
h) Color de la piel.
i) Color del pelo.
j) Color de los ojos.
k) Estatura.

En algunos casos la expresión a emplear para establecer la correspondencia nos conduce en forma natural a determinar los elementos del otro conjunto.

Ejemplo 8.

P: conjunto de países.
Expresión a emplear: "tiene por capital a".
C: conjunto de ciudades.

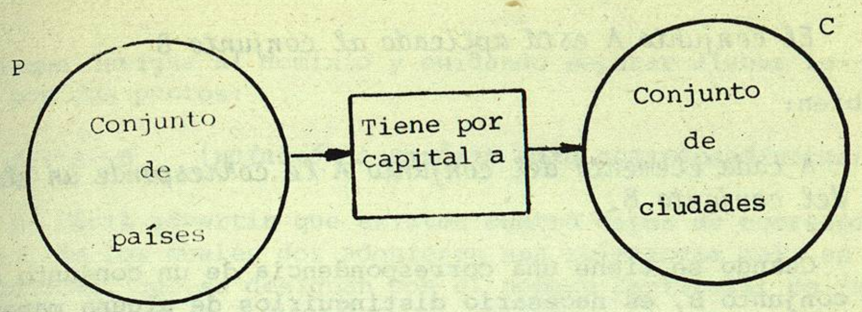


Fig. 18.

Para evitar ambigüedades, lo usual es determinar ambos conjuntos. También debe proporcionarse la receta, regla o indicación a seguir para establecer la correspondencia.

La característica principal de toda correspondencia es que consta de una terna:

1. P: conjunto de países.
2. C: conjunto de ciudades.
3. *Regla*: "tiene por capital a"

De este ejemplo, el lector habrá observado lo siguiente se tienen dos conjuntos y un método, una regla o una ley a seguir, para asignar a cada elemento de un conjunto uno o más elementos del otro conjunto.

Si deseamos una mayor precisión deben usarse las palabras "aplicar", "corresponder", "relacionar"; en esta forma se tendrán expresiones como "el conjunto A está aplicado al conjunto B" o bien, "el conjunto A se corresponde con el conjunto B". Estas expresiones constan de varias palabras, razón por la cual se crea la siguiente notación:

$$A \longrightarrow B$$

o sea que si entre dos letras mayúsculas se encuentra una flecha y dichas letras designan conjuntos, tal notación debe interpretarse de las siguientes maneras:

El conjunto A está aplicado al conjunto B

o bien:

A cada elemento del conjunto A le corresponde un elemento del conjunto B.

Cuando se tiene una correspondencia de un conjunto A en un conjunto B, es necesario distinguirlos de alguna manera, lo cual se logra diciendo que el conjunto A es el *dominio* de la correspondencia y B el contradominio de la misma.

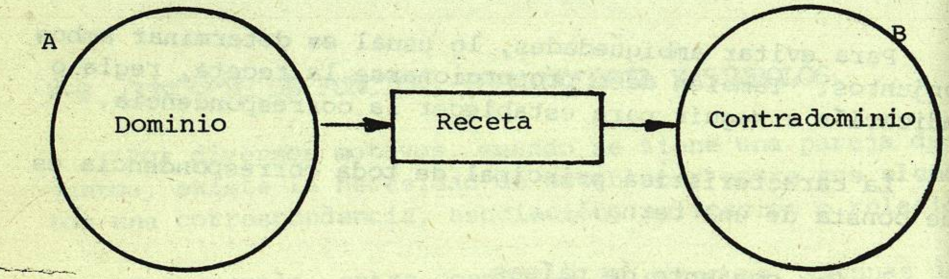


Fig. 19.

DEFINICION 1: Una correspondencia es una terna formada por:

1.- Un primer conjunto no vacío llamado dominio.

2.- Un segundo conjunto llamado contradominio.

3.- Una regla o receta, la cual permitirá tomar un elemento del dominio y asignarle un elemento del contradominio.

Sean los conjuntos A y B:

A: conjunto de países.
B: conjunto de ciudades.
f: "tiene por capital a".

Para simplificar aún más las anteriores expresiones se adopta el convenio de designar la correspondencia con una letra f minúscula de nuestro alfabeto, situada antes de la

letra que designa al dominio y cuidando separar dichas letras por dos puntos:

$f : A \to B$ *(notación a emplear para correspondencias).*

Es fácil advertir que existen cuatro tipos de correspondencia, de los cuales dos adquieren una relevancia tal, en matemáticas, que se designan con el nombre particular de *funciones.*

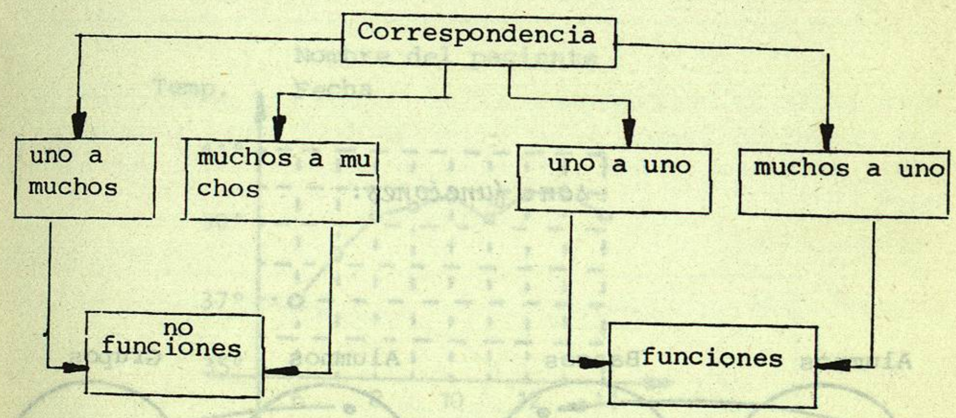


Fig. 20.