

Sustituyendo $x = -1$, $y = -3$ en (3):

$$\begin{array}{rcl} -1 - (-3) - z = -2 & & x = -1 \\ -1 + 3 - z = -2 & \text{R.} & y = -3 \\ -z = -4 & & z = 4 \\ z = 4 & & \end{array}$$

Por lo tanto el conjunto solución es $\{(-1, -3, 4)\}$

AUTOEVALUACIÓN 1

Resuelve los sistemas siguientes por suma y resta:

1.-
$$\begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = 5 \\ x - y - 3z = -10 \end{array}$$

2.-
$$\begin{array}{l} x + y + z = 12 \\ 2x - y + z = 7 \\ x + 2y - z = 6 \end{array}$$

3.-
$$\begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ x + y + z = 4 \\ 2x + 2y - z = -4 \end{array}$$

4.-
$$\begin{array}{l} 2x + y - 3z = -1 \\ x - 3y - 2z = -12 \\ 3x - 2y - z = -5 \end{array}$$

5.-
$$\begin{array}{l} 2x + 3y + z = 1 \\ 6x - 2y - z = -14 \\ 3x + y - z = 1 \end{array}$$

6.-
$$\begin{array}{l} 5x - 2y + z = 23 \\ 2x + 5y - 2z = -12 \\ x - 4y + 3z = 23 \end{array}$$

7.-
$$\begin{array}{l} 4x + 2y + 3z = 8 \\ 3x + 4y + 2z = -1 \\ 2x - y + 5z = 3 \end{array}$$

8.-
$$\begin{array}{l} x + y = 1 \\ y + z = -1 \\ z + x = -6 \end{array}$$

9.-
$$\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ 3y - 4z = 25 \\ z + 5x = 6 \end{array}$$

10.-
$$\begin{array}{l} 5x - 3z = 2 \\ 2z - y = -5 \\ x + 2y - 4z = 8 \end{array}$$

3-27 METODO DE SUSTITUCIÓN.

Para resolver un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas por el método de sustitución:

- 1.- Se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las -- ecuaciones.
- 2.- Se reemplaza la incógnita cuyo valor se ha encontrado en las otras dos ecuaciones.
- 3.- Se resuelve el sistema que resulta.
- 4.- Se sustituyen esos valores en cualquiera de las ecuaciones originales para calcular el valor de la otra incógnita.
- 5.- Se comprueban los resultados.

Ejemplo 3.

Resolver:

$$x - y + 2z = -3 \quad (1)$$

$$4x - y - z = 3 \quad (2)$$

$$3x + 2y + 3z = 4 \quad (3)$$

Solución:

Se despeja x en (1):

$$x = -3 + y - 2z$$

Se sustituye en (2) y (3)

Al sustituir el valor de x en (2) se tiene:

$$4(-3 + y - 2z) - y - z = 3$$

$$-12 + 4y - 8z - y - z = 3$$

$$3y - 9z = 15$$

$$\text{dividiendo entre 3: } y - 3z = 5 \quad (4)$$

Al sustituir el valor de x en (3), se tiene:

$$3(-3 + y - 2z) + 2y + 3z = 4$$

$$-9 + 3y - 6z + 2y + 3z = 4$$

$$5y - 3z = 13 \quad (5)$$

Se resuelve:

$$y - 3z = 5 \quad (4)$$

$$\text{Restando } \frac{5y - 3z = 13}{4y} \quad (5)$$

$$(4) \text{ de } (5) \quad 4y = 8$$

$$\underline{y = 2}$$

Luego se reemplaza el valor de y en (4):

$$2 - 3z = 5$$

$$-3z = 3$$

$$\underline{z = -1}$$

Se sustituyen los valores (y, z) en (1) para obtener el valor de x:

$$x - 2 - 2 = -3$$

$$\underline{x = 1}$$

comprobación.

En (2):

$$4(1) - 2 - (-1) = 4 - 2 + 1 = 3$$

En (3):

$$3(1) + 2(2) + 3(-1) = 3 + 4 - 3 = 4$$

Por lo tanto el conjunto solución es: $\{(1, 2, -1)\}$

EVALUACION 2.

Por el método de sustitución resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1.- \quad 3x + 4y - 16z = 0$$

$$5x - 8y + 10z = 0$$

$$2x + 6y + 7z = 52$$

$$2.- \quad x - y - z = 10$$

$$3x + y + 2z = 0$$

$$4x + 2y - 3z = 8$$

$$3.- \quad 6x + 2y - 5z = 13$$

$$3x + 3y - 2z = 13$$

$$7x + 5y - 3z = 26$$

$$4.- \quad 2x - 3y + 4z = 20$$

$$4x + 2y - 3z = 11$$

$$3x + 4y + 2z = 53$$

$$5.- \quad 2x - y = 11$$

$$3x + 5z = 17$$

$$2x + 5y + 4z = -3$$

$$6.- \quad 7x + 3y - 2z = 16$$

$$2x + 5y + 3z = 39$$

$$5x - y + 5z = 31$$

$$7.- \quad 2x + 3y + 4z = 38$$

$$3x + 2y - 5z = -8$$

$$5x - 6y + 3z = 6$$

$$8.- \quad x + 2y + 2z = 11$$

$$2x + y + z = 7$$

$$3x + 4y + z = 14$$

$$9.- \quad x + 3y + 4z = 18$$

$$x + 2y + z = 11$$

$$2x + y + 2z = 10$$

$$10.- \quad 2x + 3y + 4z = 20$$

$$3x + 4y + 5z = 26$$

$$3x + 5y + 6z = 31$$

3-28 MÉTODO DE IGUALACIÓN.

- 1.- Se despeja la misma incógnita en las tres ecuaciones.
- 2.- Se igualan la primera con la segunda y la primera o la segunda con la tercera.
- 3.- Se resuelve el sistema que resulta.
- 4.- Se sustituyen los valores obtenidos en cualquiera de las ecuaciones en que la incógnita restante está despejada.
- 5.- Se comprueban las respuestas.

Ejemplo 4.

Resolver:

$$x + y - z = -7 \quad (1)$$

$$3x - 2y + 3z = 24 \quad (2)$$

$$2x + 3y - 5z = -32 \quad (3)$$

Solución:

Se despeja x en (1)

$$x = z - y - 7 \quad (4)$$

Se despeja x en (2):

$$x = \frac{24 + 2y - 3z}{3} \quad (5)$$

Se despeja x en (3):

$$x = \frac{5z - 3y - 32}{2} \quad (6)$$

Se iguala x en (4) y (5).

$$z - y - 7 = \frac{24 + 2y - 3z}{3} \quad (7)$$

$$3z - 3y - 21 = 24 + 2y - 3z$$

$$5y - 6z + 45 = 0 \quad (7)$$

Se iguala x en (4) y (6).

$$z - y - 7 = \frac{5z - 3y - 32}{2}$$

$$2z - 2y - 14 = 5z - 3y - 32$$

$$3z - y - 18 = 0 \quad (8)$$

Se resuelve el sistema:

$$5y - 6z + 45 = 0 \quad (7)$$

$$-y + 3z - 18 = 0 \quad (8)$$

$$(7) \quad 5y - 6z + 45 = 0$$

$$\text{Restando (9) } \frac{-2y + 6z - 36 = 0}{(9) \text{ de (7) } \quad \frac{3y}{+ 9} = 0} \quad \text{Ec. (8) por 2}$$

$$3y = -9$$

$$\underline{y = -3}$$

Se sustituye el valor de "y" en la ecuación (8):

$$-(-3) + 3z - 18 = 0$$

$$3z = 15$$

$$\underline{z = 5}$$

Luego se reemplazan los valores de "y" y "z" en cualquiera de las ecuaciones en que la x esté despejada, por ejemplo en (4):

$$\begin{aligned}x &= 5 - (-3) - 7 \\ &= 5 + 3 - 7 \\ &= 1 \\ \underline{x} &= \underline{1}\end{aligned}$$

Con los valores de x, y, z encontrados se comprueba en las ecuaciones restantes (5) y (6):

$$\text{de (5) } x = \frac{24 + 2(-3) - (-3)(5)}{3} = \frac{24 - 6 - 15}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\text{de (6) } x = \frac{(5)(5) - 3(-3) - 32}{2} = \frac{25 + 9 - 32}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Por lo tanto, el conjunto solución es: $\{(1, -3, 5)\}$

AUTOEVALUACIÓN 3.

Por el método de igualación resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$\begin{aligned}1.- \quad x + y - 2z &= 13 \\ x - 3y - z &= -3 \\ x - y + 4z &= -17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4.- \quad 2x - y + z &= -9 \\ x - 2y + z &= 0 \\ x - y + 2z &= -11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2.- \quad x + y + 3z &= 7/2 \\ x - 2y + 4z &= 7 \\ 2x - 11y - 24z &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5.- \quad x - y + z &= 9 \\ x - 2y + 3z &= 32 \\ x - 4y + 5z &= 62\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3.- \quad x + y + z &= -1 \\ 3x - y - 5z &= 13 \\ 5x + 3y + 2z &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6.- \quad 3x - y - z &= 7 \\ x - 3y - z &= 21 \\ x - y - 3z &= 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7.- \quad x + 2y - 3z &= 5 \\ 3x - 22y + 6z &= 4 \\ 7x - 6y - 3z &= 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8.- \quad 5x + y + 4z &= -5 \\ 3x - 5y + 6z &= -20 \\ x - 3y - 4z &= -21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}9.- \quad 2x - 3y - 4z &= -10 \\ 3x + 4y + 2z &= -5 \\ 4x + 2y + 3z &= -21\end{aligned}$$

AUTOEVALUACION DE LA LECCION 3.

A partir de las siguientes tres ecuaciones en tres incógnitas, encuentra lo siguiente:

$$(1) \quad x + y + 2z = 3$$

$$(2) \quad x + 2y + 4z = 3$$

$$(3) \quad x - 3y - 5z = 5$$

1.- Resultado de restar ecuación (1) de la (2) para eliminar "x".

$$0) \quad y + 2z = 0$$

$$2) \quad y + 2z = 3$$

$$1) \quad 2y + z = 0$$

$$3) \quad y + z = 5$$

2.- Resultado de restar la ecuación (2) de la (3) para eliminar "x".

$$0) \quad 9y + 5z = 2$$

$$2) \quad -5y - 9z = 2$$

$$1) \quad 5y + 9z = 2$$

$$3) \quad y + z = 0$$

3.- Resultado de eliminar la "y" por adición, de las dos ecuaciones encontradas en los problemas 1 y 2.

$$0) \quad z = 0$$

$$2) \quad y = 1$$

$$1) \quad x = 2$$

$$3) \quad z = 2$$

4.- Encuentra el conjunto solución de las tres ecuaciones.

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 0) $\{-3, 4, 2\}$ | 1) $\{3, -4, 2\}$ |
| 2) $\{0, 1, 2\}$ | 3) $\{1, 0, 2\}$ |

A partir de las siguientes tres ecuaciones en tres incógnitas, encuentra lo siguiente:

(4)	$3x + y + 2z = 1$
(5)	$2x - y + 3z = -6$
(6)	$x + y + 2z = -3$

5.- Resultado de sumar la ecuación (4) a la (5) para eliminar "y".

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 0) $x + z = -1$ | 1) $x + z = 1$ |
| 2) $x - z = 1$ | 3) $x - z = -1$ |

6.- Resultado de sumar la ecuación (5) a la (6) para eliminar "y".

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 0) $3x - 5z = -9$ | 1) $3x + 5z = -9$ |
| 2) $5x + 3z = -9$ | 3) $x - z = 1$ |

7.- Resultado de eliminar "z" por sustracción de las dos ecuaciones obtenidas en los problemas 5 y 6.

- | | |
|------------|------------|
| 0) $y = 2$ | 1) $x = 2$ |
| 2) $z = 0$ | 3) $x = 0$ |

8.- Encuentra el conjunto solución de las ecuaciones dadas (4), (5), (6).

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 0) $\{2, -3, 1\}$ | 1) $\{2, -1, 3\}$ |
| 2) $\{2, 0, 2\}$ | 3) $\{2, 1, -3\}$ |

RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES DE LA LECCIÓN 3.

AUTOEVALUACIÓN 1.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1.- $\{1, 2, 3\}$ | 6.- $\{3, -2, 4\}$ |
| 2.- $\{3, 4, 5\}$ | 7.- $\{5, -3, -2\}$ |
| 3.- $\{-1, 1, 4\}$ | 8.- $\{-2, 3, -4\}$ |
| 4.- $\{1, 3, 2\}$ | 9.- $\{2, 3, -4\}$ |
| 5.- $\{-2, 3, -4\}$ | 10.- $\{-2, -3, -4\}$ |

AUTOEVALUACIÓN 2.

- | | |
|---------------------|--------------------|
| 1.- $\{4, 5, 2\}$ | 6.- $\{2, 4, 5\}$ |
| 2.- $\{3, -5, -2\}$ | 7.- $\{3, 4, 5\}$ |
| 3.- $\{2, 3, 1\}$ | 8.- $\{1, 2, 3\}$ |
| 4.- $\{5, 6, 7\}$ | 9.- $\{2, 4, 1\}$ |
| 5.- $\{4, -3, 1\}$ | 10.- $\{1, 2, 3\}$ |

AUTOEVALUACIÓN 3.

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1.- $\{2, 3, -4\}$ | 6.- $\{-2, -5, -8\}$ |
| 2.- $\{3, -1, 1/2\}$ | 7.- $\{1, -1/2, -5/3\}$ |
| 3.- $\{1, 0, -2\}$ | 8.- $\{-3, 4, 3/2\}$ |
| 4.- $\{-4, -5, -6\}$ | 9.- $\{-5, 4, -3\}$ |
| 5.- $\{-6, -7, 8\}$ | |