$$x + y = 5{,}000$$

además,
$$(x)(0.03) + y\,(0.055) = 156$$
$$(x)(0.03) + (5000-x)(0.055) = 156$$
$$0.03x - 0.055x = 156 - 275$$
$$0.025x = 119$$
$$x = \frac{119}{0.025}$$
$$= \$4760$$
$$y = 5000 - x$$
$$y = 5000 - 4760$$
$$y = \$\ 240.$$

AUTOEVALUACIÓN 3.

1.- La longitud de un rectángulo excede a su anchura por dos pies. Si cada dimensión fuese incrementada en 3 pies, el área se incrementaría en 51 pies^2. Encuentra las dimensiones originales.

2.- La persona A puede hacer cierto trabajo en 8 horas, la persona B en 10 horas y la persona C en 12 horas. ¿Cuánto tiempo tomará efectuar el trabajo si A y B se ponen a trabajar durante 1 hora y A y C terminan después?

3.- ¿Cuántas onzas de plata pura debemos agregar a 100 onzas de una pureza del 40 % para obtener una mezcla que tenga una pureza del 65 %?

4.- La longitud de un rectángulo excede a su anchura en 6 unidades. Si cada dimensión fuese incrementada en tres unidades, el área sería incrementada en 57 unidades cuadradas. Encuentra las dimensiones del rectángulo.

5.- La persona A puede pintar una casa en 10 días y la persona B puede pintar una casa en 12 días. ¿Cuánto tiempo tomaría pintar la casa trabajando los dos hombres conjuntamente?

6.- Una persona A puede hacer cierto trabajo en 4 horas, B puede hacer la tarea en 6 horas y C puede hacer la tarea en 8 horas. ¿Cuánto tiempo llevaría hacer la tarea si A y B trabajan 1 hora y después B y C terminan el trabajo?

7.- El numerador de una fracción es 4 unidades menor que el denominador. Si el numerador es duplicado y el denominador es disminuido en 2, la suma de la fracción original y la nueva es 3. Encuentra la fracción original.

8.- Un hombre presta \$ 4,000 a una razón de interés y \$ 5000 a una razón de interés mayor en 1 %. El préstamo de \$ 5000 obtiene \$80 más cada año que el préstamo de \$ 4000. Encuentre las razones de interés.

3-33 PROBLEMAS VERBALES CUYAS SOLUCIONES IMPLIQUEN SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

En el planteo de muchos problemas aparece más de una cantidad desconocida y con frecuencia la resolución de los mismos es más fácil si se introduce más de una incógnita. Sin embargo, para que el problema pueda ser resuelto se requiere que el número de ecuaciones empleadas sea igual al número de incógnitas.

Ejemplo 17.

Un propietario recibió \$ 12,000.00 por pago de la renta de dos oficinas en el año de 1948. La renta mensual de una era \$ 100.00 mayor que la otra. ¿Cuál fue la renta mensual que recibió de cada una si la más cara estuvo desalquilada dos meses?

Solución:

Si hacemos, x = renta mensual de la más cara.

y = renta mensual de la otra.

entonces, $$x - y = 100 \qquad (1)$$

Además, ya que la primera estuvo rentada por 10 meses y la segunda por 12 meses, se infiere que $10x + 12y$ es el total de la renta recibida.

Por tanto,

$$10x + 12y = 12000 \qquad (2)$$

Se tienen así las ecuaciones (1) y (2) con las incógnitas "x" y "y", que se pueden resolver simultáneamente eliminando a "y".

$$12x - 12y = 1200 \text{ Ec. (1) por } 12 \qquad (3)$$

$$\begin{array}{rl} 10x + 12y = 12000 & \qquad (2) \\ \hline 22x \quad = 13200 & \text{Ec. (3) más Ec. (2)} \end{array}$$

Por tanto, $\underline{x = 600}$.

Sustituyendo "x" por 600 en (1), se tiene:

$$600 - y = 100$$

$$-y = -500$$

$$\underline{y = 500}$$

Por consiguiente, las rentas mensuales fueron \$ 600.00 y \$ 500.00 respectivamente.

Ejemplo 18.

Un comerciante mezcla tabaco de cierta calidad y precio de \$ 28.00 por kilogramo con otro de precio \$ 36.00 por kilogramo y obtiene 100 kilogramos de una mezcla que vende a \$ 31.20 por kilogramo. ¿Cuánto usó de cada clase de tabaco?

Solución:

Si hacemos,

x = número de kilogramos usados del de \$ 28.00

y = número de kilogramos usados del de \$ 36.00

entonces, $$x + y = 100 \qquad (4)$$

Puesto que se obtuvieron 100 kilos de mezcla, además el valor del primero en pesos fue \$ 28.00x y el del segundo \$ 36.00y y el valor de la mezcla resultante, \$31.20 (100).

Por consiguiente:

$$28x + 36y = 31.2(100) = 3,120 \qquad (5)$$

Por tanto (4) y (5) son las ecuaciones deseadas que se pueden resolver eliminando a "x".

$$28x + 28y = 2800 \text{ Ec. (4) por } 28 \qquad (6)$$

$$\begin{array}{rl} 28x + 36y = 3120 & \\ \hline -\ 8y = -320 & \text{Ec.(6) - Ec.(5)} \end{array}$$

de donde se obtiene:

$$y = \frac{-320}{-8} = \underline{40}$$

Sustituyendo 40 en vez de "y" en (4), se tiene:

$$x + 40 = 100$$

$$\underline{x = 60}$$

Por tanto, el comerciante empleó 60 kilogramos del precio \$ 28.00 y 40 kilogramos del de precio \$ 36.00.

Ejemplo 19.

Dos aereopuertos A y B están a 400 Km uno de otro y B está situado al este de A.

Un avión voló en dos horas de A a B y luego regresó a A en 2.5 horas. Si durante todo el viaje estuvo soplando viento del oeste a velocidad constante, encontrar la velocidad del avión en el aire en reposo y la velocidad del viento.

Solución:

Sea,

x = velocidad del avión en el aire en reposo.

y = velocidad del viento.

Luego, considerando que el viento soplaba del oeste:

$x + y$ = velocidad del avión de A a B.

$x - y$ = velocidad del avión durante el regreso.

Por consiguiente:

$\dfrac{400}{x+y}$ = tiempo empleado de A a B.

$\dfrac{400}{x-y}$ = tiempo empleado de B a A.

de donde:

$$\frac{400}{x+y} = 2 \qquad (7)$$

$$\frac{400}{x-y} = 5/2, \text{ porque } 2.5 = 5/2 \qquad (8)$$

Para eliminar las fracciones se multiplican por (x+y) los dos miembros de (7) y por 2 (x-y) los de (8).

Se tiene:

$$400 = 2x + 2y \qquad (9)$$

$$800 = 5x - 5y \qquad (10)$$

Estas ecuaciones se resuelven simultáneamente eliminando primero a "y".

(11)	$2000 = 10x + 10y$	Ec. (9) por 5
(12)	$1600 = 10x - 10y$	Ec. (10) por 2
	$3600 = 20x$	Ec. (11) más Ec. (12).

por tanto, $\underline{x = 180}$.

Sustituyendo por 180 en (9) se tiene:

$$400 = 2(180) + 2y$$

$$400 = 360 + 2y$$

$$2y = 40$$

$$\underline{y = 20}$$

Por tanto, la velocidad del avión en el aire en reposo era de 180 Km/hr y la velocidad del viento era de 20 Km/hr.

Ejemplo 20.

Una caja registradora contiene \$ 50.00 en monedas de cinco, diez y veinticinco centavos; en total son 802 monedas, siendo 10 veces mayor el número de las de cinco centavos que el de las de diez centavos. Encontrar cuántas monedas hay de cada valor.

Solución:

Sea, v = número de monedas de veinticinco centavos

d = número de monedas de diez centavos

c = número de monedas de cinco centavos.

Ahora, se establecen las tres siguientes ecuaciones de primer grado con v, d y c.

Puesto que,

$$\$\ 50 = 5000 \text{ centavos}$$

(13) $25v + 10d + 5c = 5000$

total de monedas:

(14) $v + d + c = 802$

Ya que hay 10 veces más monedas de cinco centavos que de diez centavos, se tiene:

(15) $c = 10d$

Si se sustituye c por 10d en las ecuaciones (13) y (14), se obtienen dos ecuaciones de primer grado con "d" y "v". De (13), se tiene:

$$25v + 10d + 5(10d) = 5000$$

expresión que se reduce a:

(16) $25v + 60d = 5000$

Además, de (14) se tiene:

$$v + d + 10d = 802$$

(17) $v + 11d = 802$

Eliminando "v" de (16) y (17) como se muestra:

(16) $25v + 60d = 5000$

(18) $25v + 275d = 20050$ Ec.(17) por 25

$- 215d = -15050$ Ec.(16) menos Ec.(18)

$$d = 70$$

Sustituyendo el valor de "d" en (15), se tiene:

$$c = 10(70)$$

$$= 700$$

Por último, sustituyendo d = 70 en (17)

$$v + 11(70) = 802$$

$$v = 32$$

Consecuentemente, en la caja hay 32 monedas de veinticinco centavos, 70 de diez centavos y 700 de cinco centavos.

Ejemplo 21.

La diferencia de dos números es 14 y el duplo del menor de los números es 5 unidades menor que el mayor de los números. Encuentra los números.

Solución:

Si "x" es el mayor de los números y "y" el menor, entonces:

$$x - y = 14 \qquad (1)$$

ahora,

$$2y = x - 5 \qquad (2)$$

Despejando "x" de (1), tenemos:

$$x = 14 + y$$

Sustituyendo este valor de x en (2), se tiene:

$$2y = 14 + y - 5$$

$$\underline{y = 9}$$

Luego, sustituyendo el valor de "y" en (1), se tiene:

$$x = 14 + 9 = 23$$

Ejemplo 22.

Un hombre tiene dos inversiones, una que le deja anualmente un interés de 3 % y otra de 4 %. El ingreso anual total causado por las inversiones es $ 170.00. Si se intercambiaran las razones de interés, el interés total anual sería de $ 180.00. Encuentra el monto de cada inversión.

Solución:

Si, x = monto de la inversión al 3 %

y = monto de la inversión al 4 %

por tanto,

$$x(0.03) + y\,(0.04) = 170 \qquad (3)$$

$$x(0.04) + y\,(0.03) = 180 \qquad (4)$$

Multiplicando por 100 cada una de las ecuaciones (3) y (4), queda:

$$3x + 4y = 17000 \qquad (5)$$

$$4x + 3y = 18000 \qquad (6)$$

Multiplicando la ecuación (5) por 4 y la ecuación (6) por 3, se tiene:

$$12x + 16y = 68000 \qquad (7)$$

$$12x + 9y = 54000 \qquad (8)$$

Restando la ecuación (8) de la (7):

$$7y = 14000$$

$$y = \frac{14000}{7}$$

$$\underline{y = 2000}$$

Sustituyendo este valor encontrado de "y" en (5) tenemos:

$$3x + 4(2000) = 17000$$

$$3x = 17000 - 8000$$

$$x = \frac{9000}{3}$$

$$\underline{x = 3000}$$

Por tanto, el monto de la inversión al 3 % es $ 3000.00 y el monto de la inversión al 4 % es de $ 2000.00.

Ejemplo 23.

Las personas A y B pueden pintar una casa si A trabaja 6 días y B trabaja 12 días, o pueden pintar la casa si A trabaja 9 días y B trabaja 8 días. ¿Cuánto tiempo tardaría cada trabajador en pintar la casa él solo?

Solución:

Si hacemos:

x = días requeridos por A pintando la casa solo

y = días requeridos por B pintando la casa solo

entonces,

1/x = parte del trabajo terminado por A en un día trabajando solo

1/y = parte del trabajo terminado por B en un día trabajando solo

por tanto,

$$\frac{1}{x}(6) + \frac{1}{y}(12) = \frac{1}{x}(9) + \frac{1}{y}(8) \qquad \text{(a)}$$

además,

$$x + y = 18 + 17 = 35 \qquad \text{(b)}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (a) por el M.C.M. queda:

$$\frac{6y + 12x}{xy} = \frac{9y + 8x}{xy}$$

Simplificando:

$$4x = 3y \qquad \text{(c)}$$

despejando x de la ecuación (b), se tiene:

$$x = 35 - y \qquad \text{(d)}$$

Sustituyendo este valor de x en la ecuación (c), se tiene:

$$4(35 - y) = 3y$$

$$140 - 4y = 3y$$

$$140 = 7y$$

$$y = \frac{140}{7}$$

$$\underline{y = 20}$$

$$x = 35 - 20$$

$$\underline{x = 15}$$

Por tanto, la persona A se tarda 15 días pintando solo; la persona B se tarda 20 días pintando solo.

Ejemplo 24.

La suma de los recíprocos de dos números es 11. El triple del recíproco de uno de los números es 3 más que el doble del recíproco del otro número. Encuentra los números.

Solución:

Si "x" y "y" son los números, entonces:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 11 \qquad (1)$$

$$3\left(\frac{1}{x}\right) = 3 + 2\left(\frac{1}{y}\right) \qquad (2)$$

Despejando 1/x de la ecuación (1) se tiene:

$$\frac{1}{x} = 11 - \frac{1}{y} \qquad (3)$$

Sustituyendo este valor de 1/x en la ecuación (2), queda:

$$3(11 - \frac{1}{y}) = 3 + 2(\frac{1}{y})$$

$$33 - 3 = \frac{3}{y} + \frac{2}{y} = \frac{5}{y}$$

$$\frac{5}{y} = 30$$

$$y = 5/30$$

$$\underline{y = 1/6}$$

Ahora, sustituyendo el valor encontrado de "y" en la ecuación (3),

$$\frac{1}{x} = 11 - \frac{1}{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{1}{x} = 11 - 6$$

$$= 5$$

$$\underline{x = 1/5}$$

Ejemplo 25.

Un hombre rema 12 millas contra la corriente en un río y regresa tardando en el viaje redondo 7 1/2 horas. Él puede remar 1 milla contra la corriente en el tiempo en que rema 4 millas a favor de la corriente. Encuentra la velocidad de su

lancha en aguas tranquilas y la rapidez de la corriente.

Solución:

Si hacemos:

V = velocidad de la lancha en aguas tranquilas.
v = rapidez de la corriente.
t = tiempo que se tarda en remar 12 millas contra la corriente.
T = tiempo que se tarda en remar 12 millas en favor de la corriente.

Como velocidad = distancia/tiempo, entonces:

$$V - v = 12/t \qquad (1)$$

$$V + v = 12/T \qquad (2)$$

$$t + T = 7.5 \qquad (3)$$

Despejando t de (3), se tiene:

$$t = 7.5 - T$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (1), queda:

$$V - v = \frac{12}{7.5 - T} \qquad (4)$$

$$V + v = \frac{12}{T} \qquad (5)$$

Por otra parte, si puede remar 1 milla en contra de la corriente en el mismo tiempo que rema 4 millas a favor, tenemos:

$$\frac{1}{V - v} = \frac{4}{V + v}$$

$$V + v = 4V - 4v$$

$$3V = 5v$$