$$V = 5v/3 \qquad (6)$$

Sustituyendo el valor de V de la ecuación (6) en las ecuaciones (4) y (5) queda:

$$\frac{5v}{3} - v = \frac{12}{7.5 - T}$$

$$\frac{5v}{3} + v = \frac{12}{T}$$

de donde,

$$\frac{2v}{3} = \frac{12}{7.5 - T}$$

$$\frac{8v}{3} = \frac{12}{T}$$

o sea,

$$36 = 2v\,(7.5-T)$$

$$36 = 8vT$$

igualando,

$$8vT = 15v - 2vT$$

y, $$T = \frac{15v}{10v} = \frac{3}{2} = \underline{1.5 \text{ horas}}$$

De la ecuación (3) se tiene:

$$t = 7.5 - 1.5$$

$$= \underline{6 \text{ horas}}$$

Ahora, sustituyendo los valores encontrados en t y T en las ecuaciones (1) y (2), se tiene:

$$V - v = 12/6 = 2 \qquad (7)$$

$$V + v = \frac{12}{1.5} = 8 \qquad (8)$$

sumando (7) y (8): $2V = 10$

$$V = 10/2$$

$$= 5 \text{ millas/hora}$$

de (8), $v = 8 - 5$

$$= 3 \text{ millas/hora.}$$

AUTOEVALUACIÓN 4.

1.- Un comerciante tiene $ 36 en monedas de 10 centavos y 25 centavos. ¿Cuántas monedas de cada tipo hay si el número total de monedas es 192?

2.- Un aeroplano viaja 360 millas a favor del viento en 1 hora 20 minutos y retorna contra el viento en dos horas y 15 minutos. Encuentre la rapidez del aeroplano en aire tranquilo y la rapidez del viento.

3.- Entre dos hermanos compran una bicicleta en $ 300.00. Encuentre la cantidad que aportó cada uno, si uno de ellos pagó $ 12.00 más que el otro.

4.- Un pescador fue hasta un lago y luego regresó por otro camino que era 15 Km más largo que el de ida. Si en total recorrió 265 Km., encuentre la distancia recorrida en cada camino.

5.- Después de haber pagado Jaime a Francisco $5.00 aquél tenía la mitad de dinero que éste. Si entre los dos juntaban $ 21.00, encuentra la cantidad de dinero que originalmente poseía cada uno.

6.- La suma de los dígitos de un número de dos cifras es 11. Si los dígitos se invierten, el número se incrementa en 45. Encuentre el número.

7.- La suma de los dígitos de un número de dos cifras es 8. Si el número se sustrae del que se obtiene al invertir los dígitos, el resultado es 18. Encuentre el número.

8.- Durante el año de 1950, un propietario recibió $18,100 por concepto de rentas de dos casas, aún cuando una de ellas estuvo desalquilada dos meses. Si la suma de las rentas por mes fue $ 1650, encuentre el valor de la renta de cada una.

3-34 PROBLEMAS EN PALABRAS QUE CONDUCEN A SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS.

Hay muchos tipos de problemas verbales que comprenden tres incógnitas y que pueden resolverse estableciendo un sistema de ecuaciones lineales a partir de los datos conocidos. El razonamiento mediante el cual obtenemos las ecuaciones es muy análogo a aquel que nos conduce a las ecuaciones de una incógnita.

Ejemplo 26.

A y B pueden hacer un cierto trabajo en 9 días; A y C pueden hacerlo en 8 días; y B y C pueden hacerlo en 12 días. Encontrar cuánto tiempo requiere cada una de esas personas para realizar el mismo trabajo.

Solución:

Sean "x", "y", "z", los días requeridos por A, B y C, respectivamente trabajando cada uno por su parte.

Tenemos, entonces, que: 1/x, 1/y, 1/z son la parte terminada del trabajo en un día por A, B y C trabajando solos,

respectivamente. Tenemos, por tanto, las siguientes igualdades:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \qquad (3)$$

Estas ecuaciones, aunque no son lineales en "x", "y", "z", sí son lineales en 1/x, 1/y, 1/z.

Despejando 1/x de (1) y de (2), se tiene:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{9} - \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{8} - \frac{1}{z}$$

Igualando:

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{y} = \frac{1}{8} - \frac{1}{z}$$

y,

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{y} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{72} \qquad (4)$$

Sumando la ecuación (4) a la ecuación (3), se tiene:

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{y} = \frac{1}{72} \qquad (4)$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \qquad (3)$$

$$\frac{2}{z} = \frac{1}{12} + \frac{1}{72}$$

$$= \frac{6 + 1}{72}$$

$$= \frac{7}{72}$$

$$7z = 144$$

$$z = 144/7$$

$$= \underline{20\ \ 4/7 \text{ días}}.$$

Sustituyendo el valor anterior de "z" en la ecuación (4) **queda:**

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{z} - \frac{1}{72}$$

$$= \frac{7}{144} - \frac{1}{72}$$

$$= \frac{7 - 2}{144}$$

$$= \frac{5}{144}$$

$$y = \frac{144}{5}$$

$$= \underline{28\ \ 4/5 \text{ días}}.$$

Ahora, sustituyendo el valor encontrado de "y" en la ecuación (1), se tiene:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{9} - \frac{5}{144}$$

$$= \frac{16 - 5}{144}$$

$$= \frac{11}{144}$$

$$x = \frac{144}{11}$$

$$= \underline{13\ \ 1/11 \text{ días}}.$$

Ejemplo 27.

La suma de tres ángulos de un triángulo es 180°. La suma de dos de los ángulos es igual al tercer ángulo y su diferencia es igual a 2/3 del tercer ángulo. Encuentra los ángulos.

Solución:

Sean A, B, C los ángulos del triángulo, entonces:

$$A + B + C = 180 \qquad (1)$$

$$A + B = C \qquad (2)$$

$$A - B = \frac{2C}{3} \qquad (3)$$

Sustituyendo $C = A + B$ en la ecuación (1), se tiene:

$$C + C = 180°$$

$$2C = 180°$$

$$C = 90°$$

Ahora, sumando la ecuación (2) a la ecuación (3) se tiene:

$$2A = \frac{5C}{3}$$

$$A = \frac{5C}{6} = \frac{5}{6}\,(90°)$$

$$\underline{A = 75°}$$

Por último,

$$75° + B = 90°$$

$$B = 90° - 75°$$

$$\underline{B = 15°}$$

Ejemplo 28.

Para disponer del cambio suficiente en un día de negocios, un comerciante adquiere \$ 75 en moneda de medio dólar, un cuarto de dólar, diez y cinco centavos. Adquiere en total 360 monedas y el número de monedas de medio dólar es el mismo que el número de monedas de un cuarto de dólar; y el número de monedas de diez centavos es igual que el número de monedas de cinco centavos. Encuentra el número de monedas de cada especie.

Solución:

Sea "x", "y", "z", "w" el número de monedas de cada especie, entonces:

$$x + y + z + w = 360 \qquad (1)$$

y,

$$x(0.5) + y(0.25) + z(0.10) + w(0.05) = 75 \qquad (2)$$

Además:

$$x = y; \quad z = w$$

Sustituyendo en la ecuación (1), se tiene:

$$2x + 2z = 360$$

$$x + z = 180 \qquad (3)$$

Sustituyendo en la ecuación (2), se tiene:

$$x(0.5) + x(0.25) + z(0.10) + z(0.05) = 75$$

$$x(0.5 + 0.25) + z(0.10 + 0.05) = 75$$

$$0.75x + 0.15z = 75 \qquad (4)$$

Dividiendo la ecuación (4) entre 0.75 queda:

$$x + \frac{z}{5} = 100 \qquad (5)$$

Restando la ecuación (5) de la ecuación (3), se tiene:

$$x + z = 180 \qquad (3)$$

$$x + \frac{z}{5} = 100 \qquad (5)$$

$$z - \frac{z}{5} = 80$$

$$\frac{4z}{5} = 80$$

$$z = \frac{400}{4}$$

$$z = 100$$

Sustituyendo en la ecuación (3) queda:

$$x = 180 - 100$$

$$x = 80$$

por tanto,

$$x = 80, \quad y = 80, \quad z = 100, \quad w = 100.$$

Ejemplo 29.

A, B y C, trabajando conjuntamente realizan una tarea en 6 horas. A y B pueden realizarla en 9 horas y B y C pueden realizarla en 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardará en realizar la misma tarea cada uno de los hombres trabajando solo?

Solución:

Sean "x", "y", "z" las horas requeridas por A, B y C, respectivamente, para realizar la tarea, cada uno trabajando solo.

Entonces, 1/x, 1/y, 1/z será la parte terminada del trabajo en una hora por A, B y C trabajando solos, respectivamente.

Tenemos, por tanto, las siguientes igualdades:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (1), queda:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{9-6}{54}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{3}{54} = \frac{1}{18}$$

$$\underline{z = 18 \text{ horas}}$$

Sustituyendo el valor encontrado de "z" en la ecuación (3), se tiene:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{18} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{12} - \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{3-2}{36}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

$$\underline{y = 36 \text{ horas}}$$

Sustituyendo "y" en la ecuación (2), queda:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{9} - \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{4-1}{36}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{36}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$$

$$\underline{x = 12 \text{ horas}}$$

15 - 3 - 15

30.3

27/10