CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

3.- Sabemos que funciones con regla de correspondencia ax+b tienen por gráfica una línea recta; como en este caso b=0, entonces la gráfica de proporcionalidad directa es un conjunto de puntos que pertenecen a una recta que pasa por el origen.

4.- **Si se tiene una proporcionalidad directa basta calcular la imagen de un número diferente de cero para construir su gráfica.**

Ejemplos de gráficas de proporcionalidad directa:

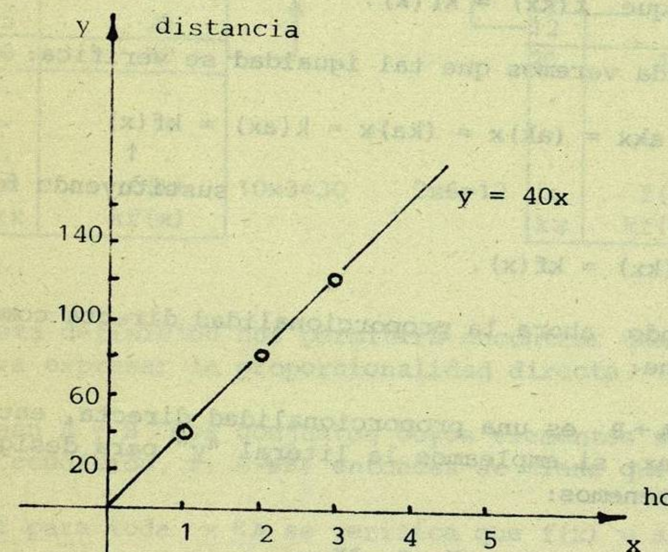

Fig. 2.a

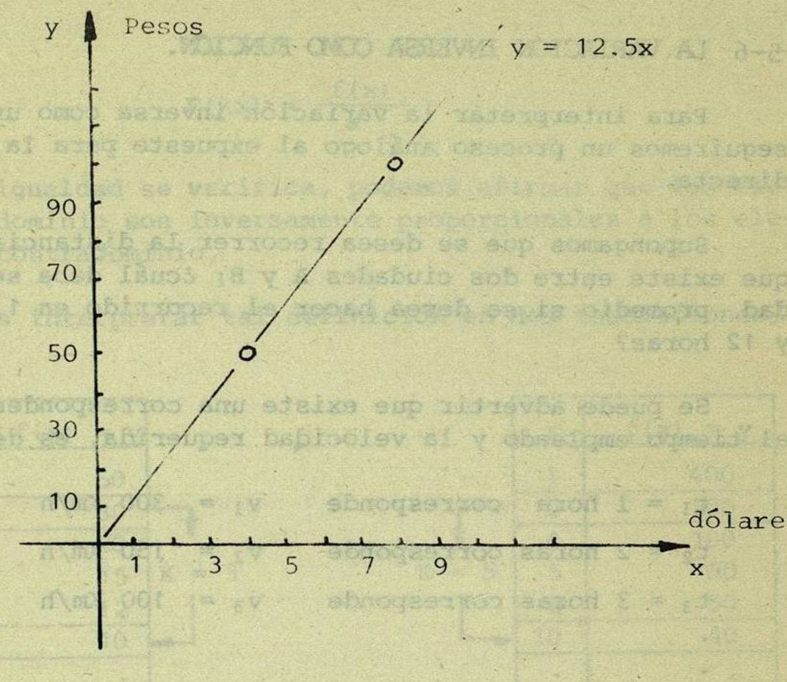

Fig. 2.b

AUTOEVALUACIÓN 3.

Haz una tabla y traza la gráfica de:

1.- $y = 2.54x$ para transformar pulgadas a cm.

2.- $y = 12.5\ x$ para transformar pesos a dólares.

3.- $y = 32 + \frac{9}{5}\ x$ para convertir °C a °F.

4.- $y = 1.25\ x$ para aumentar a los precios 25 % de su valor.

5.- $y = 0.85\ x$ para conocer cuánto debe pagarse cuando se obtiene 15 % de descuento.

6.- $y = 3.14\ x$ para calcular la circunferencia conociendo el diámetro.

5-6 LA VARIACIÓN INVERSA COMO FUNCIÓN.

Para interpretar la variación inversa como una función seguiremos un proceso análogo al expuesto para la variación directa.

Supongamos que se desea recorrer la distancia de 300 Km que existe entre dos ciudades A y B; ¿cuál debe ser la velocidad promedio si se desea hacer el recorrido en 1, 2, 3, 4, 6 y 12 horas?

Se puede advertir que existe una correspondencia entre el tiempo empleado y la velocidad requerida, es decir:

t_1 = 1 hora corresponde v_1 = 300 Km/h

t_2 = 2 horas corresponde v_2 = 150 Km/h

t_3 = 3 horas corresponde v_3 = 100 Km/h

.

.

.

t_x = x horas corresponde v_y = y Km/h

En esta correspondencia puede observarse que al multiplicar una cantidad por un número k, la cantidad correspondiente resulta dividida por ese número k. También se puede advertir que el tiempo debe ser diferente de cero; de lo contrario no se efectuaría el recorrido.

Lo anterior nos permite dar la definición de proporcionalidad inversa.

Definición 6:

Si A y B son dos conjuntos cuyos elementos son números y se tiene una función de A en B, dicha función es una proporcionalidad inversa de A en B si para cada elemento $x \in A$ y cada número k, tal que $kx \in A$, se cumple la siguiente igualdad:

CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

$$F(kx) = \frac{f(x)}{k}$$

Cuando tal igualdad se verifica, podemos afirmar que los elementos del dominio son inversamente proporcionales a los elementos del contradominio.

Podemos interpretar tal definición en dos tabulaciones:

x	f(x) = y
1	60
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
.	.
.	.
.	.

K = 3

x	f(x) = y
1	400
2	200
4	100
5	80
8	50
10	40
.	.
.	.
.	.

K = 5

x   f(x)

2x3=6 $\frac{30}{3} = 10$

kx $\frac{f(x)}{k}$

x   f(x)

2x5=10 $\frac{200}{5} = 40$

kx $\frac{f(x)}{k}$

Cuando se tiene una tabulación para una proporcionalidad inversa, es fácil advertir que el producto de un elemento del dominio por su imagen correspondiente es siempre el mismo:

x	f(x)	x.f(x)
1	60	1x60
2	30	2x30
3	20	3x20
4	15	4x15
.	.	.
.	.	.
.	.	.

x	f(x)	x.f(x)
1	400	1x400
2	200	2x200
4	100	4x100
5	80	5x80
.	.	.
.	.	.
.	.	.

En general, sean A y B dos conjuntos cuyos elementos son números ; si f : A→B es una proporcionalidad inversa, entonces existe un número "a" llamado constante de proporcionalidad inversa, que cumple la siguiente condición:

Para todo número $x \varepsilon A$, siendo $x \neq 0$ se tiene que:

$$x\, f(x) = a$$

como, $f(x) = y$, $a = xy$.

A continuación se da la expresión general de la proporcionalidad inversa.

Si A y B son conjuntos cuyos elementos son números, con la condición de que cero no pertenece al dominio, y si f:A→B es una proporcionalidad inversa, entonces dicha proporcionalidad está determinada por un número "a" llamado constante de proporcionalidad inversa, es decir:

$$f : A \to B,$$

cuya regla de correspondencia es, $f(x)= \frac{a}{x}$

$$f(x) = \frac{a}{x} \qquad f(x)=\frac{}{3}$$

CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

EJEMPLO 6.

Dar la gráfica de la proporcionalidad inversa:

$$f : A \to B$$

cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \frac{300}{x}$$

En primer lugar se procede a tabular algunos valores de x.

x	f(x)
1	300
2	150
3	100
4	75
5	60
6	50
10	30
12	25

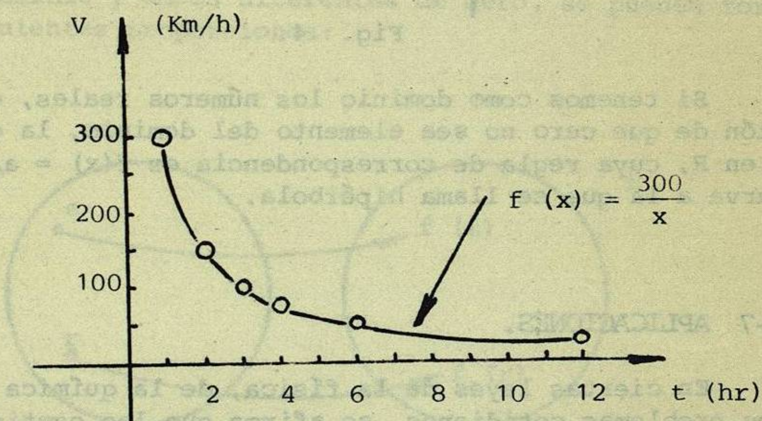

Fig. 3.

EJEMPLO 7.

Trazar la gráfica de la función, f: A→B cuya regla de correspondencia es, $f(x) = 24/x$

x	f(x)
2	12
3	8
4	6
8	3

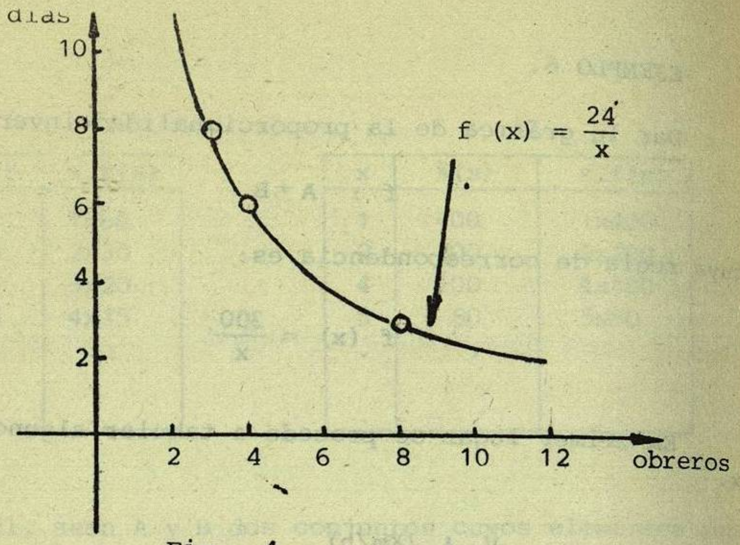

Fig. 4.

Si tenemos como dominio los números reales, con la condición de que cero no sea elemento del dominio, la gráfica de R en R, cuya regla de correspondencia es $f(x) = a/x$; es una curva a la que se llama hipérbola.

5-7 APLICACIONES.

En ciertas leyes de la física, de la química y en algunos problemas cotidianos, se afirma que las cantidades que intervienen varían en forma directa o inversamente proporcional, a continuación se dan tres ejemplos.

a) Ley de Charles.

En un proceso, a presión constante, los volúmenes de un gas ideal son directamente proporcionales a las temperaturas que soportan.

b) Ley de Boyle y Mariotte.

En un proceso, a temperatura constante, las presiones en un gas ideal son inversamente proporcionales a los volúmenes ocupados.

CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

c) Si se tiene un conjunto de rectángulos con la condición de tener la misma área, la longitud de la base es inversamente proporcional a su altura.

Lo usual es expresar las leyes de la física y la química en forma simbólica por medio de proporciones, lo cual ocasiona dificultad en su interpretación cuando se trata de resolver problemas específicos, ya que se dan únicamente dos elementos del dominio.

Si se tiene $f: A \rightarrow B$ y dicha función determina una proporcionalidad directa, entonces, para un par de elementos r y s del dominio y ambos diferentes de cero, se pueden formar las siguientes proporciones:

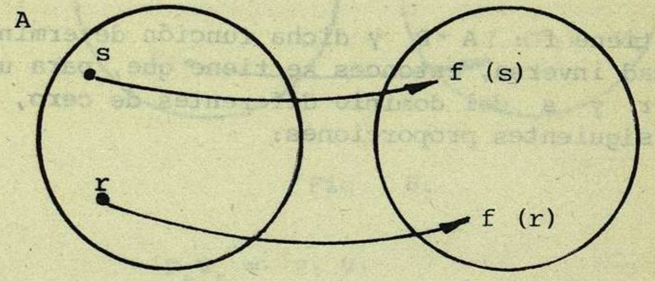

Fig. 5.

$$\frac{r}{f(r)} = \frac{s}{f(s)}$$

La ley de Charles se puede expresar en forma simbólica de la siguiente manera:

$$f : V \rightarrow T$$

CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

$$f : V \longrightarrow T$$

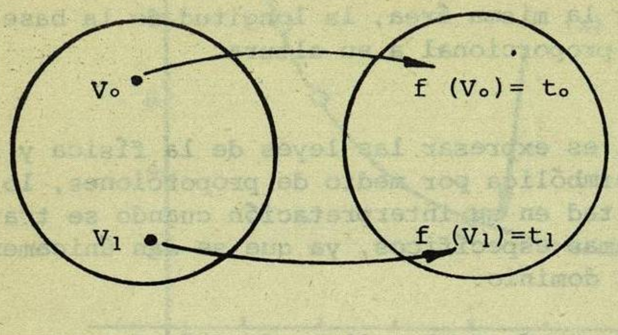

Fig. 6.

$$\frac{V_o}{t_o} = \frac{V_1}{t_1}$$

Si se tiene $f : A \to B$ y dicha función determina una proporcionalidad inversa, entonces se tiene que, para un par de elementos r y s del dominio diferentes de cero, se pueden formar las siguientes proporciones:

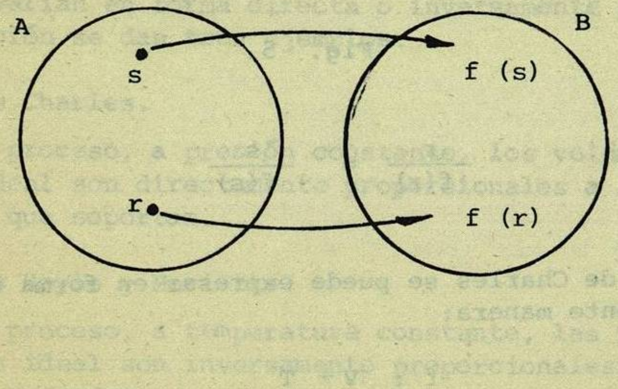

Fig. 7.

$$rf(r) = sf(s)$$

o bien, $$\frac{r}{s} = \frac{f(s)}{f(r)}$$

La ley de Boyle y Mariotte puede expresarse en forma simbólica de la siguiente manera:

$$f : P \to V$$

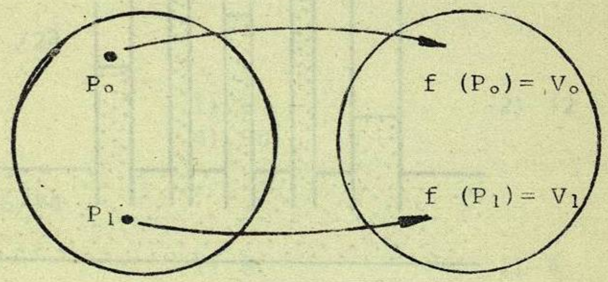

Fig. 8.

$$P_oV_o = P_1 V_1$$

AUTOEVALUACIÓN 4.

Para cada una de las siguientes tabulaciones, dé la regla de correspondencia:

1.-

x	f(x)
12	4
6	8
4	12
2	24

2.-

x	f(x)
2	6
3	9
4	12
5	15

CAPILLA ALFONSINA
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

3.-

x	f(x)
1	120
2	60
3	40
4	30

4.-

x	f(x)
5	20
6	24
7	28
8	32

5.- Un resorte de alambre acerado se alarga 3 mm cuando se le suspende un peso de 1 Kg y 15 mm cuando el peso es de 5 Kg; ¿cuál será su alargamiento cuando se suspen-den pesos de 2, 3 y 4 Kg?

6.-

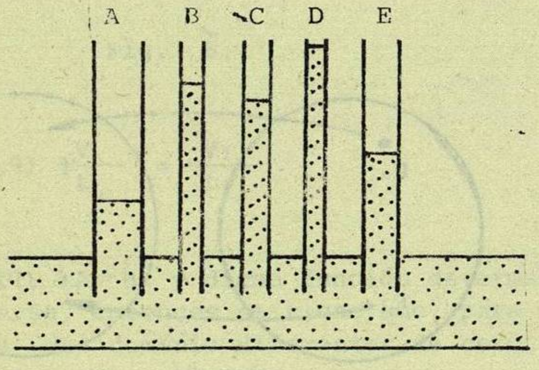

Fig. 9.

La altura que alcanza un líquido en los tubos capilares está de acuerdo con la siguiente proporción:

$$\frac{h}{h'} = \frac{r'}{r}$$

en la que "h" es la altura correspondiente a "r" y "h'" a "r'".

Los tubos A, B, C, D y E son capilares; sus radios interiores miden respectivamente 1 mm, 0.5 mm, 0.6 mm, 0.4 mm, y 0.8 mm.; en el tubo A sube el agua 14 mm; en B, 28 mm. Calcula las demás alturas.

AUTOEVALUACIÓN DEL CAPÍTULO IV.

Escribir el número que falta en cada una de las proporciones siguientes.

1.- /5 = 10/25

0) 4 1) 2 2) 1
3) 0 4) 3

2.- 3/5 = 9/

0) 25 1) 20 2) 5
3) 10 4) 15

3.- 3/4 = /24

0) 18 1) 6 2) 12
3) 24 4) 30

4.- 2/ = 16/24

0) 9 1) 6 2) 4
3) 3 4) 8

Resuelva los siguientes problemas:

5.- La razón del peso de un cuerpo en la Tierra a su peso en Marte es aproximadamente de 3 a 1. ¿Cuánto pesará en Marte una persona que pesa 70 Kg en la Tierra?

0) 210 1) 23.333 2) 89
3) 50 4) 15.5

6.- Si 9 gramos de ácido clorhídrico neutralizan 10 gramos de lejía, ¿cuántos gramos de lejía neutralizarán 270 g de ácido clorhídrico?

0) 250 1) 200 2) 100
3) 150 4) 300

7.- En un conjunto de rectángulos con áreas iguales, el largo de cada rectángulo es inversamente proporcional al ancho del rectángulo. Si el ancho de un rectángulo es de 8 centímetros y su largo es de 15 cm. ¿Cuál es el ancho de un rectángulo cuyo largo es de 12 cm?

0) 10 1) 20 2) 15
3) 5 4) 25

8.- El tiempo necesario para hacer un cierto viaje varía inversamente con la velocidad con que se viaja. Si viajando con una velocidad media de 40 millas por hora se emplean 5 horas en hacer el recorrido. ¿Cuánto tiempo podrá economizarse, si se viaja con una velocidad media de 45 millas por hora?

0) 1 hora 1) 15 minutos 2) 34 minutos
3) 57 minutos 4) 1 1/2 hr.

9.- La tabla siguiente es un ejemplo de variación directa; escríbase una ecuación lineal, expresando la primera variable como función de la segunda y dar el valor de la constante de proporcionalidad.

t	30	32	34	36	38
n	0	1	2	3	4

0) $t = 2n$ 1) $t = 2n+3$ 2) $t = 30n$
3) $t = 2n+30$ 4) $t = 3n+2$

10.- El peso de un objeto varía directamente con su volumen. Traduzca el enunciado anterior en una fórmula.

0) $W = 1/V$ 1) $W = K/V$ 2) $W = K$
3) $W = KV$ 4) $W = V$

11.- Con respecto al problema anterior, si un objeto con un volumen de 10 cm^3 pesa 14 g, hallar el valor de k.

0) 0.14 1) 7 2) 1.4
3) 0.7 4) 2.8

12.- Ahora escriba la fórmula, utilizando el valor de k que se acaba de obtener.

0) W= 0.7V 1) W= 1.4V 2) W= 0.14V
3) W= 7V 4) W= 2.8 V

13.- Hallar el volumen de un objeto de la misma sustancia cuyo peso es de 35 g.

0) 10 1) 15 2) 30
3) 20 4) 25

En cada uno de los siguientes problemas indicar si cada variable del par es directamente proporcional a la otra.

14.- El diámetro y la longitud de una circunferencia.

0) F 1) V

15.- El número de hombres que hacen una tarea y el tiempo que se emplea en terminarla.

0) F 1) V

16.- La longitud de un lado y el área de un cuadrado.

0) F 1) V

17.- La longitud y la anchura de un rectángulo que tiene un área de 100 unidades cuadradas.

0) F 1) V