EXPONENTES Y RADICALES.

Introducción: Uno de los objetivos en esta unidad es que, después de haberte iniciado ya en las leyes de los exponentes, (en la primera unidad del segundo semestre) llegues a dominarlas totalmente, pues éstas te serán de gran utilidad, cuando estudies temas como: ecuaciones cuadráticas, cúbicas, etc., ecuaciones exponenciales y logarítmicas, principio o ley de inducción matemática, las ecuaciones canónicas de las 4 figuras cónicas (es decir, círculo, parábola, hipérbola y elipse). Estas leyes, así como las de los radicales y sus operaciones, también te serán útiles cuando estudies las funciones trigonométricas y sus aplicaciones. Por todo lo anterior, te exhortamos a estudiar con mucho ahínco, esta unidad.

I. EXPONENTES.

A. Exponentes enteros positivos.

Tomando en cuenta que, ya en la primera unidad estudiaste conceptos tales como: coeficiente, base, potencia, exponente, grado, términos semejantes, etc. y que inclusive ya manejaste las leyes de exponentes para la multiplicación y división de potencias de bases diferentes de cero y con exponentes enteros positivos; ahora te ampliaremos dichos conceptos, enseñándote algunas leyes nuevas y útiles en la matemática.

Te daremos estas leyes en forma de lista y después te explicaremos las que consideramos que aún no conoces.

Leyes de los exponentes enteros positivos.

Si a y b son números reales, (donde a y b se usarán como bases) m y n son números enteros positivos, entonces:

LEYES	CONDICIONES O RESTRICCIONES.
1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	
2) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	
3) $(a^m)^n = a^{mn}$	
4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$,	si $m>n$ y $a \neq 0$
5) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$,	si $n>m$ y $a \neq 0$
6) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$,	si $b \neq 0$

B. Exponente cero.

Una extensión de estas leyes, es la siguiente:

$$\boxed{a^0 = 1 \text{ , si } a \neq 0}$$

Observa que la condición o restricción de a, es que ésta no valga cero. ¿Por qué?.

En primer lugar, veamos la razón por la cual $a^0 = 1$, para toda $a \in R$ y $a \neq 0$.

Ya vimos antes que $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, si $a \neq 0$, cuando m y n son enteros positivos. Ahora veamos que sucede si $m = n$:

$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$, pero como $\frac{a^m}{a^m} = 1$, si $a \neq 0$; por transitividad: $a^0 = 1$

Veámoslo con un valor numérico para a.

$\frac{10^3}{10^3} = 1$, pues como $10^3 = 1000$, $\frac{1000}{1000} = 1$.

$\underbrace{\frac{10^3}{10^3}}_{1} = \underbrace{10^{3-3}}_{10^0}$ (debido a la ley #4).

$1 = 10^0 \therefore 10^0 = 1$ (propiedad simétrica).

Ahora veamos porqué en la ley $a^0=1$, la $a \neq 0$: Si tuviéramos la expresión 0^0, no podríamos adjudicarle un valor numérico específico, puesto que obtendríamos expresiones del tipo $\frac{0^n}{0^n} = \frac{0}{0}$, la cual es una fracción indeterminada. Si de por sí, una fracción que contenga al cero exclusivamente en el denominador, ya es absurda y no se puede definir; con mayor razón será absurdo querer determinar el valor de una fracción del tipo $\frac{0}{0}$ ó 0^0.

Te citaremos algunos errores, en los cuales se incurre generalmente, por no tener presente lo que se llama una restricción matemática, o excepción para una regla o ley matemática. Se llama restricción matemática para una variable, en una expresión, al valor o conjunto de valores para los cuales la expresión no está definida.

Si a un alumno de primaria le preguntaramos ¿Cuál es el resultado de $\frac{0}{0}$? quizás contestaría que $\frac{0}{0} = 1$, porque le han dicho que "toda cantidad o número dividido entre sí mismo es igual a 1", es decir, el sabe que:

$\frac{5}{5} = 1$; $\frac{7}{7} = 1$; $\frac{207}{207} = 1$, etc, etc.

Lo que sucede es que, no se le advirtió que existe una excepción a esa regla, es decir, existe una restricción matemática. En otras palabras, la regla completa es: "Todo número a , excepto 0, dividido entre sí mismo es igual a la unidad", es decir:

$$\boxed{\frac{a}{a} = 1, \text{ si } a \neq 0}$$

Otro error sería, que el alumno contestara que $\frac{0}{0} = 0$, basándose en que, se le dijo en primaria que "el cero dividido por cualquier número, es igual a cero".

El error está en que falta la restricción matemática para el denominador, el cual no debe ser cero, de lo contrario la fracción es indefinida. Es decir, $\boxed{\frac{0}{a} = 0, \text{ si } a \neq 0}$

Algunos errores como los anteriores, están fundamentados en razonamientos equívocos, como los siguientes:

Algunos alumnos que piensan erróneamente que $\frac{0}{0} = 1$, tratan de justificarlo con el siguiente razonamiento mal aplicado:

Si $\frac{0}{0} = 1$, entonces $0 = 0 \times 1$; y como $0 \times 1 = 0$, por lo tanto $0 = 0$.

Es necesario enfatizar, que el error comienza desde la hipótesis $\frac{0}{0} = 1$.

Los otros alumnos que, también erróneamente, piensan que $\frac{0}{0} = 0$, hacen también un razonamiento mal aplicado:

Si $\frac{0}{0} = 0$, entonces $0 = 0 \times 0 \therefore 0 = 0$

Hay que enfatizar, que el error comienza en la hipótesis $\frac{0}{0} = 0$.

Se enfatizó que las 2 hipótesis son erróneas, para recordarte que la división entre 0 es absurda o indefinida.

C. Exponentes enteros negativos.

Habiendo ya estudiado que $a^0 = 1$, si $a \neq 0$, ahora introduciremos el concepto de una base con exponente negativo.

Basándonos en la primera ley: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, hagamos que $m = -n$, donde n es un entero positivo.

Si $-n$, como un exponente, obedece la primera ley, es necesario que: $a^{-n} \cdot a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$, si $a \neq 0$.

Por lo tanto, definimos el concepto a^{-n}, por las igualdades siguientes:

$$\left.\begin{aligned} a^{-n} &= a^{-n} \cdot \frac{a^n}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n} \\ \frac{1}{a^{-n}} &= \frac{1 \cdot a^n}{a^{-n} \cdot a^n} = \frac{a^n}{a^0} = \frac{a^n}{1} = a^n \end{aligned}\right\} \text{ si } a \neq 0 \text{ y } n \text{ es entero positivo}$$

Te ilustraremos con algunos ejemplos esta ley:

Ejemplo 1. Simplificar.

$$15ab^{-2} = 15a \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{15a \cdot 1}{b^2} = \frac{15a}{b^2}$$

Ejemplo 2. Simplificar.

$$\frac{3}{7}(a \cdot b)^{-1} = \frac{3}{7}\left(\frac{1}{ab}\right) = \frac{3}{7}\frac{(1)}{(ab)} = \frac{3}{7ab}$$

Ejemplo 3. Simplificar.

$x^{-1} - y^{-1} = \frac{1}{x^1} - \frac{1}{y^1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy}$, pero nunca confundas con el concepto erróneo de que:

$a^{-1} - b^{-1} = \frac{1}{a-b}$; pues realmente $a^{-1} - b^{-1} \neq \frac{1}{a-b}$

Un concepto semejante al anterior, pero diferente en cuanto a la operación algebraica (multiplicación en lugar de substracción) es:

$$a^{-1}\, b^{-1} = \left(\frac{1}{a^1}\right)\left(\frac{1}{b^1}\right) = \frac{(1)}{(a)}\frac{(1)}{(b)} = \frac{1}{ab}$$

Es muy común, que en expresiones que contengan exponentes negativos, se te pida que las expreses sin ellos.

Ejemplo 4. Escribir $\frac{3ab^{-1}}{5c^2d^{-2}}$ sin exponentes negativos.

Solución: $$\frac{3ab^{-1}}{5c^2d^{-2}} = \frac{3a\,\frac{1}{b^1}}{5c^2\,\frac{1}{d^2}} = \frac{\frac{3a(1)}{b}}{\frac{5c^2(1)}{d^2}} = \frac{\frac{3a}{b}}{\frac{5c^2}{d^2}} = \frac{3a \cdot d^2}{5c^2 \cdot b}$$

$$\therefore \quad \frac{3ab^{-1}}{5c^2d^{-2}} = \frac{3ad^2}{5bc^2}$$

Ejemplo 5. Simplificar: $(3a)^6 - 3a^0 - (3a)^0$.

Solución: $(3a)^6 - 3a^0 - (3a)^0 = 3^6 \cdot a^6 - 3(1) - (1)$

$= 729a^6 - 3 - 1$

$\therefore (3a)^6 - 3a^0 - (3a)^0 = 729a^6 - 4$

Es muy importante, que siempre tengas presente 2 leyes de los exponentes, los cuales en cierta forma, se derivan de las 6 leyes fundamentales.

$1^m = 1$, para toda $m \in$ Reales.

$0^m = 0$, solamente si $m > 0$

Ejemplo 6. Simplificar $1^{-13} = 1$; $1^{\frac{2}{7}} = 1$; $1^0 = 1$; $1^7 = 1$; $1^{1000} = 1$

Ejemplo 7. Simplificar $0^1 = 0$; $0^{175} = 0$; $0^{250} = 0$; $0^{1000} = 0$

EJERCICIO

1. Simplifica cada expresión (si es posible) y exprésala de tal forma que no contenga exponentes negativos ni exponentes 0.

a) 2^{-3}

b) 15^0

c) 4^{-3}

d) $(-5)^{-2}$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

f) $3^0 \cdot 3^1$

g) $(4^1)^{-2}$

h) $\dfrac{2^3}{2^{-2}}$

i) $5b^0$

j) $\dfrac{3}{7x^0}$

k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

l) $(-3)^2$

m) $(-18)^0$

n) $(0 \cdot 3)^{-2}$

o) $(7^{-1})^{-2}$

p) 1^7

q) $\dfrac{2^3}{(-2)^2}$

r) $\dfrac{7^{-3}}{7^{-5}}$

s) $2 + (10b)^0$

t) $3(x+2y)^0$

Después de resolver los ejercicios anteriores, te ilustraremos con algunos ejemplos, para que estés mejor preparado y resuelvas otros ejercicios menos sencillos, en los cuales, se incluyen varias operaciones al mismo tiempo.

Ejemplo 8. Simplificar $(6b^{-2})^2 \left[3b^7(b^{-5}+4)^{-3}\right]^0$

Solución. Aplicando las leyes de los exponentes tenemos:

Si $\underbrace{(6b^{-2})^2 = 6^2b^{-4}}_{(ab)^m = a^m \cdot b^m}$ **y** $\underbrace{\left[3b^7(b^{-5}+4)^{-3}\right]^0 = 1}_{[a]^0 = 1 \text{ si } a \neq 0}$

entonces $(6^2b^{-4}) \cdot 1 = 36b^{-4} = \dfrac{36}{b^4}$

$\therefore (6b^{-2})^2 \left[3b^7 (b^{-5}+4)^{-3}\right]^0 = \dfrac{36}{b^4}$

Ejemplo 9. Simplificar $4b^{-3}(-5b)^2 - 4(-5)^2 b^{-1}$

$= 4\left(\frac{1}{b^3}\right)(-5)^2 b^2 - 4(25) \cdot \frac{1}{b^1}$

$= \frac{4}{b^3} \cdot 25b^2 - 100 \cdot \frac{1}{b}$

$= 100\left(\frac{b^2}{b^3}\right) - \frac{100}{b}$

$= \frac{100}{b} - \frac{100}{b} = 0$

$\therefore 4b^{-3}(-5b)^2 - 4(-5)^2 b^{-1} = 0$

EJERCICIO.

2. Simplifica cada una de las expresiones siguientes:

a) $\dfrac{6}{(x-y)^0}$

b) $5a^{-1}b^{-2}c^3$

c) $(3a^{-1}b^2)^{-2}$

d) $2(-2)^{-2}$

e) $(-x^{-1})^{-1}$

f) $8^2 \cdot 2^{-5}$

g) $\dfrac{x^{-2}(-2x)}{3(-x)^{-1}}$

h) $(2^{-2} - 3^{-1})^{-1}$

i) $-(3^{-1} - b)^{-1}$

j) $(5b^{-1})^2 \left[2b^5(b^{-3}+2)^{-2}\right]^0$

k) $1 - (n-1)^{-1} + (n+1)^{-1}$

l) $(3b)^{-1}(5a^{-1})^0 - 3b^{-1}$

m) $2b^{-3}(-3b)^2 - 2(-3)^2 b^{-1}$

n) $\dfrac{x - y^{-1}}{(x-y)^{-1}}$

o) $(2)^3(a)^{-4}(17)^0$

p) $(3a^{-1}b^{2})^{2}$

q) $\dfrac{-1}{(-1)^{-1}}$

r) $(-x^{-1})^{2}$

s) $\dfrac{5x^{-2}}{x^{-3}}$

t) $\dfrac{(5x^{-2})^{0}}{5(-x)^{0}}$

D. Exponentes fraccionarios.

Entre las leyes de los exponentes, además de los exponentes enteros positivos, cero y enteros negativos, tenemos también exponentes fraccionarios, es decir exponentes en forma de cocientes, tales como:

$$8^{\frac{5}{3}},\ x^{\frac{3}{4}},\ 27^{-\frac{1}{3}},\ 4^{\frac{3}{2}},\ \text{etc.}$$

Para lograr una mejor comprensión de este tema, recordemos algunos elementos básicos de la raíz cuadrada, cúbica, cuarta, etc., de un número, en donde sabemos que el cuadrado, cubo, cuarta potencia etc., de un número real, lo obtenemos multiplicando el número por sí mismo, cuantas veces indique el exponente; también sabemos que la potencia de un número real, es el producto de factores iguales a dicho número, así pues:

$$2^{2} = 2^{1}\cdot 2^{1}\ ;\ 3^{3} = 3^{1}\cdot 3^{1}\cdot 3^{1}\ ;\ 4^{4} = 4^{1}\cdot 4^{1}\cdot 4^{1}\cdot 4^{1}$$

(nótese que los factores tienen exponente **uno**)

Ahora bien, consideremos la ecuación:

$a^{?}\cdot a^{?}\cdot a^{?} = a^{1}$; (a es un número real),

en donde a^{1} es el producto de 3 factores **iguales, es decir:**

$$(a^{?})^{3} = a^{1}$$

¿Qué valor debe substituir al signo de interrogación, para que la ecuación se cumpla?

Recordando las leyes de los exponentes, **mencionados en el tema I-A, tenemos que si:**

$$(a^{m})^{n} = a^{mn};\ \text{entonces},\ (a^{\frac{1}{m}})^{m} = a^{m\cdot\frac{1}{m}} = a^{\frac{m}{m}} = a^{1}$$

Por lo tanto, el valor de "?" debe ser $\frac{1}{3}$, así:

$\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{3} = a^{\frac{3}{3}} = a^{1}$. Esto se hace extensivo para cualquier número real con un exponente $\frac{1}{n}$; (n debe ser entero positivo).

Tratando de llegar a una síntesis de lo expuesto, nos preguntamos ¿Existe un número real tal, que al elevarse a la n-ésima potencia, nos dé a? La respuesta es sí. $(\sqrt[n]{a})^{n} = a$, (donde $a \geq 0$)

El término $a^{\frac{1}{n}}$ se define pues como la raíz n-ésima de a y se escribe $\sqrt[n]{a^{1}}$

$\sqrt[n]{a^{1}}$ → **A toda la expresión le llamamos radical**

Las partes de un radical son:

índice de la raíz ← $\sqrt[n]{a^{1}}$ → **exponente**
→ **radicando**

Con esto vemos que se extiende el número de operaciones inversas en matemática. Decimos por ejemplo, que la operación inversa: de la adición, es la sustracción,

operaciones inversas

$$5 + 5 - 5 = 5$$

de la multiplicación, es la división,

operaciones inversas

$$5 \times 5 \div 5 = 5$$

de elevar un número a una potencia, es extraer su raíz,

operaciones inversas

$$\text{si } x = 5,\ (\sqrt[3]{x^{3}}) = 5$$

porque una operación anula lo que hace la otra.

Al inicio del tema, decíamos que para lograr una mejor comprensión de los exponentes fraccionarios, recordaríamos algunos elementos de las raíces; pues bien, la ayuda que las raíces nos prestan, de acuerdo a la siguiente definición:

> **Si e representa un número entero, i un número entero positivo y R un número entero real positivo, entonces:**
>
> $$R^{\frac{e}{i}} = \sqrt[i]{R^{e}}$$

es que en muchas ocasiones, obtendremos como resultado un número real, más claro y simple que el término con exponente fraccionario.

Por ejemplo:

FORMA EXPONENCIAL	FORMA RADICAL			
$9^{\frac{1}{2}}$	$= \sqrt[2]{9}$	$= \left(\sqrt{(3)^2}\right)^1$	$= 3^1$	$= \underline{3}$
$8^{\frac{5}{3}}$	$= \sqrt[3]{8^5}$	$= \left(\sqrt[3]{(2)^3}\right)^5$	$= 2^5$	$= \underline{32}$
$27^{\frac{4}{3}}$	$= \sqrt[3]{27^4}$	$= \left(\sqrt[3]{(3)^3}\right)^4$	$= 3^4$	$= \underline{81}$
$3125^{\frac{2}{5}}$	$= \sqrt[5]{3125^2}$	$= \left(\sqrt[5]{(5)^5}\right)^2$	$= 5^2$	$= \underline{25}$

cuando el índice es 2, generalmente no se escribe.

resultados más claros y simples.

Observa que el numerador de la fracción indica la potencia a la que debe elevarse R; y que el denominador indica el índice de la raíz.

Es importante antes de continuar, precisar que estamos trabajando con el <u>conjunto de los números reales</u>, especialmente al considerar las raíces de los radicales. De acuerdo a esto, analicemos 3 posibilidades.

a) Todo número positivo tiene dos raíces reales cuando su índice es dos, una es positiva y la otra es negativa. Por ejemplo:

$\sqrt{16} = +4$ porque $(4)(4) = 16$
$\qquad -4$ porque $(-4)(-4) = 16$

A la raíz positiva la llamamos <u>raíz principal</u>.

b) Un número positivo o negativo tiene nada más una sola raíz, cuando su índice es impar, siendo el signo de la raíz igual al signo del número. Por ejemplo:

$\sqrt[3]{8} = 2$ porque $(2)(2)(2) = 8$

$\sqrt[5]{-1024} = -4$ porque $(-4)(-4)(-4)(-4)(-4) = -1024$

c) Un número negativo no tiene raíz enésima real si su índice <u>n</u> es número par. Por ejemplo:

$\sqrt{-4}$ = su raíz no está definida, en los números reales porque no existen dos números reales iguales cuyo producto sea -4.

$\sqrt[4]{-25}$ = tampoco existe su raíz en el conjunto de los números reales.

Volviendo a las leyes de los exponentes, analicemos el término $a^{\frac{m}{n}}$, (<u>a</u> es número real y $n \neq 0$) que puede tener 2 opciones para expresarse:

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{o}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

según esto, ejemplifiquemos:

$$36^{\frac{3}{2}} = \left(36^{\frac{1}{2}}\right)^3 = \left(\sqrt{36}\right)^3 = 6^3 = 216 \quad \text{o}$$

$$36^{\frac{3}{2}} = \left(36^3\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{46,656} = 216.$$

Como podemos observar, en el primer ejemplo trabajamos con números más pequeños, por lo que en general, al estar operando con exponentes fraccionarios, conviene, en cuanto sea posible, <u>sacar una raíz, antes que elevar a una potencia</u>.

Ahora pondremos en práctica los conocimientos adquiridos sobre exponentes positivos, negativos, cero, así como fraccionarios, para solucionar ejercicios que incluyen estos tipos de exponentes. Al obtener la respuesta de cualquier <u>expresión exponencial</u> (expresión que contiene un exponente), consideremos que en general es mejor tener exponentes positivos que negativos y que cuando un exponente fraccionario puede expresarse en forma más simple y clara al transformarlo con raíces, es conveniente hacerlo. Cabe hacer notar que las leyes que se dieron <u>para los exponentes positivos, se aplican en general para los exponentes fraccionarios</u>; por ejemplo la aplicación de algunas de estas leyes, serían:

$$(ab)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \; b^{\frac{m}{n}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$$

Ejemplo 1. Escribir una expresión equivalente en forma radical.

$$15^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{15^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

Ejemplo 2. Idem.

$$3^{\frac{2}{3}} \cdot c^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{c}$$
$$= \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{c}$$
$$= \sqrt[3]{9c}$$

Ejemplo 3. Dar una expresión equivalente en forma exponencial.

$$\sqrt[5]{x^2}\,\sqrt{y^5} = x^{\frac{2}{5}} \cdot y^{\frac{5}{2}}$$

Ejemplo 4. Idem.

$$\sqrt{a^2 + b^2} = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$$

Ejemplo 5. Encontrar el valor numérico más simple.

$$(5^2 + 12^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{(5^2 + 12^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{25+144}} = \frac{1}{\sqrt{169}} = \frac{1}{\pm 13}$$

Ejemplo 6. Idem.

$$(5^2 \cdot 4^2)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{2}} \cdot 4^{\frac{2}{2}} = 5^1 \cdot 4^1 = 20$$

Ejemplo 7. Efectuar las operaciones indicadas y simplificar, dejando las respuestas sin exponentes cero, negativos o fraccionarios.

$$\frac{2^0 m}{m^{\frac{1}{2}}} = 1 \cdot m^{1-\frac{1}{2}} = m^{\frac{1}{2}} = \sqrt{m}$$

Ejemplo 8. Idem.

$$\left(\frac{-27}{a^6 b^6}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{(-27)^{-\frac{1}{3}}}{a^{(6)(-\frac{1}{3})}\, b^{(6)(-\frac{1}{3})}}$$

$$= \frac{a^{\frac{6}{3}}\, b^{\frac{6}{3}}}{(-27)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{a^2 b^2}{\sqrt[3]{-27}} = \frac{a^2 b^2}{-3}$$

Ejemplo 9. Idem.

$$(6^2 - 3^2)^{\frac{1}{3}} = (36-9)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (27)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{27} = 3$$

Ejemplo 10. Idem.

$$\frac{4a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}} b^{-\frac{1}{2}}} = \frac{4b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}} = \frac{4\sqrt{b}}{a^{\frac{2}{2}}} = \frac{4\sqrt{b}}{a}$$

EJERCICIO

1. Escribe una expresión equivalente en forma radical.

a) $4^{\frac{1}{3}}$

b) $x^{\frac{2}{5}}$

c) $16^{-\frac{1}{3}}$

d) $4a^{\frac{2}{3}}$

e) $3x^{\frac{3}{4}}$

f) $7b^{\frac{3}{7}}$

g) $(7b)^{\frac{3}{7}}$

h) $\dfrac{1}{(2x)^{-\frac{1}{3}}}$

2. Escribe una expresión equivalente en forma exponencial.

a) $\sqrt{3x}$

b) $\sqrt[3]{8^2}$

c) $\sqrt[3]{27a^3}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt{49}x}$

e) $4\sqrt[3]{5xy^2}$

f) $\sqrt[3]{a+b}$

g) $\sqrt[5]{32a^{10}b^{10}}$

h) $\sqrt[10]{(x+y)^6 z^4}$

3. Encuentra el valor numérico más simple.

a) $9^{\frac{1}{2}}$

b) $343^{\frac{2}{3}}$

c) $25^{\frac{3}{2}}$

d) $16^{-\frac{3}{4}}$

e) $(-27)^{\frac{2}{3}}$

f) $81^{-\frac{3}{4}}$

g) $64^{\frac{3}{2}}$

h) $32^{-\frac{2}{5}}$

i) $\left(8^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot 2^0$

j) $(5^2 - 4^2)^{\frac{1}{2}}$

4. Efectúa las operaciones indicadas y simplifica, dejando las respuestas sin exponente cero, negativo o fraccionario.

a) $\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^3$

b) $(4a^2b^0)^{\frac{1}{2}}$

c) $x^{-2} \cdot x^{\frac{2}{3}}$

d) $\left(\dfrac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{3}}}\right)^2$

e) $\left(y^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}$

f) $\left(\dfrac{125a^6}{27b^{-3}}\right)^{-\frac{1}{3}}$