g) $\sqrt{64st} - \sqrt{121st} + \sqrt[3]{340} - \sqrt[3]{605}$

h) $\sqrt[4]{7} - \sqrt[4]{112} + \sqrt{162} + \sqrt{242}$

i) $\sqrt[3]{3000} + \sqrt[3]{1331} - \sqrt[4]{324} + \sqrt[4]{64}$

j) $\sqrt{19} - \sqrt[3]{17} + \sqrt{76} - \sqrt[3]{136}$

2. Encuentra las siguientes raíces imaginarias.

a) $\sqrt{-64}$

b) $2\sqrt{-8}$

c) $3\sqrt{-25}$

d) $4\sqrt{-\frac{4}{25}}$

e) $\sqrt{-\frac{16}{81}}$

f) $\sqrt{-\frac{49}{4}}$

RESUMEN

En una potencia como b^m, b se llama la base y m el exponente.

Leyes de los exponentes enteros positivos.

Si a y b son números reales, (donde a y b se usarán como bases) - y m,n son números enteros positivos, entonces

LEYES	RESTRICCIONES MATEMATICAS
1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	
2) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	
3) $(a^m)^n = a^{mn}$	
4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	, si $m>n$ y $a\neq 0$
5) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$	, si $n>m$ y $a\neq 0$
6) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	, si $b\neq 0$

Exponente cero

Algunas extensiones de las leyes de exponentes son:

$a^0 = 1$, si $a\neq 0$

$\frac{0}{0}$ es una fracción indeterminada.

$\frac{a}{a} = 1$, si $a\neq 0$

$\frac{0}{a} = 0$, si $a\neq 0$

Se llama restricción matemática para una variable, en una expresión, al valor o conjunto de valores, para los cuales la expresión no está definida.

Exponentes negativos.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, si $a \neq 0$ y n es entero positivo

$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$, si $a \neq 0$ y n es entero positivo

Exponentes fraccionarios.

Una expresión con exponente fraccionario es de la forma $4^{\frac{3}{7}}$

El término $a^{\frac{1}{n}}$ se puede definir como la raíz n-ésima de a y se escribe $\sqrt[n]{a^1}$.

A la expresión $\sqrt[n]{a^1}$, le llamamos radical.

Las partes que componen un radical son:

Índice de la raíz ⟶ $\sqrt[3]{x^2}$ ⟶ exponente
⟶ radicando

Cualquier número real a, se puede expresar de dos formas: exponencial o radical. (En los números racionales $b \neq 0$)

Número real ;	Forma exponencial ;	Forma radical
a =	$a^{\frac{1}{2}}$ =	$\sqrt{a}$

En álgebra, a una operación que anula lo que hace la otra, le llamamos operación inversa.

Al resultado de un radical lo llamamos raíz.

La raíz de todo número positivo es doble, cuando su índice es dos, una raíz es positiva y la otra es negativa; cuando su índice es cuatro, las raíces son cuatro, dos positivas y dos negativas; cuando su índice es seis, las raíces son seis, tres positivas y 3 negativas, y así sucesivamente.

Cuando tenemos como resultado una raíz positiva y una negativa, se considera a la raíz positiva como raíz principal.

Un número positivo o negativo tiene nada más una sola raíz, cuando su índice es impar, siendo el signo de la raíz igual al signo del número.

Un número negativo no tiene raíz enésima real, si su índice n es número par.

Las leyes de los exponentes fraccionarios son:

$(ab)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$

Leyes de los radicales.

Si a y b son números reales, $n \in N$ y ningún radicando es negativo si n es par, tenemos:

1) $(a^n)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^n}$

2) $a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

3) $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

4) $\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Se considera que un radical de la forma $\sqrt[n]{a}$ está en forma simplificada, cuando:

a) El radicando no contiene factores a la n-ésima potencia.
b) El radicando no contiene fracciones.
c) El índice de la raíz es el mínimo entero posible.

Multiplicación de radicales.

Se recurre a la ley: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ para poder efectuar la multiplicación de radicales.

División de radicales.

La Ley: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ es el recurso que permite la división de radicales.

Adición y sustracción de radicales.

Las operaciones de adición y sustracción de radicales utilizan básicamente la propiedad distributiva de la multiplicación:

$$b\sqrt[n]{a} + c\sqrt[n]{a} + d\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}\,(a + b + c)$$

Con respecto al conjunto de números complejos tenemos:

$\underbrace{a + bi}_{\text{número complejo}}$

parte real: a

parte imaginaria: bi

la literal i= -1 se llama unidad imaginaria.

GLOSARIO

BASE DE UNA POTENCIA: En un número usado varias veces como factor, al producto se le llama potencia y el factor usado es la base.

EXPONENTE: Es un pequeño número o letra que se escribe arriba y a la derecha de una cantidad, para indicar cuántas veces se usa esa cantidad como factor.

EXPRESION EXPONENCIAL: Es una expresión que contiene un exponente cualquiera.

HIPOTESIS: Cualquier enunciado que se acepta sin demostración, con el objeto de tener una base para discusión.

INDICE DE LA RAIZ DE UN RADICAL: Es un pequeño número que se escribe en el signo o símbolo de la raíz de un radical, e indica la raíz que debe extraerse.

NUMERO COMPLEJO: Es un número de la forma a+bi donde a es la parte real y bi la parte imaginaria. Ejemplo. 2+3i, 5-7i.

NUMERO IMAGINARIO: Es un número que resulta al extraer la raíz cuadrada de un número negativo. Ejemplo. $\sqrt{-25} = \pm 5i$; $\sqrt{-4} = \pm 2i$

PROPIEDAD SIMETRICA: Para dos números naturales a y b, si a = b, entonces b = a.

RACIONALIZAR: Es convertir en número racional el denominador de una fracción, cuando éste sea irracional.

RADICAL: Es la expresión o símbolo $\sqrt[n]{a}$, la cual se lee como: "la enésima raíz de a".

RADICALES NO SEMEJANTES: Son aquéllos que tienen diferente el índice o el radicando o ambos, ejemplo $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt{a}$; $\sqrt[3]{2b}$, $\sqrt[3]{3m}$; $\sqrt[4]{c}$ $\sqrt{d}$;

RADICALES SEMEJANTES:	Son aquellos radicales que tienen el mismo índice y el mismo radicando, ejemplo: $2\sqrt[3]{3}$, $5\sqrt[3]{3}$;
UNIDAD IMAGINARIA:	Es la raíz cuadrada del negativo de 1, la cual se escribe como $i = \sqrt{-1}$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

Gordon Fuller. Algebra Elemental, C.E.C.S.A., México, 1973.

Parra Cabrera. Matemáticas 4o. Curso, Editorial Kapelusz Mexicana, México, 1974.

Peters Schaaf. Algebra, Editorial Reverté Mexicana, México 1972.

Rees y Sparks. Algebra, Editorial Reverté Mexicana, México 1972.

ANEXO

Respuestas de los ejercicios.

I. EXPONENTES.

A. Exponentes enteros positivos.

B. Exponente cero.

C. Exponentes enteros negativos.

1.

a) $\frac{1}{2^3}$ ó $\frac{1}{8}$

b) 1

c) $\frac{1}{4^3}$ ó $\frac{1}{64}$

d) $\frac{1}{(-5)^2}$ ó $\frac{1}{25}$

e) $\frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$ ó 25

f) 3

g) $\frac{1}{(4^1)^2}$ ó $\frac{1}{16}$

h) $\frac{2^3}{2^{\frac{1}{2}}}$ ó 32

i) 5

j) $\frac{3}{7}$

k) 2

l) 9

m) 1

n) $\frac{1}{0.09}$ ó $\frac{100}{9}$

o) 49

p) 1

q) 2

r) 49

s) 3

t) 3

2.

a) 6

b) $\frac{5c^3}{ab^2}$

c) $\frac{a^2}{9b^4}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $-x$

f) 2

g) $\frac{2}{3}$

h) -12

i) $\frac{3}{3b-1}$

j) $\frac{25}{b^2}$

k) $\frac{n^2-3}{(n-1)(n+1)}$ ó $\frac{n^2-3}{n^2-1}$

l) $\frac{1}{3b} - \frac{3}{b}$ ó $\frac{-8}{3b}$

m) 0

n) $\frac{(xy-1)(x-y)}{y}$

o) $\frac{1}{2}$

p) $\frac{9b^4}{a^2}$

q) 1

r) $\frac{1}{x^2}$

s) $5x$

t) $\frac{1}{5}$