Barra 1

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_A \\ V_A \\ M_A \\ F_B \\ V_B \\ M_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}$$

vector de fuerzas generalizadas

Barra 2

$$\begin{bmatrix} F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_A \\ V_A \\ M_A \\ F_B \\ V_B \\ M_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_4 \\ D_5 \\ D_6 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \end{bmatrix}$$

Las fuerzas externas que actúan sobre la estructura son resistidas por el conjunto de barras, por esta razón, debemos sumar la aportación de cada barra a la resistencia total que opone toda la estructura a la acción de las fuerzas externas.

Así, al actuar una fuerza axial en el extremo A de la barra 1, podrán existir los vectores D_1, D_4 y D_7 compatibles con esta fuerza y podremos obtener la resistencia total a esta fuerza con las expresiones:

$$F_1 = \frac{EA}{L} \cdot D_1 - \frac{EA}{L} \cdot D_4$$

De manera análoga:

$$F_2 = V_2^* = \frac{12EI}{L^3} \cdot D_2 + \frac{6EI}{L^2} \cdot D_3 - \frac{12EI}{L^3} \cdot D_5 + \frac{6EI}{L^2} \cdot D_6$$

$$F_3 = M_3^* = \frac{6EI}{L^2} \cdot D_2 + \frac{4EI}{L} \cdot D_3 - \frac{6EI}{L^2} \cdot D_5 + \frac{2EI}{L} \cdot D_6$$

$$F_4 = F_4^* = (-\frac{EA}{L} \cdot D_1 + \frac{EA}{L} \cdot D_4) + (\frac{EA}{L} \cdot D_4 - \frac{EA}{L} \cdot D_7)$$

De donde -> $F_4 = -\frac{EA}{L} \cdot D_1 + (\frac{EA}{L} + \frac{EA}{L}) D_4 - \frac{EA}{L} \cdot D_7)$

$$F_5 = V_5 = (-\frac{12EI}{L^3} \cdot D_2 - \frac{6EI}{L^2} \cdot D_3 + \frac{12EI}{L^3} \cdot D_5 - \frac{6EI}{L^2} \cdot D_6) + (\frac{12EI}{L^3} \cdot D_9 + \frac{6EI}{L^2} \cdot D_6 - \frac{12EI}{L^3} \cdot D_8 + \frac{6EI}{L^2} \cdot D_9)$$

$$V_5 = -\frac{12EI}{L^3} \cdot D_2 - \frac{6EI}{L^2} + \left(\frac{12EI}{L^3} + \frac{12EI}{L^3}\right) \cdot D_5 + \left(-\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2}\right) \cdot D_6 - \frac{12EI}{L^3} \cdot D_8 + \frac{6EI}{L^2} \cdot D_9$$

El estudiante deberá obtener las expresiones "ensambladas" para : M_6, F_7, F_8 Y F_9.

Este conjunto resultante de 9 ecuaciones algebraicas pueden reescribirse en notación matricial de la siguiente forma:

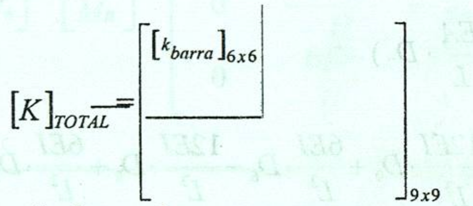
$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} + \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} + \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \end{bmatrix}$$

$[K]_{TOTAL}$

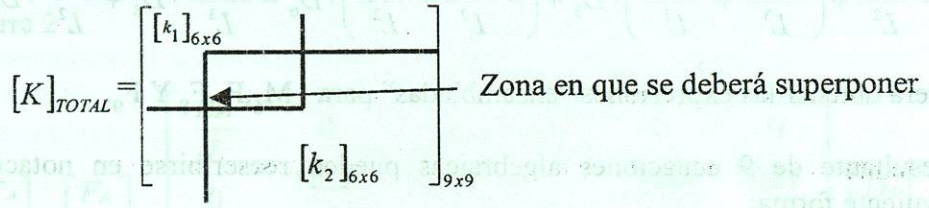
Observaciones acerca del proceso de ensamble de la matriz de rigidez total, $[K]_{TOTAL}$

1.- Si las barras se definen con su "extremo A" en el lado izquierdo y son colineales y los grados de libertad se enumeran para cada barra en el orden: $d_{xA}, d_{yA}, \theta_A, d_{xB}, d_{yB}$ y θ_B .... entonces la matriz $[K]_{TOTAL}$ se puede calcular superponiendo cada una de las matrices $[K]_{barra}$ sobre la matriz $[K]_{TOTAL}$ de acuerdo a la numeración de los grados de libertad y las fuerzas externas asociadas.

Así, para la barra 1



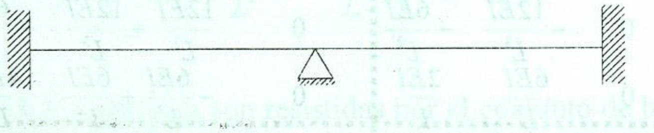
y la barra 2 se superpone , sumando elemento por elemento al contenido actual de $[K]_{TOTAL}$



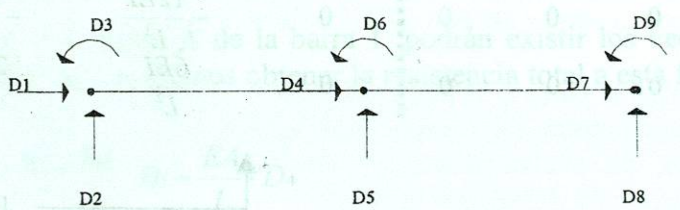
2.- La matriz $[K]_{TOTAL}$ obtenida, no tiene incluidas las restricciones de los apoyos y por lo tanto es un sistema inestable sin solución única (matriz singular).

4.1.1.2.3. Inclusión de las restricciones impuestas por los apoyos sobre la estructura

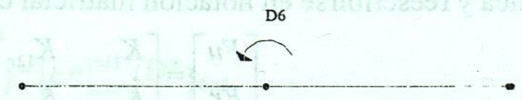
Condiciones de apoyo en la viga analizada



vectores desplazamiento posibles en "puntos de control"



grados de libertad (vectores desplazamiento posibles no nulos)



Así , reordenaremos el sistema de ecuaciones lineales simultáneas

$$\{F\} = [K]_{TOTAL}\{D\}$$

de manera de obtener:

$$\{F\} = \begin{bmatrix} F_6 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \end{bmatrix} \qquad \{D\} = \begin{bmatrix} D_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \end{bmatrix}$$

El sistema original deberá reacomodarse intercambiando renglones y columnas para quedar así:

$$\begin{bmatrix} F_6 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_7 \\ F_8 \\ F_9 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cccccccc} \frac{4EI}{L}+\frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2}+\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \hline 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L}+\frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2}+\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3}+\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} D_6 \\ \hline D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \end{bmatrix}$$

De manera análoga al caso de las armaduras, el sistema matricial se puede "particionar" como se indica y reescribirse en notación matricial compacta de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} Fu \\ Fr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11u} & K_{12r} \\ K_{21u} & K_{22r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Du \\ Dr \end{bmatrix}$$

donde:

$$[Fu] = [F_6]$$
$$[Du] = [D_6]$$
$$\text{y } [K_{11u}] = \left[\frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L}\right]$$

el resto de las submatrices se pueden deducir de manera inmediata por inspección.

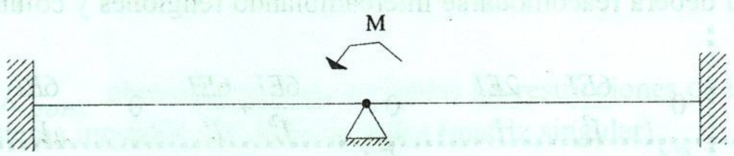
El sistema matricial podemos reescribirlo así:

$$[Fu - K_{12r} Dr] = K_{11u} \cdot Du \text{..........................(1)}$$
$$Fr = K_{21u} \cdot Du + K_{22r} \cdot Dr \text{..........................(2)}$$

de la ecuación 1 podemos calcular Du y de la ecuación 2 calculamos Fr que son las reacciones en los apoyos.

Formación del vector de fuerzas actuantes.

Para ejemplificar, supondremos que actúa un momento como el indicado:



el vector de fuerzas $\{Fu\}$ será $\{Fu\} = \{M\}$

Cálculo del vector de desplazamientos solución, Du:

$$\{Du\} = [K_{11u}]^{-1} \cdot [Fu - K_{12r} \cdot Dr]$$

sustituyendo lo conocido

$$\{D_6\} = \left[\frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L}\right]^{-1} \cdot [M - K_{12r} \cdot Dr]$$

$$\{D_6\} = M\frac{L}{8EI}$$

4.1.1.2.4. Cálculo de fuerzas en cada barra

Para esto podemos utilizar la expresión

$$\{F^*\} = [k^*]_{6x6} \{D^*\}_{6x1}$$

que nos dará de manera directa las fuerzas compatibles con el vector de desplazamientos solución.

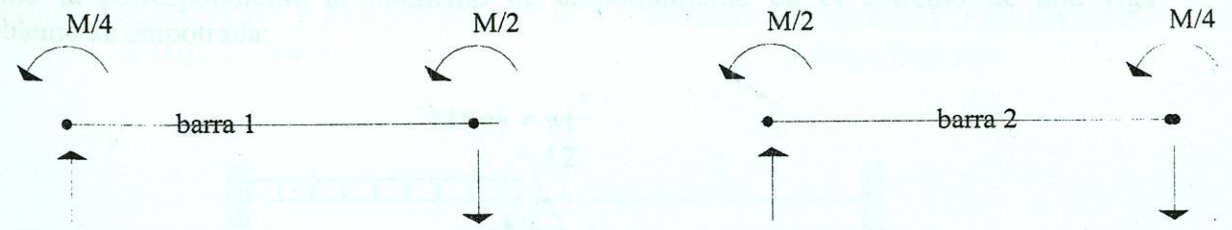
para la barra 1:

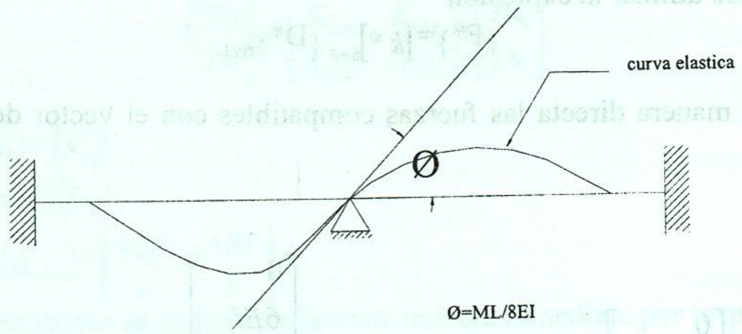
$$\{D^*\}_{6x1} = \begin{bmatrix} d_{xA} \\ d_{yB} \\ \theta_A \\ d_{xB} \\ d_{yB} \\ \theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M\frac{L}{8EI} \end{bmatrix} \Rightarrow \{F^*\}_{6x1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} \\ 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \cdot M\frac{L}{8EI}$$

para la barra 2:

$$\{D^*\}_{6x1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M\frac{L}{8EI} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \{F^*\}_{6x1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{4EI}{L} \\ 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} \end{bmatrix} \cdot M\frac{L}{8EI}$$

gráficamente:



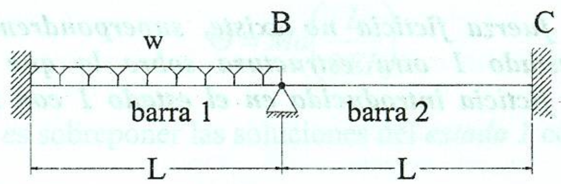


4.1.2. ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS CON CARGAS ACTUANDO SOBRE LA LONGITUD DE LAS BARRAS

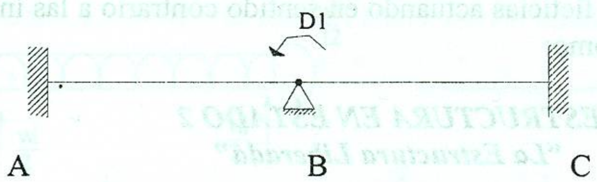
Hasta ahora hemos realizado el análisis de armaduras y vigas continuas en las que las cargas actuantes existen solo en los puntos de control. En el caso general, las cargas actúan en cualquier parte de la estructura y esto incluye la zona entre los puntos de control.

En este artículo introduciremos los conceptos necesarios para poder analizar estructuras con cargas actuando en cualquier parte de la misma.

4.1.2.1. *CASO PARA ESTUDIO*: VIGA CONTINUA DE DOS CLAROS. CARGA EN UN CLARO.



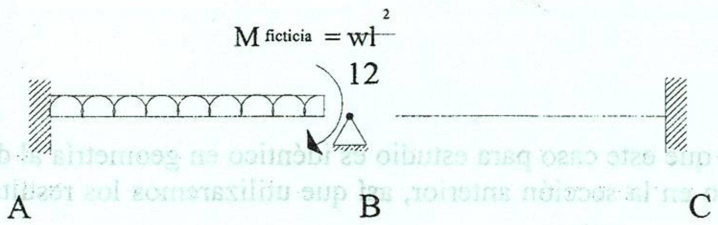
esta estructura tiene 1 grado de libertad:



Para poder aplicar los teoremas demostrados hasta el momento, recurriremos al siguiente truco:

"Aplicaremos" una fuerza ficticia (en realidad no existe) en el grado de libertad, de tal magnitud y sentido que evite la rotación del nudo B.

Esto equivale a suponer que el nudo B está empotrado y, de acuerdo a lo que hemos aprendido en nuestros cursos de mecánica de materiales, podemos calcular esta fuerza como la correspondiente al momento de empotramiento en el extremo de una viga doblemente empotrada:



Denominaremos a la estructura con esta carga ficticia de restricción como:

ESTRUCTURA EN ESTADO 1
"La Estructura Restringida"

Bajo estas condiciones, es relativamente sencillo determinar el estado de esfuerzos y deformaciones de la estructura, ya que solo tendremos que analizar el caso de dos barras empotradas en sus extremos. Para la barra izquierda, ya hemos calculado el momento de empotramiento e igualmente podemos calcular las reacciones. Para la barra derecha, no existen fuerzas actuando sobre la barra, *¡por lo que no existirán esfuerzos ni deformaciones en la misma!*

Para que el truco que estamos empleando no altere la condición de cargas de la estructura original deberemos hacer la siguiente consideración:

> ***Debido a que esta fuerza ficticia no existe, superpondremos a la estructura en su estado 1 otra estructura sobre la que actuará solamente la fuerza ficticia introducida en el estado 1 con su signo cambiado.***

De esta manera, al sumar las dos estructuras, se cancelará la fuerza ficticia del estado 1 con la fuerza ficticia de estado adicional, resultando la estructura con las cargas originales.

A la estructura con las cargas ficticias actuando en sentido contrario a las introducidas en el estado 1 la denominaremos como:

ESTRUCTURA EN ESTADO 2
"La Estructura Liberada"

El estado final de esfuerzos y deformaciones de la estructura se obtiene al superponer:

Esfuerzos y deformaciones en la estructura sometida a las cargas externas reales y las fuerzas ficticias que impiden el desplazamiento de los puntos de control	+	Esfuerzos y deformaciones en la estructura sometida solamente a la acción de las fuerzas ficticias actuando en sentido contrario

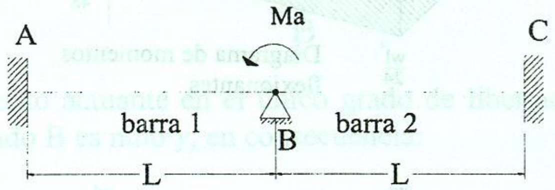
Es decir

FUERZAS Y DEFORMACIONES EN ESTADO 1	+	**FUERZAS Y DEFORMACIONES EN ESTADO 2**

Podemos observar que este caso para estudio es idéntico en geometría al de la viga continua de 2 claros resuelto en la sección anterior, así que utilizaremos los resultados obtenidos en ese caso.

La fuerza ficticia es $M_{ficticia} = Me = -\dfrac{wl^2}{12}$

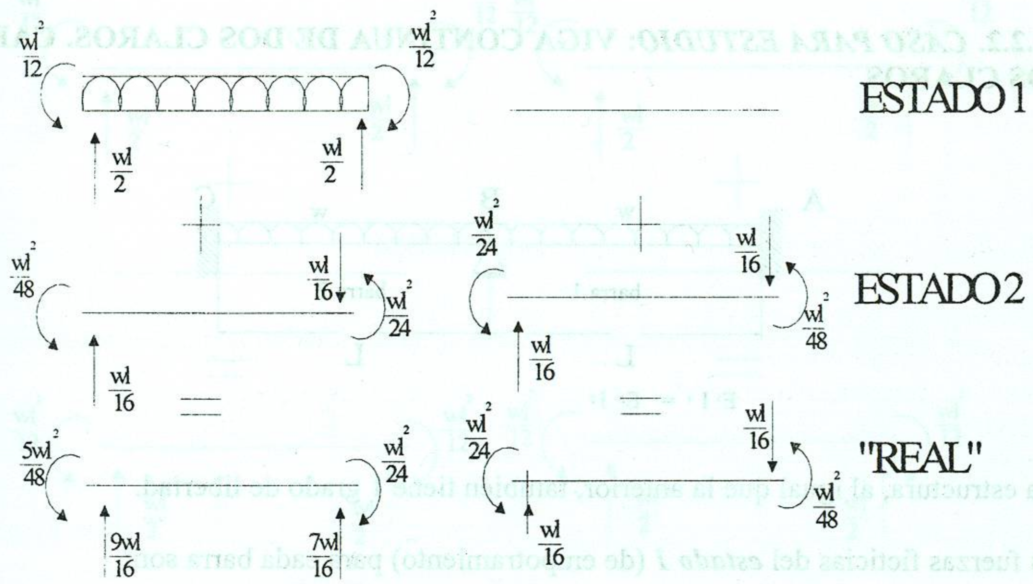
y analizaremos la estructura en el ***estado 2*** con la fuerza $Ma = -M_{ficticia}$ actuando sobre ella, cuya solución es la que obtuvimos anteriormente en el artículo 4.1.1. Solo tendremos que sustituir a M por Ma.



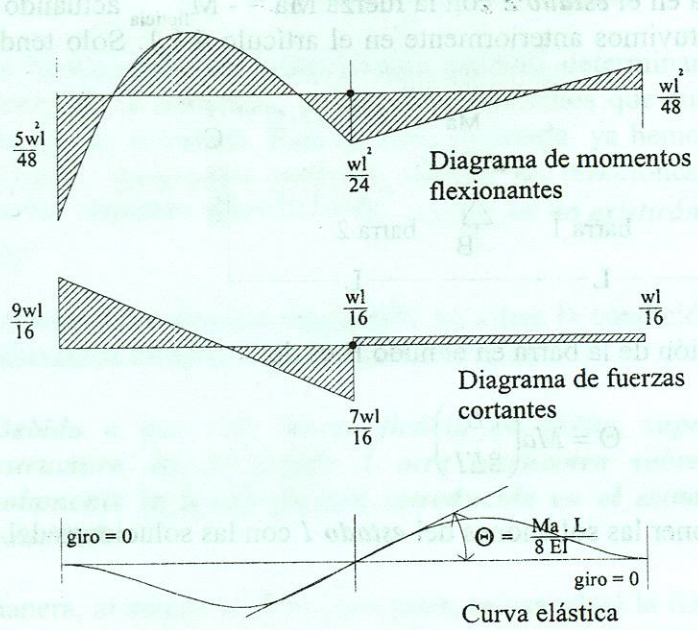
Así, la magnitud de la rotación de la barra en el nudo B es de:

$$\Theta = Ma\left(\frac{L}{8EI}\right)$$

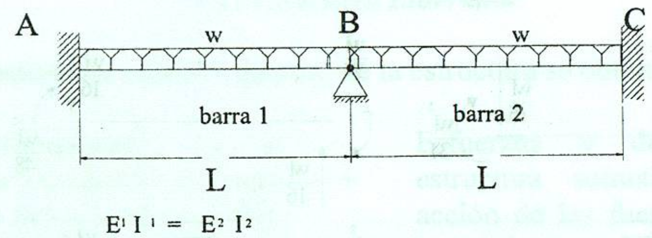
El siguiente paso es sobreponer las soluciones del ***estado 1*** con las soluciones del ***estado 2***



Representación gráfica de los resultados obtenidos es:

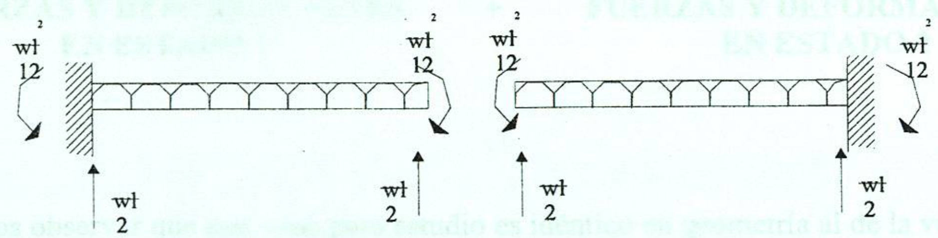


4.1.2.2. *CASO PARA ESTUDIO*: VIGA CONTINUA DE DOS CLAROS. CARGA EN DOS CLAROS.

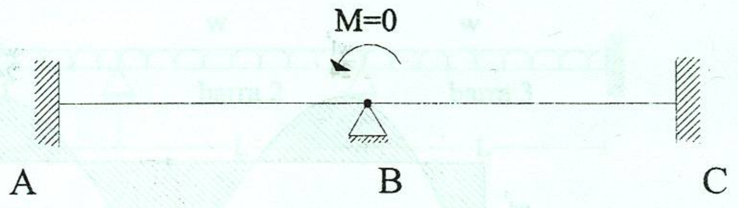


esta estructura, al igual que la anterior, también tiene 1 grado de libertad.

Las fuerzas ficticias del *estado 1* (de empotramiento) para cada barra son:



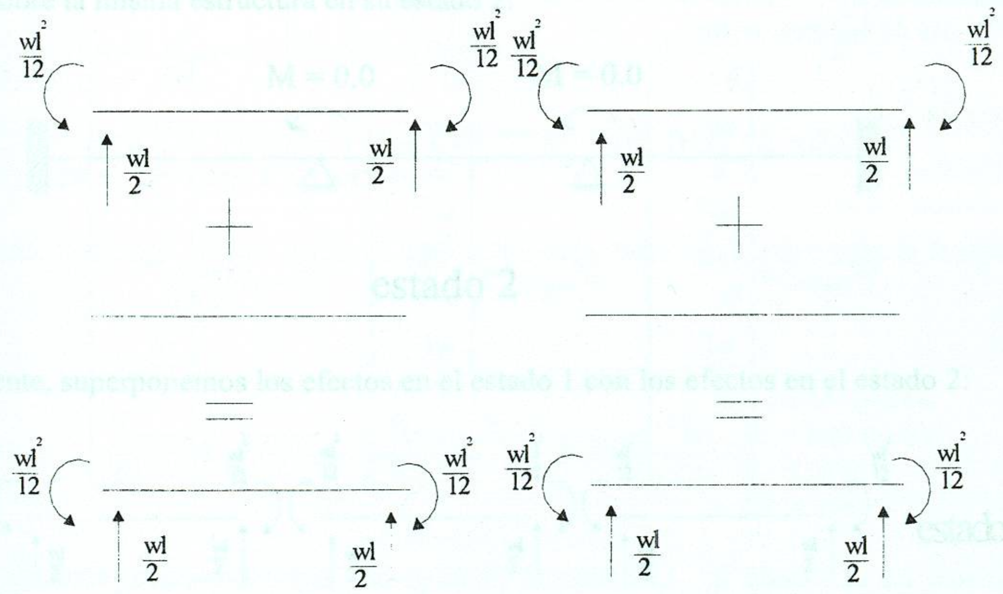
Las fuerzas resultantes actuantes sobre los nudos en el ***estado 2*** son:



La magnitud del momento actuante en el único grado de libertad es cero, por lo tanto, el giro de la barra en el nudo B es nulo y, en consecuencia:

¡ todas las fuerzas internas y deformaciones del estado 2 serán iguales a cero!

El siguiente paso es sobreponer las soluciones del *estado 1* con las soluciones del *estado 2*



Representación gráfica de los resultados obtenidos:

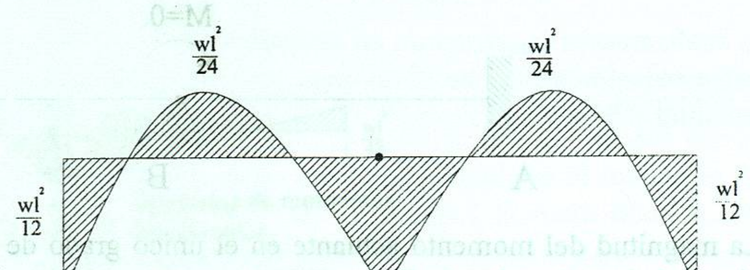


Diagrama de momentos flexionantes

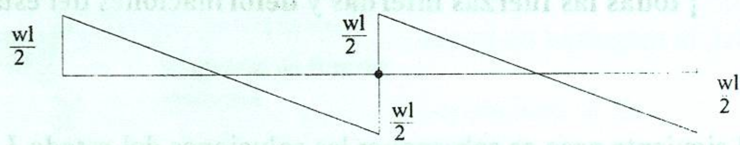
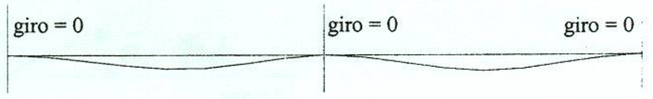
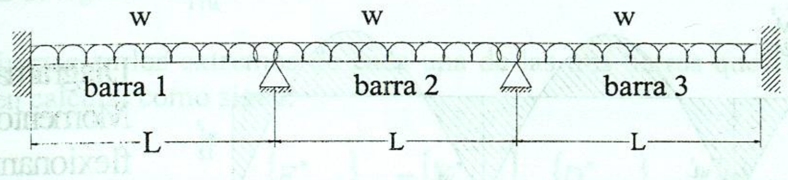


Diagrama de fuerzas cortantes



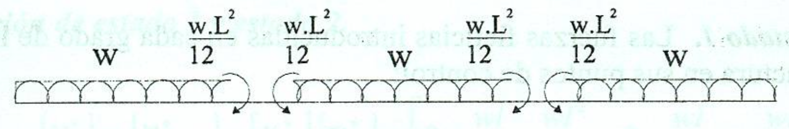
Curva elástica

4.1.2.3. *CASO PARA ESTUDIO*: VIGA CONTINUA DE TRES CLAROS.



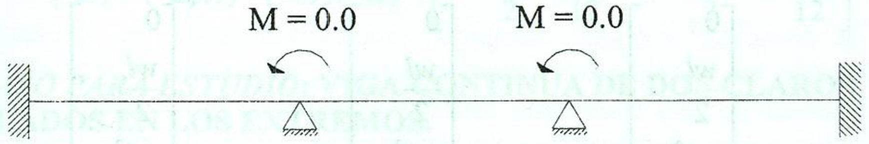
$E_1 I_1 = E_2 I_2 = E_3 I_3$

La estructura en su estado 1, con las fuerzas ficticias de restricción será:



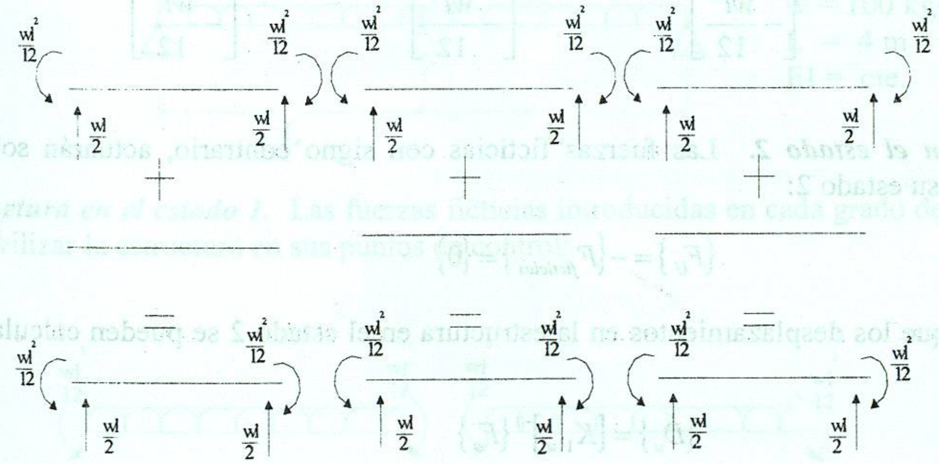
estado 1

Las fuerzas ficticias resultantes en cada grado de libertad, con signo cambiado, se hacen actuar sobre la misma estructura en su estado 2:

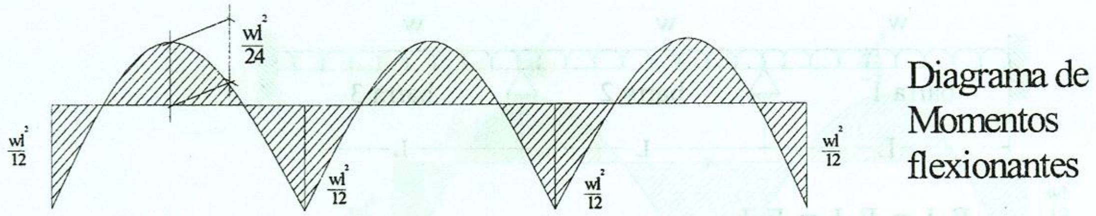


estado 2

Finalmente, superponemos los efectos en el estado 1 con los efectos en el estado 2:



Y el diagrama de momentos flexionantes que resulta es:



Ahora, utilizaremos la notación matricial con la que hemos estado trabajando, para representar esta misma cadena de razonamientos expresados gráficamente.

Estructura en el estado 1. Las fuerzas ficticias introducidas en cada grado de libertad para inmovilizar la estructura en sus puntos de control:

$$\{F_{ficticias}\} = \{F_{empotramiento}\} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{wl^2}{12} + \dfrac{wl^2}{12} \\ -\dfrac{wl^2}{12} + \dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Del análisis de la estructura en su estado 1, resultan las siguientes fuerzas en los extremos de cada una de las tres barras:

$$\{F^*_{emp\,b1}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ \dfrac{wl^2}{12} \\ 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix} \qquad \{F^*_{emp\,b2}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ \dfrac{wl^2}{12} \\ 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix} \qquad \{F^*_{emp\,b3}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ \dfrac{wl^2}{12} \\ 0 \\ \dfrac{wl}{2} \\ -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix}$$

Estructura en el estado 2. Las fuerzas ficticias con signo contrario, actuarán sobre la estructura en su estado 2:

$$\{F_U\} = -\{F_{ficticias}\} = \{0\}$$

Recordando que los desplazamientos en la estructura en el estado 2 se pueden calcular con la expresión:

$$\{D_u\} = [K_{11u}]^{-1}\{F_u\}$$

Donde F_u es igual cero entonces ¡Du será igual a cero! Y no será necesario ensamblar la matriz de rigidez K_{11u}.

Las fuerzas en los extremos de cada una de las tres barras que componen la estructura se pueden calcular como sigue:

$$\{F^*_{barra1}\}_{6x1} = [K^*_{barra1}]_{6x6}\{D^*_{barra1}\}_{6x1} = \{0\}_{6x1}$$
$$\{F^*_{barra2}\}_{6x1} = [K^*_{barra2}]_{6x6}\{D^*_{barra2}\}_{6x1} = \{0\}_{6x1}$$
$$\{F^*_{barra3}\}_{6x1} = [K^*_{barra3}]_{6x6}\{D^*_{barra3}\}_{6x1} = \{0\}_{6x1}$$

Superposición de estado 1 y estado 2.

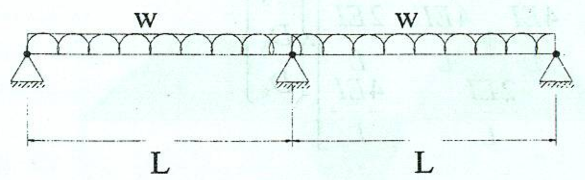
$$\{F^*_{b1}\} = \{F^*_{emp\,b1}\} + [K^*_{b1}]\{D^*_{b1}\} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{wl}{2} & \dfrac{wl^2}{12} & 0 & \dfrac{wl}{2} & -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix}^T$$

$$\{F^*_{b2}\} = \{F^*_{emp\,b2}\} + [K^*_{b2}]\{D^*_{b2}\} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{wl}{2} & \dfrac{wl^2}{12} & 0 & \dfrac{wl}{2} & -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix}^T$$

$$\{F^*_{b3}\} = \{F^*_{emp\,b3}\} + [K^*_{b3}]\{D^*_{b3}\} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{wl}{2} & \dfrac{wl^2}{12} & 0 & \dfrac{wl}{2} & -\dfrac{wl^2}{12} \end{bmatrix}^T$$

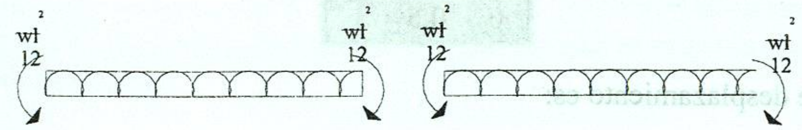
4.1.2.4. *CASO PARA ESTUDIO*: VIGA CONTINUA DE DOS CLAROS ARTICULADOS EN LOS EXTREMOS.

Nuevamente, tenemos el caso de carga uniformemente distribuida sobre toda la longitud de la viga:



Si consideramos:
w = 100 kg/m
L = 4 m
EI = cte.

Estructura en el estado 1. Las fuerzas ficticias introducidas en cada grado de libertad para inmovilizar la estructura en sus puntos de control:



Expresado en notación matricial: