

CAPÍTULO 1

ORIGEN DE LAS MATEMÁTICAS. SISTEMAS DE NÚMEROS.

1.1 INTRODUCCIÓN.

Para estudiar la evolución histórica de las Matemáticas, consideramos un marco de referencia, constituido por el tiempo y el espacio. El espacio es el mundo en que vivimos y el tiempo es desde alrededor del 4 000 A. C., hasta nuestros días, unos 6 000 años. Principalmente seguiremos la trayectoria de la civilización que hemos heredado, es decir, empezaremos en Medio Oriente con Babilonia y Egipto, después Europa, que inicia con los Griegos, la Edad Media, el Renacimiento y la transición al siglo XX.

Dentro de este marco de referencia, la fuente principal de información son los registros escritos que a su vez han sido una de las fuerzas más poderosas de desarrollo científico, complementado en las últimas décadas con registros orales y visuales que han propiciado el extraordinario avance de la época actual. Sin embargo, antes del presente siglo, los medios de comunicación evolucionaron muy lentamente: El alfabeto, que permite la comunicación oral y escrita ordenada, se inventó alrededor del año 850 A. C., la imprenta de caracteres móviles fue inventada hace poco más de 500 años y la producción industrial de papel se inició a partir de la segunda mitad del siglo pasado.

1.2 PRINCIPALES CIVILIZACIONES ANTIGUAS.

Las siguientes son las civilizaciones del medio oriente más antiguas que nos proporcionan fuentes de información, a través de registros escritos:

A) BABILONIA. Empieza alrededor del año 4 500 A. C., en la región de la Mesopotamia, entre los ríos Tigris y Éufrates en el suroeste de Asia y actualmente corresponde a los países Irán, Irak y Kuwait.

B) EGIPTO. Empieza alrededor del año 4 000 A. C., a lo largo del río Nilo, en el noreste de África.

Las otras civilizaciones importantes del Oriente antiguo con escasas fuentes de información son:

C) INDIA. Entre los ríos Indo y Ganges, en el sur centro de Asia.

D) CHINA. Entre los ríos Hoang-Ho (Rio Amarillo) y el Yang-Tse-Kiang, en el oriente de Asia. Las fuentes originales de esta civilización se perdieron cuando el Emperador Shi - Huang - Ti (213 A. C.) ordenó que se quemaran todos los libros para iniciar una nueva civilización que les permitiera defenderse de los ataques y saqueos de los Bárbaros.

1.3 HIPÓTESIS SOBRE EL INICIO DE LAS MATEMÁTICAS.

La hipótesis más aceptada, establece que las matemáticas surgieron de las necesidades prácticas de desarrollo de las sociedades primitivas, la organización de la agricultura, control de siembras y ríos, sistemas de riego, construcciones y comercio. Otra hipótesis atribuye el origen de las Matemáticas a través de revelaciones místicas y rituales religiosos, pero esto es poco aceptado en el medio científico, donde se considera que el hombre inteligente busca los recursos necesarios para enfrentar el medio que lo rodea físicamente, socialmente, políticamente, etc.

Las fuentes de información más antiguas son las tabletas de arcilla cocida de los Babilonios y los papiros de Egipto. Las cortezas de árbol y bambú de China y la India son casi ininteligibles por la destrucción del tiempo.

1.4 CONTEO PRIMITIVO.

Una hipótesis sobre el origen del conteo primitivo, se basa en la observación de tribus que conservan la forma de vida y organización social de hace miles de años, así como en el estudio de la característica natural del hombre de empezar a contar antes que aprender a escribir y aún antes de empezar a hablar y de algunas especies de animales en los que se ha encontrado evidencia experimental de que pueden "contar" pequeños conjuntos impulsados por instintos naturales que se manifiestan ante situaciones especiales. Por ejemplo, una tribu de pigmeos africanos emite un sonido parecido a la letra o para identificar un conjunto de un elemento; para un conjunto de 2 objetos dicen oa, para el 4 oa-oa, etc., asociando correspondencias uno a uno entre estos sonidos y los objetos.

Un ejemplo de un animal que " cuenta " es el del cuervo que ha sido sometido al siguiente experimento para cazarlo: se construye una caseta en el centro del huerto que frecuenta un cuervo y estando el cuervo en el huerto, se dirigen hasta la caseta para ocultarse en ella el cazador y otra persona. El cuervo se retira, observando la caseta a distancia prudente. Se retira una persona de la caseta y el cuervo permanece alejado hasta que se retira la segunda persona. Este experimento se repite con 3 y 4 personas y el cuervo no se acerca al huerto hasta que ha salido la última persona. Al realizar el experimento con 5 ó más personas, el cuervo pierde la cuenta y se acerca cuando todavía hay alguna persona dentro de la caseta.

Estos ejemplos nos hacen pensar que posiblemente el conteo se inicia por medio de correspondencia uno a uno entre objetos y las manos o los dedos de las manos. Posteriormente, al presentarse la necesidad de contar conjuntos grandes, el conteo se sistematiza, agrupando de diferentes formas en unidades de medida relacionadas con una base que en la mayoría de los casos es 10, esto es, el número de dedos de las manos. De acuerdo con esta hipótesis, los sistemas de numeración tienen su origen hace unos 6 000 años, cuando el hombre empieza a agruparse para formar las primeras sociedades, con una organización en la que se distribuye el trabajo para la obtención de alimento, habitación y vestido, lo cual le impone la necesidad de contar y medir sistemáticamente.

Empieza a marcar las paredes y árboles y a utilizar piedras y palitos para contar objetos, personas, ganado, etc., y a medir sus terrenos y construcciones, de esta manera se inician las Matemáticas con los sistemas de conteo y las técnicas de medición que dan lugar a una "Aritmética" y una "Geometría" intuitivas que se hacen demostrativas a partir del período griego alrededor del año 600 A. C. Con el avance de las organizaciones sociales aparecen diferentes sistemas de números en diferentes lugares del mundo, siendo evidente la importancia que el hombre concede a este asunto para su organización en sociedad.

Hay otra hipótesis que considera que los sistemas de números tuvieron su origen en meditaciones profundas y revelaciones místicas transmitidas durante ritos religiosos, pero esto tiene poca aceptación en el medio científico ya que se considera más razonable que el hombre haya inventado los sistemas de numeración, impulsado por las necesidades naturales y de organización.

1.5 SISTEMAS DE NÚMEROS.

Todos los sistemas de numeración que se han ideado en diferentes lugares y en diferentes épocas tienen un símbolo para la unidad simple 1 y una base b , cuyas potencias: $1, b, b^2, b^3, \dots, b^n, \dots$, son unidades de agrupación de orden $0, 1, 2, \dots, n, \dots$, que permiten expresar los números en forma

sintetizada por medio de símbolos llamados numerales. Ejemplos de bases que se han utilizado para sistemas de números:

BASE 2 Pígmios nómadas africanos hasta la actualidad.

BASE 3 Y 4 Tribus de Sudamérica.

BASE 5 Campesinos alemanes hasta 1 800.
Tribus sudamericanas hasta la fecha.

BASE 10
A) Sistemas de jeroglíficos egipcios, 3 400 A. C.
B) Sistema Chino científico, 2 000 A. C.
C) Sistema Hindú-arábigo, 250 A. C.

BASE 12 Desde la prehistoria hasta la fecha para contar meses del año, cantidades por docenas y gruesas, medidas por pies y pulgadas, el tiempo por horas, Parece ser que esta base fue motivada por el número de lunaciones completas de un año.

BASE 20 Sistema Maya, conocido en el siglo XVI en Europa, empezó a usarse antes de la era cristiana y el cero aparece hacia el primer siglo de esta era.

BASE 60 Sistema Cuneiforme Babilonio, 3 500 A. C.

1.6 CLASIFICACIÓN.

Considerando las diferentes formas de expresar los números por medio de numerales, los sistemas de numeración se clasifican en: Sistemas de Agrupación simple, Sistemas Multiplicativos y Sistemas Posicionales.

A) SISTEMAS DE AGRUPACIÓN SIMPLE. Los Sistemas de Agrupación Simple, llamados también aditivos, son aquellos en los que cada número natural se expresa con numerales que corresponden a las unidades de agrupación $1, b, b^2, b^3, \dots, b^n, \dots$ permitiendo repeticiones, cuyos valores se suman para obtener el número. Consideramos algunos ejemplos:

1. Sistema de numeración egipcio: Es un sistema de agrupación simple, base 10, cuyos numerales para las unidades de diferentes órdenes son los siguientes jeroglíficos y su significado:

1	10	100	1000	10,000	100,000	1'000,000
	∩	9	☐	☞	☛	☹
Vara	Yugo	Papiro	Flor de loto	Dedo	Pez	Hombre de rodillas

Veamos algunos números en este sistema:

$$1993 = \Delta \begin{matrix} 999 \cap \cap \cap \\ 999 \cap \cap \cap \\ 999 \cap \cap \cap \end{matrix}$$

$$100,235 = \Delta \begin{matrix} 9 \cap \cap \cap \\ 9 \cap \cap \cap \\ 9 \cap \cap \cap \end{matrix}$$

$$324 = \begin{matrix} 9 \cap \cap \\ 9 \cap \cap \end{matrix}$$

$$120 = 9 \cap$$

$$365 = \begin{matrix} 9 \cap \cap \cap \\ 9 \cap \cap \cap \\ 9 \cap \cap \cap \end{matrix}$$

$$2,003 = \Delta \begin{matrix} \Delta \cap \cap \\ \Delta \cap \cap \end{matrix}$$

Ejemplo de operaciones en este sistema:

Sumar y multiplicar en jeroglíficos egipcios 46 y 32.

$$\begin{array}{r} \text{????} \\ 46 = \text{????} \\ \text{??} \\ + \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{????} \\ 46 = \text{????} \\ \text{??} \\ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 = \text{???} \\ \text{??} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 = \text{???} \\ \text{??} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{????} \\ \text{????} \\ 78 = \text{????} \\ \text{??} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{??????} \\ \text{??????} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{????} \\ 9 \text{????} \\ \hline 9 \text{????} \end{array}$$

$$1472 = 9 \ 9 \ \cap \cap \cap$$

Obsérvese que no es necesario un símbolo para el cero y el número de unidades de cada orden se obtiene repitiendo el símbolo correspondiente. Por ejemplo en el penúltimo, son 3 unidades de segundo orden o centenas, 2 unidades de primer orden o decenas y 4 unidades simples. (324).

Los egipcios escribían de derecha a izquierda y consideraron números positivos y negativos utilizando el símbolo \triangleleft para los positivos y el símbolo \triangleright para los negativos. Las fracciones unitarias $\frac{1}{n}$ con n en los naturales, las representaban como: $\overset{\circ}{n}$

Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \overset{\circ}{\cap \cap}$; $\frac{1}{10} = \overset{\circ}{\cap}$. Las fracciones con numerador mayor que 1, las expresaban como sumas de fracciones unitarias. Su escritura era jeroglífica, en la que cada uno de sus símbolos tenía algún significado. En los numerales el 10 es un yugo, el 100 es un papiro enrollado, el 1 000 es una flor de loto, el 10 000 es un dedo apuntando, el 100 000 es un pez y el 1'000 000 es un hombre arrodillado observando el universo.

Los papiros, que constituyen la principal fuente de información de la civilización egipcia antigua, los obtenían del tallo de la caña pappus que crece en abundancia en las riberas del río Nilo. Cortaban el tallo en tiras perpendiculares que presionaban con pesadas piedras, soltando un líquido gomoso, después de lo cual se secaban al sol y finalmente se pulían con piedras. Los registros históricos de los faraones en este material, eran guardados en celdas selladas de las pirámides por lo que se conservaron durante miles de años y actualmente se encuentran en los principales museos de Rusia, Francia e Inglaterra y en algunas universidades de Estados Unidos.

2. Sistema ático de numerales griegos. Los Griegos inventaron varios sistemas de numeración. Este sistema es de agrupación simple, base 10, con símbolos intermedios. Los numerales son los siguientes:

1	5	10	50	100	500	1,000	5,000	10,000	50,000
	┌	Δ	┌Δ	H	┌H	X	┌X	M	┌M
100,000	500,000	1'000,000	5'000,000						
R	┌R	○	┌○						

Los símbolos intermedios se forman con la letra pi mayúscula antigua de la cual se cuelga al centro el numeral de una unidad para obtener esa unidad multiplicada por cinco.