EJERCICIO 8. **MATEMÁTICAS EN EUROPA DEL 500 AL 1600.**

1. Resolver el siguiente problema del libro de Alcuin: Si **100** bultos de maíz se distribuyen entre **100** personas, de manera que cada hombre reciba **3**, cada mujer reciba **2** y cada niño reciba **1/2** bulto, encontrar cuántos hombres, mujeres y niños son .

2. Resolver el siguiente problema de la geometría de Gerbert: Encontrar los catetos de un triángulo rectángulo, dada la hipotenusa y el área.

3. Resolver el siguiente problema de ***Liber Abaci*** de Fibonacci : Si **30** hombres plantan **1000** árboles en **9** días, ¿Cuántos días tardarán **36** hombres en plantar **4400** árboles ?

4. Verificar que los cuadrados de $a^2 - 2ab - b^2$; $a^2 + b^2$; $a^2 + 2ab - b^2$ están en progresión aritmética (**Del Liber Abaci**)

5. (a) Resolver el tercer problema de la competencia de Fibonacci: Tres hombres poseen cierta cantidad de dinero de la cual al primero le corresponde la mitad, al segundo la tercera parte y al tercero la sexta parte. Cada uno de ellos toma una parte hasta agotar la cantidad total; después el primero regresa la mitad, el segundo la tercera parte y el tercero la sexta parte de lo que habían tomado. Cuando el total regresado se divide en partes iguales entre los 3, cada uno tiene lo que le corresponde. Encontrar la cantidad total y las cantidades tomadas por cada uno de ellos al principio.

   (b) Demostrar que cualesquier **2** términos consecutivos de la secuencia de Fibonacci son primos entre sí.

6. Un hombre toma cierto número de manzanas de una huerta. Para salir tiene que pasar siete puertas; al guardia de la primera puerta le deja la mitad de las manzanas más una, al segundo le deja la mitad de las que le quedan más una y así sucesivamente hasta el séptimo guardia, saliendo con una manzana.
   ¿Cuántas manzanas había tomado de la huerta?

7. Demostrar que la sustitución $x = z - \dfrac{a_1}{na_0}$ transforma la ecuación $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\,x + a_0$ en una ecuación en **z** que no tiene término de grado **(n-1).**

8. Establecer la siguiente identidad trigonométrica dada por Viète: $\operatorname{Sen}\alpha = \operatorname{Sen}(60^{\circ} + \alpha) - \operatorname{Sen}(60^{\circ} - \alpha)$

9. Empezando con **a = 200**, aproximar por el método de Viète, una solución de la ecuación $x^2 + 7x = 60{,}750$

10. Resolver la ecuación cuártica $13x^2 = x^4 + 2x^3 + 2x + 1$ agregando $3x^2$ a ambos lados para completar el cuadrado del lado derecho (G. Cardano).

11. Aplicar el método de Viète para encontrar una raíz de la ecuación cúbica $x^3 + 63\,x = 316$

CAPÍTULO 7

RENACIMIENTO CIENTÍFICO.

7.1 EL SIGLO XVII.

Es el siglo del renacimiento científico, impulsado por las condiciones políticas, económicas y sociales, entre las cuales se pueden mencionar las siguientes:

a) Respeto a los derechos humanos.

b) Internacionalismo intelectual y científico.

c) Atmósfera política favorable en Europa.

d) Mejores máquinas, calefacción y alumbrado apropiado.

e) Maestros investigadores de planta en las universidades.

En matemáticas se obtiene un notable avance con los siguientes hechos sobresalientes:

1. John Napier inventa los logaritmos.
2. Harriot y Oughtred afinan la notación algebraica.
3. Galileo inicia la ciencia de la Dinámica.
4. Kepler anuncia sus leyes del movimiento planetario.
5. Desargues encuentra nuevos campos para la geometría.
6. Descartes formaliza la geometría analítica y la metodología de la ciencia.
7. Pascal inventa las primeras computadoras mecánicas.
8. Fermat establece los fundamentos de la teoría de números.
9. Huygens contribuye a la teoría de probabilidades.
10. Newton y Leibniz formalizan el cálculo.

7.2 <u>JOHN NAPIER.</u> (1550 - 1617)

Nació en Escocia. Originalmente se dedicó a las controversias políticas y religiosas de su época. En 1593 publicó su libro Una clara interpretación de las revelaciones de San Juan, en el que ataca a la iglesia de Roma y pretende demostrar que el Papa es anticristo y que el creador propuso el fin del mundo entre 1688 y 1700. Este libro se editó 21 veces y Napier pensó que le daría fama para la posteridad. Incluye profecías sobre la fabricación de máquinas infernales aéreas, terrestres y submarinas, ilustrando con dibujos semejantes a los tanques de guerra, aviones y submarinos actuales.

Posteriormente, Napier se interesó por las matemáticas contribuyendo con los siguientes resultados:

1. La invención de los logaritmos.

2. La regla de las partes circulares para reproducir las fórmulas que resuelven triángulos esféricos.

3. Analogías de Napier, para resolver triángulos esféricos oblicuos.

4. Las varillas de Napier, regla de cálculo de escalas logarítmicas deslizantes para multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas mecánicamente.

LOGARITMOS. Napier definió sus logaritmos al relacionar el movimiento de 2 puntos que se mueven en líneas rectas paralelas y publicó sus resultados en 1614 en un folleto titulado ***Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*** (Descripción de las maravillosas leyes de los logaritmos) incluyendo una tabla de logaritmos del seno de un ángulo cada minuto.

HENRY BRIGGS (1561 - 1631). Profesor de matemáticas en Oxford, perfeccionó con Napier el sistema logarítmico de base 10. En 1624 publicó su ***Aritmética Logarítmica*** conteniendo una tabla de logaritmos decimales del 1 al 20,000 y del 90,000 al 100,000 con 14 decimales, proponiendo las palabras característica para la parte entera y mantisa (apéndice o agregado) para la parte decimal de los logaritmos. El Holandés Adriaen Vlacq completó la tabla del 20,000 al 90,000.

EDMUND GUNTER (1581 - 1626). Publicó en 1620 una tabla de logaritmos decimales de senos y tangentes de ángulos cada minuto y propuso los términos coseno y cotangente.

Entre 1924 y 1949 se elaboró en Inglaterra una tabla de logaritmos comunes aproximados a 20 decimales, para celebrar el tricentenario de la invención de los logaritmos.

7.3 <u>PRIMEROS MAESTROS INVESTIGADORES DE PLANTA.</u>

HENRY SAVILLE, Profesor de Oxford, en 1619 proporcionó un capital a una Fundación para patrocinar un profesor distinguido en geometría y otro en astronomía. Henry Briggs fue el primero en ocupar el lugar correspondiente a Geometría en Oxford, seguido por John Wallis.

HENRY LUCAS. Proporcionó recursos económicos a la Universidad de Cambridge para un profesor distinguido en matemáticas. Isaac Barrow fue el primero en ocupar este lugar, seguido por Isaac Newton.

THOMAS HARRIOT (1560 - 1621). Viajó a América enviado por Sir Walter Raleigh para realizar un mapa de Carolina del Norte. Fue el fundador de la escuela algebrista inglesa. Su obra principal fue ***Artis Analiticae Praxis*** publicada 10 años después de su muerte. Trata con la teoría de ecuaciones polinomiales, incluyendo las de 1º 2º, 3º y 4º grado, transformaciones de ecuaciones en otras cuyas raíces tienen cierta relación con las de la ecuación original y solución numérica de ecuaciones de alto grado. Mejora la notación de Viète e introduce los signos para las relaciones de orden **>** y **<** .

WILLIAM OUGHTRED (1574 - 1660). Fue maestro de John Wallis y otros famosos matemáticos ingleses. En 1631 escribió su texto ***Clavis Mathematicae*** de aritmética y álgebra, incluyendo nuevos símbolos: para multiplicación, **x**; para proporciones, y **-** para restar. Además publicó su obra ***The Circles of Proportion*** en la que describe una regla de cálculo circular. También propone abreviaciones para los nombres de las funciones trigonométricas en su libro ***Trigonometrie.***

7.4 GALILEO GALILEI (1564 - 1642)

Nació en Pisa, Italia. Inició sus estudios de medicina, pero cambió a matemáticas. Siendo estudiante de medicina observó que el péndulo del candil de la catedral oscilaba con un período independiente del arco de oscilación. Posteriormente demostró que el período es también independiente del peso del péndulo. A los 25 años se inició como profesor de matemáticas en Pisa. Ahí realizó experimentos de caída libre en la torre de la Universidad, mostrando que, despreciando el efecto del aire (es decir, en el vacío) los cuerpos de diferente peso siguen la misma ley de caída libre: La distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo $\mathbf{s = \frac{1}{2} g t^2}$.

En 1591, Galileo renunció a la Universidad de Pisa y se trasladó a Padua como profesor de matemáticas, encontrando un ambiente más favorable para sus investigaciones.

En 1607, el Holandés Johann Lippersheim inventó el telescopio, y Galileo fabricó el suyo con el que observó las manchas del sol, las montañas de la luna, las fases de Venus, los anillos de Saturno y los cuatro satélites de Júpiter, corroborando la Teoría de Copérnico sobre el sistema solar. En 1632 publicó un libro apoyando la teoría de Copémico, contraria a la Teoría Geocéntrica de Aristóteles y en 1633 fue detenido por la Inquisición y obligado a desmentir sus descubrimientos científicos que se oponían a la iglesia. Después de esto quedó ciego y murió a los 78 años.

Galileo está considerado el creador del espíritu científico moderno de verificación experimental de las teorías. Estableció las leyes de movimiento de cuerpos en caída libre y los fundamentos de la dinámica general. Fue el primero en observar que la trayectoria de un proyectil es parabólica. Inventó el primer microscopio moderno. Sus leyes de dinámica y las leyes de equivalencia de conjuntos infinitos aparece en su ***Discorsie Dimostrazione Matematiche intorno a due Nuova Scienze,*** publicado en 1638.

5.5 JOHANN KEPLER. (1571 - 1630)

Nació en Stuttgart, Alemania y estudió en Tübingen con la intención de ser un ministro luterano, pero su interés por la astronomía le hizo aceptar una plaza de profesor en Austria en 1594, donde fue ayudante del astrónomo Suizo Tycho Brahe en 1599, quien murió en 1601, dejando a Kepler su puesto y su colección de datos astronómicos de 30 años sobre el movimiento de los planetas. Después de muchos cálculos, en 1609 Kepler formuló sus 2 primeras leyes del movimiento planetario, y en 1619 formuló la tercera.

I. Los planetas se mueven alrededor del sol en órbitas elípticas, con el sol en uno de sus focos.

II. El radio vector que une un planeta con el sol, genera áreas iguales en iguales intervalos de tiempo.

III. El cuadrado del tiempo de una revolución completa de un planeta alrededor del sol es proporcional al cubo del semi-eje mayor de su órbita.

El descubrimiento empírico de estas leyes, a partir de la masa de datos coleccionados por Brahe es uno de los más notables en la historia de la ciencia; 1800 años después de que los griegos establecen las características de las cónicas, Kepler encuentra una aplicación en el sistema solar.

Kepler está considerado uno de los precursores del Cálculo. Para la 2ª ley del movimiento planetario, calculó áreas utilizando una integración rudimentaria y en su libro ***Stereometría Doliorum Vinorum*** (Geometría Sólida de los Barriles de Vino), publicado en 1615, aplica procedimientos de integración para encontrar los volúmenes de 93 sólidos obtenidos girando segmentos de secciones cónicas.

Trabajó en el estudió de los poliedros, analizando los antiprismas que se obtienen girando la base de un prisma hasta hacerla coincidir con la tapa. Después descubrió 2 de los 4 posibles poliedros *estrella* regulares; los otros 2 fueron descubiertos por Louis Poinsiut (1777 - 1859). Estos 4 poliedros estrella corresponden a los polígonos estrella regulares en el plano.

Kepler también trabajó en los problemas de llenar el plano con polígonos regulares y el espacio con poliedros regulares no necesariamente iguales. Aproximó el perímetro de una elipse de semi-ejes **a** y **b** por la fórmula $\mathbf{P = \pi(a + b)}$ y estableció que una parábola puede considerarse como el caso límite de una elipse o una hipérbola, en las cuales uno de los focos se hace tender al infinito; esto fue utilizado por Poncelet en 1822 para dar una *real* justificación de los imaginarios en la geometría.

GERARD DESARGUES (1593 - 1662). Ingeniero y oficial del ejército francés, inventor de la Geometría Proyectiva. Escribió un libro sobre las secciones cónicas en 1639 que no tuvo aceptación porque el **Tratado de Geometría Analítica** de Descartes ofrecía mayores posibilidades. En 1633 ofreció una serie de conferencias que impresionaron a Pascal y Descartes, quienes lo mencionan como una fuente de sus inspiraciones.

7.6 BLAISE PASCAL. (1623 - 1662).

Fue un genio de las matemáticas que desde temprana edad mostró extraordinaria habilidad para la geometría. A los 12 años descubrió por su cuenta muchos de los teoremas de la geometría

elemental; a los 14 años participó en discusiones de un grupo de matemáticos franceses que posteriormente fundaron la Academia Francesa; a los 16 años obtuvo nuevos y profundos teoremas de geometría proyectiva de las curvas; a los 18 inventó la primera máquina computadora mecánica para ayudar a su padre en las auditorías de las contabilidades del gobierno en Rouen (esta computadora manejaba números hasta de 6 cifras). Pascal fabricó más de 50 máquinas calculadoras mecánicas, de las cuales todavía se conservan 7 en el Conservatoire Des Arts et Metiers de París.

Esta habilidad de Pascal fue cortada súbitamente en 1650, a los 27 años de edad, cuando decidió abandonar sus investigaciones científicas para dedicarse a meditaciones religiosas, debido posiblemente a sus fuertes problemas de salud. Tres años más tarde volvió a las matemáticas y escribió el libro ***Traité du Triangle Arithmetique*** basado en el llamado Triángulo de Pascal, en el que la primera hilera es la sucesión constante {1} y cada elemento de la segunda hilera en adelante se obtiene sumando los elementos de la hilera anterior que están arriba y a la izquierda del elemento en cuestión:

$$a_{mn} = a_{m-1\,n} + a_{m-1\,n-1} + \ldots + 1 = \sum_{j=1}^{n} a_{m-1\,j}$$

1	1	1	1	1	1	1	1.........
1	2	3	4	5	6	7	8.........
1	3	6	10	15	21	28	36.........
1	4	10	20	35	56	84	120.........
1	5	15	35	70	126	210	330.........
1	6	21	56	126	252	462	792.........

....

....

Los triángulos de Pascal pueden hacerse de cualquier tamaño como el que se ilustra. Las diagonales de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba proporcionan los coeficientes de (a + b)n que son también las combinaciones de n en r:

$$c(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Este triángulo fue construido primeramente por, el algebrista chino Chu – Shi - Kie en 1303, pero Pascal encontró gran número de propiedades y aplicaciones, por lo que se le da actualmente su nombre. Este libro de Pascal presenta por primera vez el método formal de inducción matemática.