EJERCICIO 11. **MACLAURIN, TAYLOR, DE MOIVRE, EULER, LAMBERT Y LAGRANGE.**

1. Representar en serie de Maclaurin $f(x) = \text{sen}x$ y $g(x) = e^x$. Determinar sus intervalos de convergencia.

2. Derivando la serie polinómica de **sen x**, encontrar la representación en serie de **cos x** y determinar su intervalo de convergencia.

3. Aplicar los resultados de los problemas anteriores, para demostrar la ecuación de Euler $\cos x + i\,\text{sen}\,x = e^{ix}$.

4. Utilizar la Ecuación de Euler del problema anterior para establecer una ecuación que relacione los números **1, π, e, i.**

5. Demostrar por inducción matemática la fórmula de De Moivre $(\cos x + i\,\text{sen}\,x)^n = \cos nx + i\,\text{sen}\,nx;\ n \in N$.

6. Con el resultado anterior, encontrar **sen 3x** y **cos 3x** como funciones de **sen x** y **cos x**.

7. Aplicando la fórmula de De Moivre, encontrar las **5** raíces quintas de la unidad **1**.

8. Graficar la curva de distribución normal $y = 100e^{-x^2}$. Determinar su dominio **D** y su co-dominio **C**, su sentido de crecimiento en **D** y sus puntos críticos de tangente horizontal.

9. Encontrar el valor aproximado del factorial de **90**, aplicando la fórmula de De Moivre atribuida a Stirling

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

10. Demostrar la siguiente identidad de funciones hiperbólicas $\cos h^2 x - \text{sen}\, h^2 x = 1$.

Definición:

$$\text{senh}x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

11. Verificar que la siguiente función de producción de tipo Cobb - Douglas es lineal homogénea y que satisface el Teorema de Euler. Interpretar en términos económicos $z = 1500\, x^{1/3}\, y^{2/3}$

12. Aplicando el criterio de optimización de Lagrange, determinar la caja rectangular sin tapa, de máximo volumen, que puede obtenerse de manera que su área total, base y caras laterales, sea igual a **1,728 cms²**.

CAPÍTULO 10.

LIBERACIÓN Y FORMALIZACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS.

10.1 INTRODUCCIÓN

A partir de Lagrange, se observa la intención de formalizar e independizar las matemáticas del mundo físico real, para lograr su desarrollo autónomo riguroso y debidamente fundamentado. Esto se consigue en el siglo XIX con la liberación de los pilares de las matemáticas:

a). **La geometría**, en el primer tercio del siglo, a través de las geometrías no-euclidianas hiperbólica y elíptica.

b). **El álgebra,** a mediados de siglo, a través de las estructuras no-conmutativas de los Cuaternios, los hipercomplejos y las álgebras lineales.

Además, se formaliza el análisis matemático, el álgebra abstracta y sus estructuras algebraicas y a fines del siglo y principios del siglo XX, se desarrolla la lógica matemática, los fundamentos de las matemáticas, su meta-lenguaje y la aritmética transfinita a través de la teoría de conjuntos. En el segundo cuarto del siglo XX, se desarrolla la topología y culmina la computación electrónica. Las matemáticas modernas, rigurosas, formales y bien cimentadas, producen un efecto de desarrollo acelerado de la física, la astrofísica, la optimización y en general, de todas las ciencias que utilizan a las matemáticas.

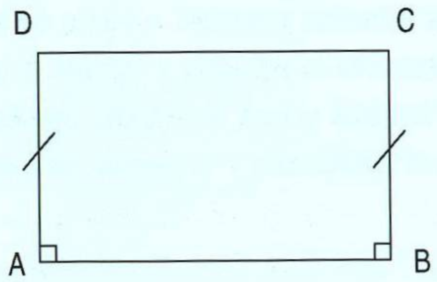
En este capítulo se presenta una síntesis de algunos sucesos y personajes relevantes de este período, desde fines del siglo XVIII y hasta el siglo XX.

10.2 LIBERACIÓN DE LA GEOMETRÍA.

La geometría de Euclides fue la primera estructura unificadora de un sistema de conocimientos matemáticos, que reúne los teoremas de 3 siglos del período griego del 600 al 300 A. C. A partir de un conjunto de 5 axiomas y 5 postulados consistentes e independientes en el sentido de la axiomática, y aplicando la lógica deductiva de Aristóteles, Euclides presenta sus 465 proposiciones en los 13 libros de sus ***Elementos***, de tal manera que esta obra educativa resiste el paso de más de 2 milenios. Los conceptos fundamentales de su geometría, la línea recta y el círculo son asociados al mundo físico real y esto contribuye a su éxito, por su clara utilidad práctica.

Las 2 figuras básicas de la geometría de Euclides -la recta y el círculo- se consideran de cualquier longitud y radio, pero se reducen a una problemática finita, al considerar a las figuras geométricas como aquellas que tienen límites. Sin embargo se establece que 2 rectas pueden prolongarse indefinidamente, abandonando la definición de figura y por lo tanto, es necesario establecer el comportamiento de estas 2 rectas, por medio del famoso 5º postulado de las paralelas. La consecuente teoría de las paralelas produce una controversia milenaria que finalmente conduce a las geometrías no-Euclidianas.

Durante más de 2 milenios se intentó eliminar el postulado de las paralelas y deducirlo como teorema de los restantes 9 axiomas y postulados, pero no se consiguió este objetivo. En 1733, el jesuita italiano GIROLAMO SACCHERI (1667-1733), profesor de matemáticas en la Universidad de Pavia, fue el primero en justificar el postulado de las paralelas en su libro ***Euclides ab Omni Naevo Vindicatus*** (Euclides ha sido reivindicado). Aplicando el método de reducción a lo absurdo, Saccheri considera un cuadrilátero **ABCD** con ángulos **A** y **B** rectos y lados **AD** y **BC** iguales:



Se demuestra que el ángulo **D** es igual al ángulo **C** y se consideran 3 posibilidades: Los ángulos **D** y **C** son agudos, obtusos o rectos. Las hipótesis de que son obtusos o agudos conducen a contradicciones, por lo que se concluye que son rectos.

La hipótesis del ángulo obtuso se descarta, suponiendo la infinitud de la línea recta. Al buscar la contradicción en la hipótesis del ángulo agudo no logra obtener algo convincente. Sin embargo obtiene importantes teoremas que lo acreditan como el descubridor o creador de la geometría no-Euclidiana.

35 años después de la publicación de Saccheri, J.H. Lambert escribe su libro ***Die Theorie Der parallellinien***, donde propone un cuadrilátero de 3 ángulos rectos y considera las hipótesis del 4º ángulo agudo, obtuso o recto, deduciendo nuevos teoremas a partir de la hipótesis del ángulo agudo y del ángulo obtuso.

Adrien - Marie Legendre (1752-1833) popularizó el problema del postulado de las paralelas en su libro de gran aceptación ***Eléments de Geometrie.***

K. F. Gauss (1777-1855) fue el primero en considerar la independencia del postulado de las paralelas, es decir, que no puede ser deducido del resto del sistema axiomático de Euclides. Entonces, prescinde de este postulado y considera 3 hipótesis equivalentes a las del ángulo agudo, ángulo recto y ángulo obtuso de Lambert y Saccheri. Las hipótesis de Gauss son: "Por un punto cualquiera P puede trazarse más de una, sólo una ó ninguna paralela a una recta dada L". Pero Gauss no publicó sus resultados, aunque en 1831 redactó lo que por primera vez se llamó una **Geometría No-Euclidiana.**

En 1830, el matemático ruso Nicolai Ivanovitch Lobachevsky (1793-1856) publicó conclusiones similares en su obra titulada **Pangeometría**.

El matemático húngaro Janos Bolyai (1802-1860) también llegó simultáneamente a conclusiones similares publicadas en 1832 en un apéndice de 26 páginas de una obra didáctica de su padre, donde escribe sobre lo que llama una "*Geometría Absoluta*", independiente del postulado de las paralelas, donde la geometría de Euclides es un caso particular, así como la trigonometría esférica.

La geometría no euclidiana de Gauss, Lobachevsky y Bolyai fue llamada **Geometría Hiperbólica**, como actualmente se le conoce, por Félix Klein (1849-1921). En esta geometría, dada una recta **L**, por un punto **P** fuera de **L** puede trazarse un conjunto de más de una recta que no cortan a **L**. Esto corresponde a la hipótesis del ángulo agudo en los cuadriláteros de Lambert y Saccheri.

Posteriormente, el matemático alemán Georg Friedrich Bernard Riemann (1826-1866) considera la tercera hipótesis que libera a la geometría del postulado de las paralelas: "Por un punto exterior a una recta, no pasan rectas que no la corten", equivalente a la hipótesis del ángulo obtuso de Saccheri, obteniendo otra geometría no-euclidiana que se llama **Geometría Elíptica.** Su trabajo original de 1854, fue publicado en 1867 con el título ***Sobre las Hipótesis en que se Funda la Geometría.***

La **Geometría Euclidiana** permanece como intermedia entre la geometría hiperbólica y la geometría elíptica, por lo que se le llama **Geometría Parabólica**, donde *"por un punto exterior a una* *recta, pasa una sola recta paralela, es decir, una sola recta que no la corta"*, lo cual corresponde a la alternativa del ángulo recto en el cuadrilátero de Saccheri.

En 1870, se difunden ampliamente las geometrías no-euclidianas, hiperbólica y elíptica, y se relacionan con la geometría proyectiva y la geometría euclidiana, estableciéndose su validez lógica, ya que la existencia de una supuesta contradicción en las geometrías no-euclidianas, implicaría una contradicción en la geometría de Euclides, la cual no está en duda.

El método que conduce a las geometrías no-euclidianas produce, más adelante, otras geometrías. Además, induce al estilo detallado del método axiomático para las matemáticas por sí mismas y para su relación con la física.

10.3 <u>KARL FRIEDERICH GAUSS</u>. (1777 - 1855)

Nació el 30 de abril de 1777 en Brunswick, Alemania. Su abuelo paterno fue un campesino que emigró a Brunswick, donde trabajó como jardinero. El padre de Gauss fue jardinero y, después, albañil y maestro de obras; deseaba que su hijo Karl trabajara con él, pero K. F. Gauss tenía otro destino. El apoyo de su madre Dorothea y la influencia de su tío materno Friederich, impulsaron a Gauss, quien llegó a ser uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos, junto con Newton y Arquímedes.

La precosidad de Gauss es de las más notables en la historia. A sus 3 años de edad corrigió a su padre en la suma de una nómina de pago para sus trabajadores. A esta edad recitaba el alfabeto y aprendió a leer. Entendía el significado de los dígitos 0, 1, 2, 3, …, 9 y realizaba cálculos mentales con números naturales. A la edad de 7 años empezó su instrucción escolar y a los 10 años de edad sorprendió a su maestro al sumar correctamente los 100 términos de una progresión aritmética,

observando que la diferencia constante entre los términos consecutivos permite sumarlos como el promedio del primero y el último, multiplicado por el número de sumandos. El maestro le obsequió un libro de aritmética y su ayudante, Johann Martin Bartels (1769-1836) estudió con Gauss, extendiendo la aritmética hacia el álgebra y el análisis elemental.

La primera investigación de Gauss fue sobre la demostración de la ley del Binomio de Newton $(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \ldots + b^n$, para **n** no-natural. Para Gauss y Bartels no era satisfactorio el tratamiento de los textos, porque se producían paradojas como el caso de **n = -1** con **a = 1** y **b = -2**:

$$(1-2)^{-1} = 1 + 2 + 2^2 + \ldots \qquad \therefore\ -1 = \infty$$

Gauss considera que una demostración no debe ser aceptada si produce paradojas, hasta que estas situaciones absurdas sean aclaradas y las condiciones del teorema sean rigurosamente establecidas.

A sus doce años de edad, domina la geometría euclidiana y a los 16 vislumbra la posibilidad de una geometría no-Euclidiana. A los 17 años es un crítico de la Teoría de Números, dedicado a la tarea de completar lo que sus antepasados habían realizado a medias.

Cuando Gauss tenía 14 años de edad, Bartels invitó a personas influyentes a conocer a Gauss y éstos a su vez, impresionados por el genio de Gauss, lo recomendaron con el Conde de Brunswick, Carl Wilhelm Ferdinand, quien aseguró la educación del joven, inscribiéndolo en el Collegium Carolinum, donde estudió 3 años el ***Principia Matemática*** de Newton y los trabajos de Euler y Lagrange. A sus 17 años, Gauss re-descubre por inducción el *Theorema Aureum* o *La Gema de la Aritmética*, conocida como la ***Ley de reciprocidad cuadrática***, siendo el primero en demostrarla. Para esto, define la congruencia sobre los números naturales de la siguiente manera:

Definición: **a** es congruente **b**, módulo **m**, si **(a - b)** es múltiplo de **m**.

Notación: $a \equiv b \pmod{m}$, si $a - b = km$, $k \in N$.

La ley de reciprocidad cuadrática establece lo siguiente: *Las congruencias* $x^2 \equiv q \pmod{p}$ *y* $x^2 \equiv p \pmod{q}$, *donde* **p** *y* **q** *son primos, tienen ambas solución o ninguna la tiene, a menos que ambos* **p** *y* **q** *dejen residuo* **3** *al dividirse entre* **4**, *en cuyo caso, una de ellas tiene solución y la otra no.*

Por la importancia de este teorema en la Teoría de Números, Gauss lo demostró de 6 maneras, una de las cuales se relaciona con la construcción de polígonos regulares con regla y compás. El 30 de marzo de 1796, a la edad de 19 años, Gauss logró la construcción del polígono de 17 lados con regla y compás y esto lo decidió a dedicarse a las matemáticas. Fue entonces cuando inició su ***Diario Científico***, hasta el 9 de julio de 1814. Este diario contiene 146 brevísimas presentaciones de sus descubrimientos y fue distribuido en 1898 por la Royal Society, 43 años después de la muerte de Gauss. Después en 1917 fue publicado con la colección de trabajos de Gauss.

De 1795 a 1798, Gauss estudia en la Universidad de Götingen bajo el patrocinio financiero del Duque Ferdinand. Desde 1795, a sus 18 años de edad, empieza a trabajar en estudios profundos y detallados de la Teoría de Números que completa en 1798 y lo titula ***Disquisitiones Arithmeticae,*** libro que fue publicado en 1801 y está considerado una de las obras maestras de Gauss. Consta de 7 secciones sobre propiedades de números enteros y fracciones.

Las primeras tres secciones tratan la teoría de congruencias, analizando exhaustivamente la congruencia binomial $\mathbf{x^n \equiv A \ (mod\ p)}$, donde **n** y **A** son cualquier enteros dados, **p** es primo y la incógnita **x** debe ser entero; esta teoría es similar a la ecuación algebraica $\mathbf{x^n = A}$, pero mucho más complicada y rica en posibilidades.

La cuarta sección trata la teoría de los residuos cuadráticos (un número entero **r**, no divisible entre **m**, es un residuo cuadrático de **m** si la congruencia $\mathbf{x^2 \equiv r \ (mod\ m)}$ tiene solución para **x** entero). Aquí se presenta la primera demostración publicada de la **Ley de reciprocidad cuadrática**, por inducción matemática.

En la quinta sección se aplica la ley de reciprocidad cuadrática a la **Teoría de las formas cuadráticas binarias,** $\mathbf{ax^2 + 2bxy + cy^2 = m}^2$, donde se buscan las soluciones enteras **x** y **y** de esta ecuación indeterminada, considerando que **a**, **b**, **c** y **m** son enteros dados. Además contiene la teoría de las formas **cuadráticas ternarias**, $\mathbf{ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dxz + 2eyz + fz^2}$, donde **a, b, c, d, e, f** y **m**, son enteros y se buscan soluciones enteras para **x, y** y **z**. Un caso particular, aparentemente sencillo, se presenta cuando $\mathbf{b = d = e = 0}$: $\mathbf{ax^2 + cy^2 + fz^2 = m}$, de donde para $\mathbf{a = c = 1, f = -1}$ y $\mathbf{m = 0}$, se tiene la ecuación de las ternas pitagóricas $\mathbf{x^2 + y^2 = z^2}$, la cual es indeterminada y fue resuelta por los griegos.

La sexta sección aplica los resultados de la sección anterior a casos especiales como el de encontrar las soluciones enteras **x** y **y** de $\mathbf{ax^2 + cy^2 = m}$, donde **a, c** y **m** son enteros dados.

En la séptima sección, Gauss aplica todo lo anterior, especialmente su teoría de congruencias binomiales para analizar la ecuación algebraica $\mathbf{x^n = 1}$, donde **n** es cualquier entero dado, ligando perfectamente la aritmética, el álgebra y la geometría, porque esta ecuación es el planteamiento algebraico del problema geométrico de construir un polígono regular de **n** lados y lo resuelve a través de la congruencia aritmética $\mathbf{x^m \equiv 1 \ (mod\ p)}$, donde **p** es primo y **m** entero.

Esta obra de Gauss comprende como casos particulares, algunos de los descubrimientos anteriores de Fermat, Euler y Lagrange. Es muy complicada, aún para especialistas de la teoría de números y fue presentada en condiciones muy accesibles por Peter Gustave Lejeune Dirichlet (1805-1859). En 1804, Lagrange escribe a Gauss diciéndole que sus disquisiciones lo han distinguido como el primer matemático. Este libro fue dedicado por Gauss al duque Ferdinand.

En 1799, Gauss recibió su doctorado (in absencia) de la Universidad de Helmstedt por su trabajo *Una nueva demostración de que toda función polinómica racional entera de una variable, puede descomponerse en un producto de factores de primero y segundo grado.* Esta tesis contiene en realidad la primera demostración del llamado **Teorema Fundamental del Álgebra**, que en términos más conocidos establece que toda ecuación algebraica en una incógnita tiene una solución en los complejos.

Fue uno de los primeros en considerar a los complejos **a + bi**, donde **a** y **b** son números reales, y representarlos en un sistema cartesiano como puntos de coordenadas **(a, b).** Presenta 4 pruebas distintas del teorema y además considera que los polinomios son funciones continuas, por lo que todo polinomio de grado impar tiene por lo menos una raíz real, es decir, su curva cruza el eje **X** por lo menos una vez.

En 1807 es nombrado Director del Observatorio de Göttingen, con la obligación de dar clases de matemáticas en la Universidad, con un modesto salario.

En 1809 publica su segunda obra maestra ***Teoría del movimiento de los cuerpos celestes alrededor del sol en órbitas de secciones cónicas***. En esta obra presenta un análisis exhaustivo de las órbitas de planetas y cometas, incluyendo perturbaciones. Por estas fechas sufre la pérdida de su protector, el duque Ferdinand, en 1806; la de su padre, en 1808 y la de su primera esposa Johanne, en 1809.

En 1811, habiéndose casado de nuevo, vuelve a producir matemáticas en el campo de la **teoría de las funciones analíticas de una variable compleja,** que tiene importantes aplicaciones a las teorías de movimiento de fluidos y la electricidad y posteriormente a la aerodinámica y la electrónica.

En 1812 publica un trabajo sobre **Series hipergeométricas**, incluyendo casos especiales que conducen al cálculo y tabulación de logaritmos, funciones trigonométricas y otras funciones de la Física y la Astronomía, así como aplicaciones a las ecuaciones diferenciales de la física.

A pesar de sus limitaciones económicas, Gauss declinó la invitación de la Academia de París para participar en la competencia de 1816-1818, donde se ofrece un premio en efectivo al primero que demuestre el "*Ultimo teorema de Fermat*", por considerarlo una proposición aislada de poco interés para sus investigaciones de carácter más general.

Considera a los números compiejos $\mathbf{a + bi}$, con $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ reales e $\mathbf{i^2 = -1}$, como rotaciones del plano y extiende esta idea a las rotaciones de espacios tridimensionales con lo que él llama *mutaciones* que son los cuaterniones $\mathbf{a + bi + cj + dk}$, con $\mathbf{a, b, c, d}$ reales, $\mathbf{i^2 = j^2 = k^2 = -1; ij = -ji = k; jk = -kj = i; ki = -ik = j}$, donde no vale la ley conmutativa de la multiplicación, anticipándose a Hamilton, quien publica su ***Tratado de Cuaterniones*** en 1853. La falta de publicaciones de Gauss lo hacen perder calidad de pionero en este tema, como le sucede en otros tantos otros como funciones elípticas, teoría de funciones analíticas y las geometrías no-euclidianas.

En 1825, define sus números **Enteros Gaussianos** como números complejos $\mathbf{a + bi}$, con $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ **enteros racionales**, para resolver el problema de las reciprocidades cúbica y cuadrática y dar paso a la consideración de congruencias binomiales de cualquier grado **n:** $\mathbf{x^n \equiv a \ (mod\ m)}$. Por este camino, inicia la teoría de los **números algebraicos**, que son las raíces de los polinomios, es decir las soluciones de las ecuaciones polinómicas.

Gauss, como Arquímedes y Newton, también utiliza las matemáticas aplicadas para inventar. Así inventa el **heliotropo** para transmitir señales casi instantáneamente por reflexiones de luz. Mejoró notablemente sus instrumentos astronómicos y, para sus investigaciones de electromagnetismo, en 1833 inventó su **telégrafo eléctrico.**

De 1821 a 1848, fue consejero científico de los gobiernos de Hannover y Holanda, en un levantamiento geodésico de gran magnitud, manejando masas de datos, a los cuales ajusta curvas por su **método de mínimos cuadrados** de los errores e iniciando el estudio de superficies curvadas que conduce a la primera etapa de la **Geometría diferencial**. Inspirado en estos trabajos de Gauss, Riemann inicia la segunda etapa de esta nueva rama de las matemáticas que actualmente se utiliza en

la ***Teoría_General de la Relatividad***. Para el estudio de superficies, Gauss utiliza representaciones paramétricas a través de los manifolds. Así la longitud y la latitud de un punto sobre la superficie de la tierra es un manifold bidimensional que sustituye a las coordenadas cartesianas $\mathbf{(x_0,\ y_0,\ z_0)}$ tridimensionales, para la localización del punto.

Gauss se muestra como un científico liberal respecto a las mujeres, cuando propone a la Universidad de Götingen el doctorado honorario para la matemática francesa Sophie Germain (1776-1831) por su trabajo para la determinación de los números primos impares **p** que resuelven cada una de las congruencias $\mathbf{x^3 \equiv 2 \ (mod\ p)}$ y $\mathbf{x^4 \equiv 2 \ (mod\ p)}$. En 1874, otra mujer rusa llamada Sonja Kowaleski (1850-1891) recibió el doctorado en matemáticas de Götingen, después de que Berlín se rehusó a otorgárselo por ser mujer. Otra de las mujeres notables en matemáticas que también se graduó en Götingen, Emmy Noether (1882-1935) emigró a Pensilvania, E.U., y llegó a ser notable en el campo del Álgebra Abstracta.

Gauss se retiró de Götingen en 1854 para observar la construcción del ferrocarril y falleció en 1855, dejando su presencia en casi todas las matemáticas modernas.

10.4 <u>SOPHIE GERMAIN</u> (1776 – 1831)

Nació en París, el 1º de abril de 1776. Su padre fue diputado y llegó a ser Director del Banco de Francia. Poseía una enorme biblioteca que le permitió a Sophie educarse en casa, fascinada por los trabajos de matemáticas.

A los 13 años leyó sobre Arquímedes y su trágica muerte, tomando la decisión de convertirse en matemática, lo que en los siglos XVIII y XIX era inadecuado para una mujer. Sus padres se opusieron. Después de estudiar Latín y Griego, leyó a Newton y Euler.

A los 18 años le fue imposible entrar a la Universidad, por lo que tuvo que seguir las clases a la puerta del aula, consiguiendo los apuntes con los compañeros varones; así, pudo tener las notas de Lagrange sobre análisis. Tomando el nombre de Antoine Leblanc, envió un artículo a Lagrange sobre este tema, quien lo encontró original y exacto, descubriendo que el autor era ella. Desde entonces, Lagrange se convirtió en su tutor matemático.

Posteriormente, sostuvo correspondencia con Legendre sobre problemas de Teoría de números. Una importante contribución de Sophie Germain fue sobre **el último Teorema de Fermat**: $a^n + b^n = c^n$ *no tiene solución* ***a, b*** *y* ***c*** *para todo* $n > 2$.

En 1806, la Academia Francesa ofreció un premio para el mejor trabajo sobre la **Naturaleza de las Vibraciones en Placas Elásticas**, y Sophie ganó el premio con el seudónimo que usaba.

Después leyó las ***Disquisiciones Arithmeticae*** de Gauss a quien envió ampliaciones y generalizaciones de la obra. Gauss quedó impresionado y en 1807 la conoció, descubriendo que se había presentado con el nombre de Antoine Leblanc.

En sus últimos trabajos escribió ***Pensées Diverses*** y ***Considerations Générales Sur L'etat des Sciences et des Letras***, obras filosóficas publicadas póstumamente, en 1879.

Cuando fue revelada su identidad, Gauss solicitó un Doctorado Honorario de la Universidad de Göttingen para ella, pero su muerte le impidió recibir este honor.

Otras distinguidas mujeres matemáticas posteriores a Sophie Germain fueron: Sofía Kovalevskaya, de Rusia (1850 – 1891) y Emma Amalie Noerther, de Alemania (1882 – 1935), primera mujer que fue admitida como oyente en las Universidades de Erlangen y Göttingen y que obtuvo su Doctorado en 1907, después que cambiaron los estatutos en 1903.

10.5 AUGUSTIN - LOUIS CAUCHY. (1789 - 1857)

Nació en París, durante la revolución que obligó a cerrar las escuelas. Sus padres, católicos radicales, se trasladaron a su casa de campo y Cauchy recibió la instrucción primaria de su padre. Laplace conoció a Cauchy, por ser vecinos y descubrió en él un gran talento matemático.

En 1800, el padre de Cauchy es electo secretario del senado con oficina en el palacio de Luxemburgo, donde Lagrange conoce al niño de 11 años y queda impresionado por su habilidad para las matemáticas. Sin embargo, recomienda a su padre que no lea matemáticas superiores hasta que tenga 17 años y que se prepare en literatura y gramática para que pueda escribir sus trabajos.

En 1802, a sus 13 años, Cauchy entra a la Ècole Central do Panthéon, donde gana todos los premios de composición e idiomas, griego y latín, instituidos por Napoleón.

En 1804, cuando deja la escuela, gana un premio especial en humanidades. Después estudia matemáticas con un tutor por 10 meses.

En 1805 entra a la Ècole Polytechnique, estudiando con Lagrange y Laplace hasta 1807, cuando entra a la Ècole des Ponts et Chaussées, de ingeniería civil. En 1810 es contratado por 3 años como ingeniero militar en Cherbourg para la construcción de puertos y fortificaciones, llevándose consigo la ***Mecánica Celeste*** de Laplace y el ***Tratado de Funciones Analíticas*** de Lagrange. Trabajando desde las 4 de la mañana, Cauchy se daba tiempo para investigar.

En 1811, envió a la Academia Francesa su primer ensayo sobre ***Teoría de los Poliedros*** demostrando que hay únicamente 5 poliedros regulares y extendiendo la fórmula de Euler $a + 2 = c + v$ (El número de aristas más 2 es igual al número de caras más el número de vértices).