

$S! S^{n-S}$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^S \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!} \sum_{n=S+1}^M \left[ \frac{\lambda}{S\mu} \right]^{n-S}}$$

$$L_q = \frac{P_0 (\lambda/\mu)^S \rho}{S! (1-\rho)^2} \left[ 1 - \rho^{M-S} - (M-S)\rho^{M-S}(1-\rho) \right]$$

$$L = \sum_{n=0}^{S-1} n P_n + L_q + S \left[ 1 - \sum_{n=0}^{S-1} P_n \right]$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad \bar{\lambda} = \lambda (1 - P_M)$$

**MODELO No.3**  
(TASA DE LLEGADA Y FRECUENCIA DE SERVICIO CONSTANTE, FUENTE DE ENTRADA LIMITADA POBLACION FINITA Y POR LO TANTO LINEA DE ESPERA FINITA)

PARA S=1

$$\lambda_n = (M-n)\lambda, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, M$$

$$\lambda_n = 0, \quad \text{para } n \geq M \quad \mu_n = \mu, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots$$

$$C_n = \frac{M!}{(M-n)} (\lambda/\mu)^n, \quad n = 1, 2, \dots, M \quad C_n = 0, \quad n > M$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^M \frac{(\lambda/\mu)^n}{(M-n)!}} \quad P_n = \frac{M!}{(M-n)!} (\lambda/\mu)^n P_0, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, M \quad P_n = 0 \quad \text{para } n > M$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0) \quad L = \sum_{n=0}^M n P_n = L_q + (1 - P_0) = M - \frac{\mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\bar{\lambda}} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad \bar{\lambda} = \lambda (M - L)$$

PARA S>1

$$C_n = \frac{M!}{(M-n)!n!} (\lambda/\mu)^n, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, S \quad C_n = \frac{M!}{(M-n)!S!S^{n-S}} (\lambda/\mu)^n, \quad \text{para } n = S, S+1, \dots$$

$$C_n = 0, \quad \text{para } n > M$$

$$P_n = P_0 \frac{M!}{(M-n)!n!} (\lambda/\mu)^n, \text{ Si } 0 \leq n \leq S \quad P_n = P_0 \frac{M!}{(M-n)!S!S^{n-S}} (\lambda/\mu)^n, \text{ Si } S \leq n \leq M$$

$$P_n = 0, \text{ Si } n > M$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{M!}{(M-n)!n!} (\lambda/\mu)^n + \sum_{n=S}^M \frac{M!}{(M-n)!S!S^{n-S}} (\lambda/\mu)^n}$$

$$L_q = \sum_{n=S+1}^M (n-S)P_n$$

$$L = \sum_{n=0}^{S-1} nP_n + L_q + S(1 - \sum_{n=0}^{S-1} P_n) \quad W = \frac{L}{\bar{\lambda}_0} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$\bar{\lambda} = \lambda(M-L)$$

**MODELO No.4**

**LINEAS DE ESPERA CON TASAS DE LLEGADA Y/O SERVICIO DEPENDIENDO DEL ESTADO DEL SISTEMA (VARIAN), POBLACION Y LINEA DE ESPERA  $\infty$**

S=1

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad L_q = L - (1 - P_0)$$

Po y L tablas en función de c y  $\rho$   $P_1 = C_1 P_0$

**CaSo I.- Varia la taSa de Servicio**

$$\mu_n = n^c \mu_1 \quad \lambda_n = \lambda \quad C_n = \frac{(\lambda/\mu_1)^n}{(n!)^c}, \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

$\mu_1$  = Tasa de servicio normal

c = Factor de presión

$\mu_n$  = Razon media de servicio cuando hay n clientes en el sistema

**CaSo II.- Varia la tasa de llegada**

$$\lambda_n = (n+1)^{-b} \lambda_0, \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots \quad \mu_n = \mu$$

-b = Factor de presión sobre el cliente

**CaSo III.- Cuando la frecuencia de llegada y/o servicio dependen del estado del sistema**

$$\mu_n = n^a \mu_1, \text{ para } n=1, 2, \dots \quad \lambda_n = (n+1)^{-b} \lambda_0, \text{ para } n=0, 1, 2, \dots \quad C = a + b$$

**PARA S > 1**

$$\mu_n = n\mu_1, \text{ Si } n \leq S \quad \mu_n = (n/S)^a S\mu_1, \text{ Si } n \geq S$$

$$\lambda_n = \lambda_0, \text{ Si } n \leq S-1 \quad \lambda_n = (S/n+1)^b \lambda_0 \text{ Si } n \geq S-1$$

$$C_n = \frac{(\lambda_0/\mu_1)^n}{n!}, \text{ para } n=1, 2, \dots, S \quad C_n = \frac{(\lambda_0/\mu_1)^n}{S!(n/S!)^c S^{(1-c)(n-S)}}, \text{ para } n=S, S+1, \dots$$

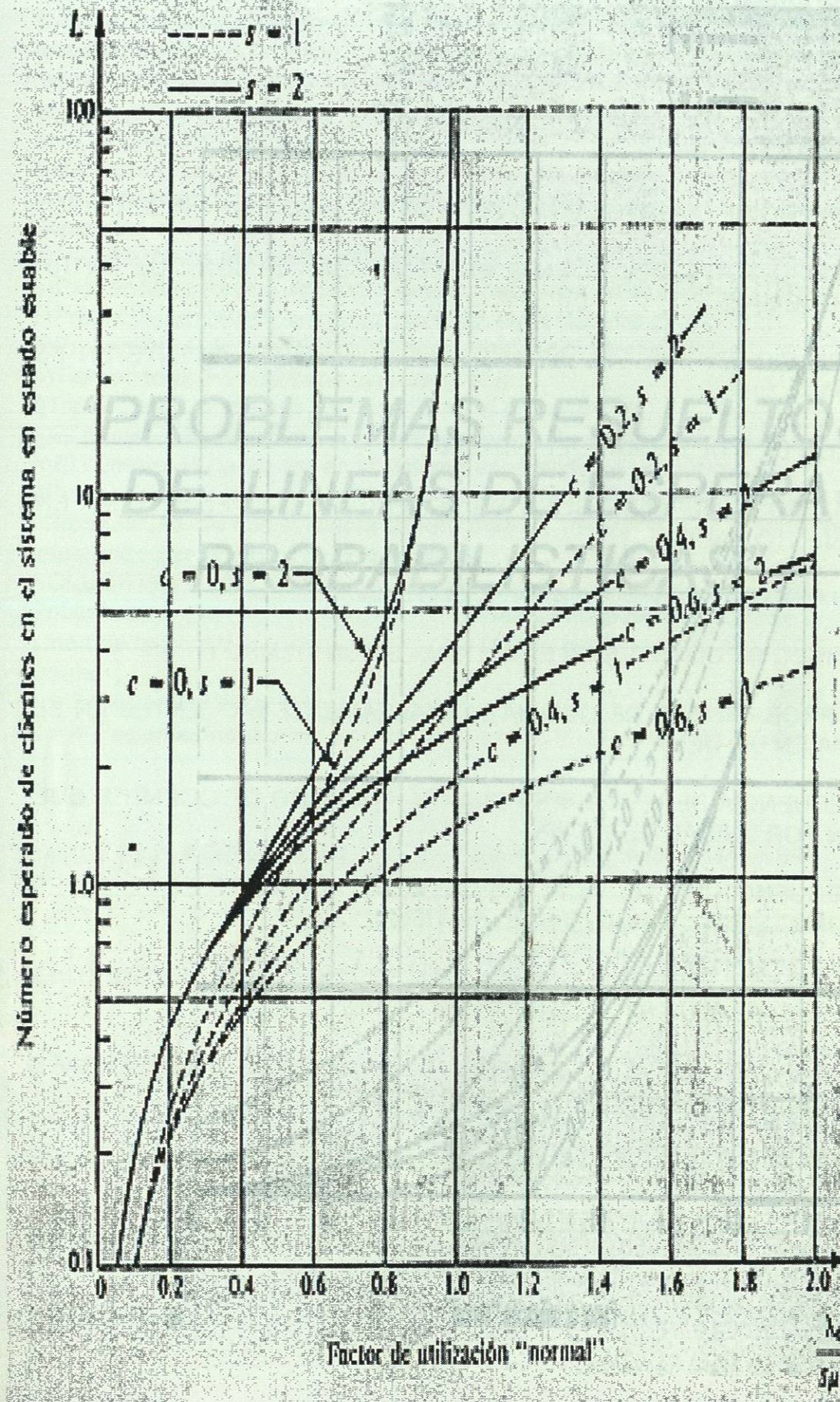
$$L_q = (L - P_1) - 2(1 - P_0 - P_1), \text{ Si } S=2$$

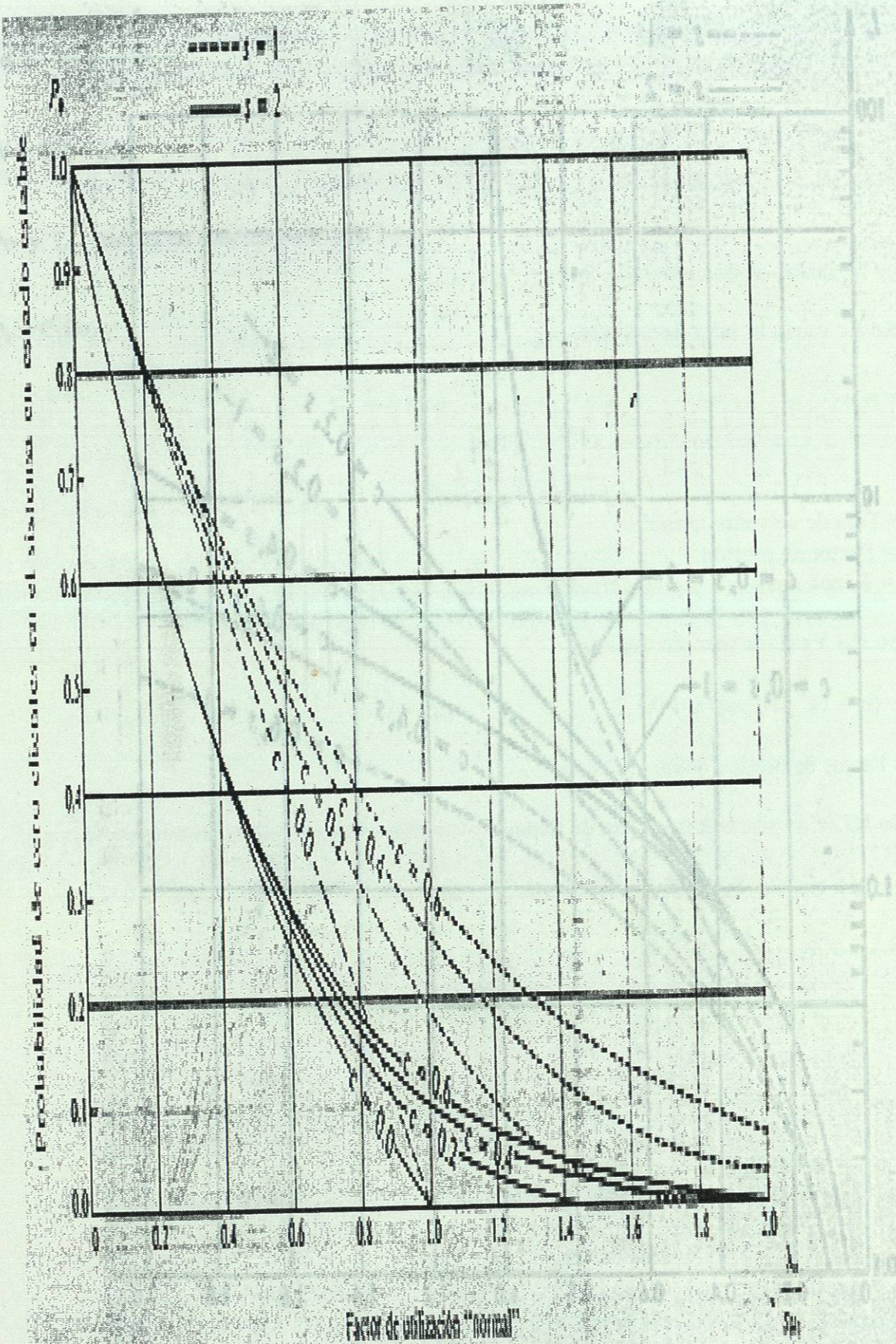
$$Lq = \frac{Po (\lambda\mu)^s \rho}{S! (1 - \rho)^2}$$

$$W = Wq + 1/\mu$$

Po y L (tablas en funcion de c y ρ)

$$P_1 = C_1 P_0$$





INVESTIGACION DE OPERACIONES II

LÍNEAS DE ESPERA

En el departamento de emergencias de un hospital los clientes llegan con una distribución de probabilidad poisson a una media de 3 clientes por hora. El departamento de radiología tiene un solo técnico que atiende a los clientes en un momento dado. Este problema se puede modelar como una línea de espera con un momento dado.

Nota: Este problema se puede modelar como una línea de espera con un momento dado.

$L$  = ESTADO DEL SISTEMA O EL NÚMERO DE CLIENTES EN EL SISTEMA EN UN MOMENTO DADO.

$L_p$  = NÚMERO DE CLIENTES EN EL SISTEMA ESPERANDO POR SERVICIO.

$W$  = TIEMPO TOTAL DEL CLIENTE EN EL SISTEMA DESDE QUE ENTRA HASTA QUE SALE.

$W_p$  = TIEMPO TOTAL DE ESPERA POR SERVICIO DEL CLIENTE EN EL SISTEMA.

**"PROBLEMAS RESUELTOS DE LINEAS DE ESPERA PROBABILISTICAS"**

$n$  = NÚMERO DE CLIENTES EN EL SISTEMA EN UN TIEMPO  $t$ .

Datos:

$P_n(t)$  = PROBABILIDAD DE QUE HAYA EXACTAMENTE  $n$  CLIENTES EN EL SISTEMA EN UN TIEMPO  $t$ .

$\lambda$  = FRECUENCIA DE LLEGADAS POISSON = NÚMERO DE CLIENTES QUE LLEGAN POR UNIDAD DE TIEMPO.

$\mu$  = FRECUENCIA DE SERVICIO EXPONENCIAL = NÚMERO DE CLIENTES QUE SON ATENDIDOS POR UNIDAD DE TIEMPO.

$\rho$  = TIEMPO ENTRE LLEGADAS QUE TRANSCURRE ENTRE UNA LLEGADA Y LA SIGUIENTE.

$\rho_s$  = TIEMPO DE SERVICIO A LA MEDIA DE LA DISTRIBUCIÓN ESPERADA DE LOS TIEMPOS DE SERVICIO.

$P\{W > t\}$  = PROBABILIDAD DE QUE UN CLIENTE SE ESPERE MÁS DE UN TIEMPO  $t$  EN EL SISTEMA.

$P\{W_p > t\}$  = PROBABILIDAD DE QUE UN CLIENTE SE ESPERE MÁS DE UN TIEMPO  $t$  ESPERANDO POR SERVICIO EN EL SISTEMA.