a) $$P1=\frac{(.043)(5!)}{(5-1)!1!}\left(\frac{3}{4}\right)^{1}=.1614$$

$$Pn=Po\frac{M!}{(M-n)!s!s^{(n-s)}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}$$ si s<n<M $\Rightarrow$ 2<3<5

$$P3=\frac{(.043)(5!)}{(5-3)!2!2^{(3-2)}}\left(\frac{3}{4}\right)^{3}=0.2721$$

$$P4=\frac{(.043)(5!)}{(5-4)!2!2^{(4-2)}}\left(\frac{3}{4}\right)^{4}=0.2040$$

$$P5=\frac{(.043)(5!)}{(5-5)!2!2^{(5-2)}}\left(\frac{3}{4}\right)^{5}=0.0765$$

$$Lq=\sum_{n=s+1}^{M}(n-s)Pn$$

$$Lq=\sum_{n=2+1}^{5}\left[(3-2)(.2721)+(4-2)(.2040)+(5-2)(.0765)\right]=0.9096$$

$$L=\sum_{n=0}^{s-1}nPn+Lq+s\left[1-\sum_{n=0}^{s-1}Pn\right]$$

$$L=\sum_{n=0}^{2-1}\left[(0)(.043)+(1)(.1614)\right]+0.9096+2\left[1-\sum_{n=0}^{2-1}(.043+.1614)\right]=0.1614+0.9096+1.5912=2.6622$$

$\bar{\lambda}$ = λ(M-L) = (3)(5-2.6622) = 7.0134

b) $$Wq=\frac{Lq}{\bar{\lambda}}=\frac{0.9096}{7.0134}=0.12969$$

8.- En una instalacion de auto servicio las llegadas ocurren según una distribución Poisson con media de 50 por hora. Los tiempos de servicio por cliente estan exponencialmente distribuidos con media de 5 minutos.

a) Encuentre el numero esperado de clientes en servicio
b) ¿Cuál es el porcentaje de tiempo que la instalación está vacía?

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)
Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

Datos:
λ=50 ctes/hr
1/μ=1/5minutos(60min/ hora) = 12
μ=12ctes/hr

supongamos 5 servidores
s=5
a) L-Lq=?
b) Po=?

$$\rho=\frac{\lambda}{s\mu}=\frac{50}{(5)(12)}=0.8333$$

$$Po=\frac{1}{\left\{\sum_{n=0}^{s-1}\left[\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}}{n!}\right]+\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{s}}{s!}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)}\right)\right\}}$$

$$Po=\frac{1}{\left\{\sum_{n=0}^{5-1=4}\left[\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{0}}{0!}+\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{1}}{1!}+\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{2}}{2!}+\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{3}}{3!}+\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{4}}{4!}\right]+\frac{\left(\frac{50}{12}\right)^{5}}{5!}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{50}{(5)(12)}\right)}\right)\right\}}$$

b) $$Po=\frac{1}{1+4.1666+8.6805+12.0563+12.55+62.78}=0.00987=0.98\%$$

$$Lq = \frac{Po\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{s!(1-\rho)^2} \quad \rho = \frac{(.0098)\left(\frac{50}{12}\right)^5 (.8333)}{5!(1-.8333)^2} = 3.1$$

$$L = Lq + \frac{\lambda}{\mu} = 3.1 + \frac{50}{12} = 7.2666$$

a) $L - Lq = 7.2666 - 3.1 = 4.1666$

9.-En promedio una afinación completa (bujias, punterias, aceite, etc.) en Fire Year dura 45 minutos. Si el tiempo para hacer una afinación es una variable aleatoria con distribución exponencial.

a)¿ Cual es el valor de la frecuencia de servicio?

b)¿ Cual es el tiempo medio de servicio ?

c)¿ Cual es la tasa media de servicio ?

SOLUCION: MODELO I.

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Linea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

Si el tiempo de servicio son 45 minutos por afinación entonces:

1 afinación ------- 45 minutos

χ ------- 60 minutos

$\chi = \mu = 1.3333$

a) μ =1.33333 clien/hr

b) ¿ Cual es el tiempo medio de servicio ?

$\frac{1}{1.33} = \frac{1}{1.33}(60) =$ 45 minutos

b) $\frac{1}{\mu}$ = 45 minutos

c)¿ Cual es la tasa media de servicio ?

$\mu n = \mu =$ 1.3333 ctes./min

c) μn = 1.333 clien/hr.

10.-Una computadora procesa los trabajos que se le asignan sobre la base ¨primero en llegar primero ser atendido¨(PEPS). Los trabajos llegan con una distribución Poisson con promedio de tiempo entre llegadas de cinco minutos. En el procesamiento de los trabajos consiste en que ningún trabajo pase más de seis minutos promedio en el sistema. ¿ Qué tan rápido debe de trabajar el procesador para cumplir con este objetivo ?

Datos:

$\frac{1}{\lambda}$ = 1/5(60min./hr.) = λ =12 trabajos/hora

W = 6 minutos(1/60 horas/minuto) = .1horas

Nos pide la frecuencia de servicio (μ) ?

SOLUCION: MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W(\mu - \lambda) = 1$$

$$\mu - \lambda = 1 / W$$

$$\mu = \frac{1}{W} + \lambda = 1/.1 + 12$$

μ = 22 trabajos/hora

11.-.-Actualmente una gasolinera tiene 2 bombas y está considerando agregar una tercera. Los vehículos llegan al sistema con un promedio de 1 cada 10 minutos. cada vehículo requiere de un promedio de 5 minutos para ser atendido. Supóngase que los vehículos llegan de acuerdo con una distribución Poisson y que el tiempo necesario para prestar el servicio se distribuye en forma exponencial.

a)Determine la razón de utilización del sistema. (ρ)

b)¿Cuál sería el efecto sobre la línea de espera si se agrega una tercera bomba?

c)¿Cómo se evaluarían los costos en esta situación?

SOLUCION: MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

Datos:

$1/\lambda$=10min*60 min/hra

λ=6 ctes/hra

$1/\mu$=5 min*60 min/hra

μ=12 ctes/hra

Cuando s=2

a) $\rho = 6 / 2*12=0.25$ $\rho < 1$ el sistema se resuelve.

$$Po=\frac{1}{\frac{(0.5)^0}{0!}+\frac{(0.5)^1}{1!}+\left\{\frac{(0.5)^2}{2!}*\frac{1}{1-0.25}\right\}} = 0.60$$

$$P2=\frac{(0.5)^2}{2!}(0.60)=0.075=7.5\%$$

$$Lq=\frac{(0.60)(0.5)^2(0.25)}{2!\,(1-0.25)^2}=0.3333$$

Cuando S=3

$$Po=\frac{1}{\frac{(0.5)^0}{0!}+\frac{(0.5)^1}{1!}+\frac{(0.5)^2}{2!}+\left\{\frac{(0.5)^3}{3!}*\frac{1}{1-0.166}\right\}} = 0.606$$

$$P3=\frac{(0.5)^3}{3!}(0.606)=0.0126=1.26\%$$

$$Lq=\frac{(0.606)(0.5)^3(0.166)}{3!\,(1-0.166)^2}=0.00301$$

b) Como se muestra el número de clientes en espera de servicio cambia notablemente de un 0.33 a un 0.003, pero con 2 bombas es suficiente para atender a los clientes,

c) Y en cuanto al costo no es justificable la instalación de otra bomba de gasolina.

12.-En una peluquería existen 3 peluqueros que se encargan de atender a los clientes. Actualmente, los clientes llegan con una tasa media de 6 por hora. Cada peluquero puede hacer un corte de pelo a una tasa de 4 clientes por hora. Los intervalos de llegada parecen seguir la distribución Poisson y los tiempos de servicio siguen una distribución exponencial

a.)¿Cuál será la longitud promedio de la linea de espera? (Lq)

b.)¿Cuánto tiempo deberá esperar el cliente promedio para que empiece su servicio?(Wq)

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

s=3

λ=6 ctes/hra

μ=4 ctes/hra

ρ= 6 / (3) (4) = .5

$$Po=\frac{1}{\frac{(1.5)^0}{0!}+\frac{(1.5)^1}{1!}+\frac{(1.5)^2}{2!}+\left\{\frac{(1.5)^3}{3!}*\frac{1}{1-0.5}\right\}} = 0.2105$$

a) $Lq=\frac{(0.2105)\ (1.5)^3\ 0.5}{3!\,(1-0.5)^2}=0.2368$

b) $Wq=\frac{0.2368}{6}=0.0394$ hrs

13.--En un sistema de reservaciones de líneas aéreas un empleado se encarga de atender las llamadas telefónicas. El tiempo promedio para atender una llamada es de 3 minutos. Los tiempos de servicio se distribuyen en forma exponencial. Las llamadas ocurren con un promedio de 10 minutos entre una y otra y se ajustan a una distribución Poisson. Recientemente, algunos de los clientes se han quejado porque la línea está ocupada cuando llaman. Investigue el origen de estas quejas mediante la teoría de colas.

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

$1/\lambda$=10 min*60 min/hra

λ=6 ctes/hra

$1/\mu$=3 min*60 min/hra

μ=20 ctes/hra

ρ =6 / 20=0.3

Po=1-0.3=0.7

P1=$(0.3)^1$ 0.7=0.21

L=6 / (20-6)=0.42

Lq=6^2 / 20(20-6)=0.1285

Wq=6 / 20(20-6)=0.0214

Solución: Las quejas de los clientes no tienen razón de ser, por que la línea queda ocupada solamente 21% de probabilidad de que la línea esté ocupado.

14.-Considere una oficina de inmigración. Suponiendo que el modelo básico es una aproximación razonable de la operación, recuerde que si la agente estuviese ocupada todo el tiempo procesaría 120 ingresos durante su turno de 8 horas. Si a su oficina llega un promedio de un ingreso cada 6 minutos, encuentre:

a) El numero esperado en el sistema
b) El numero esperado en la fila
c) El tiempo previsto de línea de espera
d) El tiempo previsto de espera
e) La probabilidad de que el sistema este vacío

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

S = 1

DATOS

$1/\lambda$ = 6 minutos

$1/\lambda$ = 0.1 hr

λ = 10 / hr μ = 15 personas/horas

a) $L = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$

$L = \dfrac{\textbf{10 /hr}}{\text{15 personas/hr - 10/hr}}$

L = 2 personas/hr

b) $Lq = \dfrac{\lambda^2}{\mu\,(\mu - \lambda)}$

$Lq = \dfrac{(10\text{ /hr})^2}{\text{15 personas/hr (15 personas/hr - 10/hr)}}$

Lq = 1.333 personas/hr

c) $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$ $W = \dfrac{1}{(15 - 10)}$ W = 0.2 hrs./persona

d) $Wq = \dfrac{\lambda}{(\mu - \lambda)}$ $W = \dfrac{10}{15\,(15 - 10)}$ W = 0.1333 h/persona

e) Po = 1 - ρ

$\rho = \dfrac{\lambda}{s\mu} = \dfrac{10}{1(15)} = 0.6666$

Po = 1 - 0.6666

Po = 0.3333

15.- A la exclusa de La Crosse de en el río Mississippi llegan barcazas a razón de una cada dos horas, en promedio. Si el intervalo de tiempo tiene una distribución exponencial:

a) Cual es el valor de λ ?

b) Cual es el tiempo medio entre llegadas?

c) Cual es la razón media de llegadas?

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

a)

$\lambda = ½$

λ = 0.5 barcas/hora

b)

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.5}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 2 \text{ horas}$$

c) λn = 0.5 hora

16.- Una agente de inmigración del aeropuerto Heathrow de Londres podría procesar un promedio de 120 personas que llegan durante sus 8 horas de servicio si estuviese constantemente ocupada. Si el tiempo necesario para procesar un ingreso es una variable aleatoria con distribución exponencial:

a)Cual es el valor de μ?

b)Cual es el tiempo medio de servicio?

c)Cual es la razón media de servicio?

SOLUCION : MODELO I

Poblacion = ∞ Tasa de llegadas = cte. (λ)

Línea de espera = ∞ Tasa de servicio = cte. (μ)

a)

$$\mu = \frac{120 \text{ personas}}{8 \text{ horas}}$$

μ = 15 personas/hora

b)

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{\mu} = 0.067 \text{ personas/hora}$$

c)

$\mu_n = \mu$ = 15 personas/hora