

31.- Para atraer a mas clientes el propietario de un restaurante de comida rápida del problema 14 decidió dar una bebida gratis a cada cliente que espere mas de 5 minutos. Normalmente una bebida cuesta 50 centavos. Cuanto se espera que pague el dueño del establecimiento todos los días por las bebidas que obsequia.

MODELO I

$\lambda = 1/2.5 = 24 \text{ c/hr}$

$\mu = 1/1.5 = 40 = 480$

$P\{Wq > 5\} = p_e$

$P = 0.1582$

$Lq = 24 / (40(40 - 24))$

$Lq = 0.9$

0121132

32.-Suponga que se ha asignado a un mecánico la responsabilidad de dar mantenimiento a 3 máquinas. Para cada máquina la distribución de probabilidad del tiempo de operación antes de descomponerse es exponencial con media de 9 hrs. El tiempo de reparación también tiene una distribución exponencial con media de 2 hr.

a) Calcule la distribución de probabilidad de estado estable y el número esperado de máquinas que no están en operación.

b) Como una aproximación burda, suponga que la fuente de entrada es infinita y que el proceso de entrada es Poisson con una tasa media de 3 cada 9 hr. Compare el resultado de el inciso "a" con el que se obtenga haciendo uso de esta aproximación 1) Con el modelo de colas infinito correspondiente y 2) Con el modelo de colas finito correspondiente.

c) Suponga que se dispone de un segundo mecánico siempre que este descompuesta más de una de estas máquinas, calcule la información especificada en el inciso a.

Respuesta inciso "a"

Modelo 3

$\lambda = 1/9 \text{ c/hr}$

$\mu = 1/2 \text{ c/hr}$

$M = 3$

$P_0, P_1, P_2, P_3, L = ?$

$P_0 = 1 / \sum_{n=0}^M [(M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n] = 1 / \{ [3! / (3-0)!] (0.11 / 0.5)^0 + [3! / (3-1)!] (0.11 / 0.5)^1 + [3! / (3-2)!] (0.11 / 0.5)^2 + [3! / (3-3)!] (0.11 / 0.5)^3 \}$

$P_0 = 0.4929$

$P_1 = (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n * P_0 = [3! / (3-1)!] (0.11 / 0.5)^1 (0.4929)$

$P_1 = 0.3286$

$P_2 = (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n * P_0 = [3! / (3-2)!] (0.11 / 0.5)^2 (0.4929)$

$P_2 = 0.146$

$P_3 = (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n * P_0 = [3! / (3-3)!] (0.11 / 0.5)^3 (0.4929)$

$P_3 = 0.03245$

$L = M - [(\lambda / \mu) (1 - P_0)] = 3 - [(0.5/0.11) (1-0.4929)]$

$L = 0.718$

b) Modelo I Y II

i) $\lambda = 3/9 \text{ c/hr}$

$\mu = 0.5 \text{ c/hr}$

$P_0 = 1 - \rho = 1 - (0.33/0.5)$

$P_0 = 0.3333$

$P1 = (\lambda / \mu)^n * P0 = (0.33/0.5)^1 (0.33) \quad P1 = 0.2222$
 $P2 = (\lambda / \mu)^n * P0 = (0.33/0.5)^2 (0.33) \quad P1 = 0.148$
 $P3 = (\lambda / \mu)^n * P0 = (0.33/0.5)^3 (0.33) \quad P1 = 0.0986$
 $L = \lambda / (\mu - \lambda) = 0.33 / (0.5 - 0.33) \quad L = 2$
 $P0 = 1 - \rho / 1 - \rho^{M+1} = 1 - 0.66 / 1 - (0.66)^{3+1} \quad P0 = 0.41538$
 $P1 = [1 - \rho / 1 - \rho^{M+1}] \rho^n = [1 - 0.66 / 1 - (0.66)^{3+1}] (0.66)^1 \quad P1 = 0.277$
 $P2 = [1 - \rho / 1 - \rho^{M+1}] \rho^n = [1 - 0.66 / 1 - (0.66)^{3+1}] (0.66)^2 \quad P2 = 0.1846$
 $P3 = [1 - \rho / 1 - \rho^{M+1}] \rho^n = [1 - 0.66 / 1 - (0.66)^{3+1}] (0.66)^3 \quad P3 = 0.123$
 $L = [\rho / 1 - \rho] - [(M+1) \rho^{M+1} / 1 - \rho^{M+1}] = [0.66 / 1 - 0.66] - [(3+1)(0.66)^4 / 1 - (0.66)^4] \quad L = 1.0154$

c) Modelo 3

Para s=2

$P0 = 1 / \{ \sum_{n=0}^{s-1} [(M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n] + \sum_{n=s}^M [(M! / (M-n)!) s! s^{n-s} (\lambda / \mu)^n] \}$
 $P0 = 1 / [3! / (3-0)! (0.11 / 0.5)^0 + [3! / (3-1)! (0.11 / 0.5)^1 + 3! / (3-2)! (0.11 / 0.5)^2 + 3! / (3-3)! (0.11 / 0.5)^3] \}$
 $P0 = 0.546$
 $P1 = P0 (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n = (0.546) 3! / (3-1)! (0.11 / 0.5)^1 \quad P1 = 0.364$
 $P2 = P0 (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n = (0.546) 3! / (3-2)! (0.11 / 0.5)^2 \quad P2 = 0.0808$
 $P3 = P0 (M! / (M-n)!) (\lambda / \mu)^n = (0.546) 3! / (3-3)! (0.11 / 0.5)^3 \quad P3 = 0.00898$
 $L = \sum_{n=0}^{s-1} n Pn + Lq + s [1 - \sum_{n=0}^{s-1} Pn]$
 $L = 0(0.546) + (0.00898) + 1.234 + 2 [1 - (0.546 + 0.364)] \quad L = 0.553$

33.-Una base de mantenimiento de una línea aérea sólo tiene medios para reparar el motor de un avión a la vez. Por lo tanto, para hacer que los aviones regresen al servicio tan pronto como sea posible, la política ha sido alternar la reparación de los cuatro motores de cada avión. En otras palabras, sólo se repara un motor cada vez que un avión llega al taller. Bajo esta política, los aviones han estado llegando según un proceso de Poisson, a una tasa media de uno por día. El tiempo requerido para reparar un motor (una vez que se ha iniciado el trabajo) tiene una distribución exponencial con una media de 1/2 día. Se ha hecho la proposición de cambiar la política, de manera que se reparen los 4 motores consecutivamente, cada vez que un avión llega al taller. Se señala que, aun cuando esto cuadruplicaría el tiempo esperado de servicio, la frecuencia con la que el avión necesitaría ir al taller sería sólo un cuarto de la actual. Utilícese la teoría de las colas para comparar las dos alternativas de manera significativa.

Modelo I actual

$s=1$
 $n=1$
 $\lambda = 1/24 \text{ c/hr}$
 $\mu = 1/12 \text{ c/hr}$

$L = \lambda / (\mu - \lambda) = 0.0416 / (0.0833 - 0.0416) \quad L = 1$

Propuesto

$s=2$
 $n=4$
 $\lambda = 0.0104 \text{ c/hr}$
 $\mu = 1/3 \text{ c/hr}$

$P0 = 1 / \{ \sum_{n=0}^{s-1} (\lambda / \mu)^n / n! + [(\lambda / \mu)^s / s! * 1 / 1 - (\lambda / s\mu)] \} = 1 - [(0.0104/0.333)^0 / 0! + (0.0104/0.333)^1 / 1!] + [(0.0104/0.333)^2 / 2!] [1 / 1 - (0.0104 / (2) 0.333)]$

Po = 0.58945

$Lq = P0 (\lambda / \mu)^s \rho / s! (1-\rho)^2 = (0.58945) (0.0104/0.333)^2 (0.0104 / (2) 0.333) / [1 - (0.0104 / (2) 0.333)]^2$
Lq = 0.7813

$L = Lq + (\lambda / \mu) = 0.7813 + (0.0104/0.333)$
L = 0.8125

34.- Una oficina de boletos de una aerolínea tiene dos agentes que contestan las llamadas para hacer reservaciones. Además, una llamada se puede poner en espera hasta que uno de los agentes se desocupa para tomarla. Si las tres líneas (las de ambos agentes y la de espera) están ocupadas, el cliente potencial obtiene tono de ocupado y se supone que hace la llamada a otra oficina de boletos y que la venta se pierde. Las llamadas y los intentos de llamadas ocurren aleatoriamente (es decir, de acuerdo con proceso Poisson) a una tasa media de 15 por hora. La duración de una conversación tiene una distribución exponencial con media de 4 minutos.

- a) Encuentrese la probabilidad de estado estable de que:
- 1.- Un cliente pueda hablar de inmediato con un agente
 - 2.- El cliente quede en espera
 - 3.- El cliente obtenga el tono de ocupado.

MODELO II

Datos:

$\lambda = 12$ Clientes/hora

$\mu = 15$ Clientes/hora

$M = 3$ Clientes

$\rho = \lambda / s\mu \quad \rho = [12 / (2)(15)] \quad \rho = 0.4$

a) $P_0 + P_1$

$P_0 = 1 / [1 + \sum (\lambda / \mu) / n! + [(\lambda / \mu) / s! \cdot \sum (\lambda / s\mu)]]$

$P_0 = 1 / [1 + \sum (12/15) / 1! + \sum (12/15) / 2! + [(12 / 15) / 2! \sum (12 / 2 \times 15)]]$

$P_0 = 0.44$

$P_1 = [(\lambda / \mu) / n!] P_0$

$P_1 = (12 / 15) / 1! (0.44)$

$P_1 = 0.3558$

$P_0 + P_1 = 0.44 + 0.3558 \rightarrow P_0 + P_1 = 0.792$

b) $P_2 = ?$

$P_2 = (\lambda / \mu) / n! P_0$

$P_2 = [(12 / 15) / 2!] (0.44) = 0.142348754$

$P_2 = 0.142348754$

c) $P_3 = ?$

$P_3 = (\lambda / \mu) / s! (P_0)$

$P_3 = (12/15) / (2! 2) (0.44)$

$P_3 = 0.05632$

“PROBLEMAS RESUELTOS DE LINEAS DE ESPERA DETERMINISTICAS”

#1	0-4
#2	6-11
#3	9-15
#4	12-23
#5	15-23
#6	8-27
#7	2-30
#8	27-30
#9	27-30
#10	27-30

Nota: Solo se analizan aquellos instantes en que ocurre un cambio en el estado del sistema (cuando llega un cliente o se concluye un servicio).

Obsérvese que no hay clientes en la línea de espera al momento 0 ni al momento 12, durante 2 minutos en total, hay un solo cliente en la línea, del momento 12 al 15, durante 3 minutos en total, hay tres clientes en la línea, del momento 15 al 23, durante 8 minutos en total, hay tres clientes en la línea, del momento 23 al 27, durante 4 minutos en total, hay dos clientes en la línea, del momento 27 al 30, durante 3 minutos en total, hay un cliente en la línea, del momento 30 al 30, durante 0 minutos en total, hay cero clientes en la línea.