34.- Una oficina de boletos de una aerolínea tiene dos agentes que contestan las llamadas para hacer reservaciones.Además, una llamada se puede poner en espera hasta que uni de los agentes se desocupa para tomarla. Si las tres líneas (las de ambos agentes y la de espera) estan ocupadas, el cliente potencial obtiene tono de opcupado y se supone que hace la llamada a otra oficina de boletos y que la venta se pierde. Las llamadas y los intentos de llamadas ocurren aleatoriamente (es decir, de acuerdo con porceso Poisson) a una tasa media de 15 por hora. La duración de una conversación tiene una distribuición exponencial con media de 4 minutos.

a) Encuentrese la probabilidad de estado estable de que:

1. Un cliente pueda hablar de inmediato con un agente 2.- El cliente quede en espera
3.- El cliente Obtenga el tono de ocupado.

MODELO II

Datos:

λ= 12 Clientes/hora $\rho = \lambda / s\mu$ ρ= [12/ (2)(15)] $\underline{\rho=0.4}$

μ= 15 Clientes/hora

M= 3 Clientes

a) Po + P1

Po= 1 / [1 + $\sum (\lambda / \mu) / n! + [(\lambda / \mu) / s! . \sum (\lambda / s\mu)]$]

Po= 1 / [1 + $\sum$ (12/15) / 1! + $\sum$(12/15) / 2! + [(12 / 15) / 2! $\sum$ (12/ 2x15)]]

Po= 0.44

P1= [(λ / μ / n!] Po

P1= (12 / 15) / 1! (0.44)

P1= 0.3558

Po + P1 = 0.44 + 0.3558 ---> *Po + P1 = 0.792*

b) P2= ?

P2= (λ / μ) / n! Po

P2 = [(12 / 15) / 2!] (0.44) = 0.142348754

P2= 0.142348754

c) P3= ?

P3= (λ / μ) / s!s (Po)

P3= (12/15) / (2! 2) (0.44)

P3= 0.05632

"PROBLEMAS RESUELTOS DE LINEAS DE ESPERA DETERMINISTICAS"

METODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE LINEAS DE ESPERA (D/D1) POR MEDIO DE SIMULACION

Ejemplo 1.-

Cada 3 minutos llega un nuevo aparato de television ,que es tomado por un ingeniero de control de calidad siguiendo un orden del tipo primero en llegar primero en atenderse. Hay solamente un ingeniero a cargo del proceso y le toma exactamente 4 minutos el inspeccionar cada nuevo televisor. Determinese el numero promedio de aparatos en espera de ser inspeccionados durante la primera media hora de un turno, si no habia aparatos al inicio del turno.(Lq).

Nota.- Este es un sistema D/D/1 que indica que el tiempo entre llegadas es deterministico y hay un solo servidor.

Se elabora una tabla donde muestra la historia del sistema en el tiempo t (en este caso 30 minutos).

Reloj simulado	Cliente en servidor	Linea de espera
0	....	....
3	#1	
6	#1	#2
7	#2	....
9	#2	#3
11	#3	....
12	#3	#4
15	#4	#5
18	#4	#5, #6
19	#5	# 6
21	#5	#6, #7
23	#6	#7
24	#6	#7, #8
27	#7	#8, #9
30	#7	#8, #9, #10

Nota: Solo se analizan aquellos instantes en que ocurre un cambio en el estado del sistema (cuando llega un cliente o se concluye un servicio).

Observese que no hay clientes en la linea de espera del momento 0 al 6, ni del momento 11 al 12, durante 2 minutos en total, hay un solo cliente en la linea , del

momento 6 al 7, del 9 al 11, del 12 al 18, del 19 al 21 y del 23 al 24, durante 12 minutos totales.

De manera similar, hay dos clientes en la linea de espera del momento 18 al 19 , del 21 al 23 y del 24 al 30 durante nueve minutos en total: y hay tres clientes en el momento 30 al 30 con cero minutos en total, entinces la longitud promedio de linea de espera es:

$$\frac{0\,(9) + 1\,(12) + 2(9) + 3(0)}{30} = 1 \text{ aparato} \quad Lq$$

Hay cero clientes en el sistema del (0 al 3), hay un cliente en el sistema del 3-6, 11-12, hay 2 clientes en el sistema del 6-7, 9-11, 12-15, 15-18, 19-21, 23-24, hay 3 clientes en el sistema del; 18-19, 21-23, 24-30., hay 4 clientes en el sistema del 30-30.

$$L = \frac{30\,(0) + 6\,(1) + 12(2) + 9(3) + 0(4)}{30} = 1.9$$

El tiempo que el cliente espera por servicio . El cliente #1 tarda 0 min esperando por servicio #2 del 6-7, #3 (9-12), #4 (12-15), #5 (15-19), #6 (18-23), #7 (21-27), #8 (24-30), #9 (27-30), #10 (30-30).

$$Wq = \frac{\#3\,(3) + \#4\,(3) + \#5\,(4) + \#6\,(5) + \#7\,(6) + \#8(6) + \#9\,(3) + \#10\,(0)}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

El tiempo total del cliente en el sistema:
#1(0-4), #2(6-11), #3 (9-15) , #4 (12-19), #5 (15-23), #6 (18-27), #7 (21-30), #8 (24-30), #9 (27-30), #9 (27-30), #10 (30-30).

$$Wq = \frac{\#1(4) + \#2(5) + \#3(6) + \#4(7) + \#5(8) + \#6(9) + \#7(9) + \#8(6) + \#9(3) + \#10(0)}{10} = 5.7$$

Ejemplo 2.-

Aun deposito central llaegan autobuses para su limpieza en grupos de 5 cada hora a la hora en punto. Se da servicio a los autobuses aleatoriamente y de uno en uno. Toma 11 minutos el dar servicio completo a cada autobus y estos abandonan el deposito en cuanto esten limpios. Determinese: a) El numero promedio de autobuses en el deposito (I); B) El autobus permanece en el deposito (W).

Este es un sistema D/D/1 que muestra que el tiempo de llegada y el tiempo de servicio es deterministico y tiene un solo servidor.

Se elabora una tabla donde muestra la historia del sistema durante un periodo de una hora, en los momentos de llegada y partida. Ya que el orden del servicio es aleatorio, la secuencia particular que se muestra es una de las diferentes posibles secuencias de atencion a los autobuses.

Reloj simulado	Clientes en servicio	linea de espera
0	#4	#3, #1, #2, #5
11	#1	#3, #2, #5
22	#5	#3, #2
33	#3	#2
44	#2	.....
55	.....	.....

a) Hay 5 clientes en la instalacion del momento 0 al 11, 4 clientes de 11 a 22, 3 clientes de 22 a 33, 2 clientes de 33 a 44 y 1 cliente de 44 a 55, y cada intervalo es de 11 minutos. Ademas no hay clientes en la instalacion del momento 55 a 60, o sea 5 minutos. Entonces, el promedio de clientes en la instalacion es :

$$\frac{5(11) + 4(11) + 3(11) + 2(11) + 1(11) + 0(5)}{60} = 2.75 \text{ autobuses}$$

b) El numero promedio de clientes en la linea de espera, es decir aquellos autobuses en espera pero que aun no estan en el servicio :

$$\frac{4(11) + 3(11) + 2(11) - 1(11) + 0(16)}{60} = 1.83 \text{ autobuses}$$

c) Un autobus, el #4 de la tabla, permanece en el sistema durante 11 minutos, ya que se le proporciona el servicio cuando llega. El segundo autobus, el #1 de la tabla, espera 11 minutos antes de recibir el servicio, asi que permanece en el sistema durante 22 minutos. De manera similar, los otros 3 autobuses pasan respectivamente 33, 44, y 55 minutos en el sistema. Por lo tanto, el tiempo promedio que un autobus permanece en el sistema es:

$$W = \frac{11 + 22 + 33 + 44 + 55}{5} = 33 \text{ minutos}$$

d) $$Wq = \frac{\#4(0) + \#3(11) + \#5(22) + \#3(33) + \#2(44)}{5} = 22 \text{ minutos}$$

"PROBLEMAS PROPUESTOS DE LINEAS DE ESPERA"