CAPILLA ALFONSINA
UANL

PROBLEMARIO DE ECUACIONES DIFERENCIALES

m

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

PROBLEMARIO
DE
ECUACIONES DIFERENCIALES

COORDINACION DE CIENCIAS BASICAS

En este curso de ecuaciones diferenciales aplicaremos los conceptos estudiados anteriormente en cálculo diferencial y cálculo integral.

En otras cosas, el curso consiste en integrar las ecuaciones diferenciales, por lo tanto, se les recomienda repasar todo lo referente a integración, para que les sea más sencillo al identificar el método de integración a utilizar para resolver las integreales de la ecuación diferencial.

Esta curso se puede dividir en tres partes principales:

1.- Introducción a las ecuaciones diferenciales.

2.- Métodos para la obtención de la solución general y particular de una ecuación diferencial de primer orden y grado.

3.- Obtención de la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden o mayor utilizando el operador D.

1.-INTRODUCCION A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.

a) Obtención del orden y grado de una ecuación diferencial.

DEFINICION DE ECUACION DIFERENCIAL.- Una ecuación diferencial es una ecuación que contiene diferenciales o derivadas. Una ecuación diferencial ordinaria es aquella ecuación que contiene diferneciales totales, derivadas totales o ambas, pero no hay derivadas parciales.

DEFINICION DE ORDEN DE UNA ECUACION DIFERENCIAL.- El orden de una ecuación diferencial es el orden de la derivada de mayor orden que interviene en ella.

EJEMPLOS:

1) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 7x^5 - 8$

SOLUCION : Es una ecuación de PRIMER ORDEN dado que tiene una primera derivada.

2) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 5 \text{ sen } 3x$

SOLUCION : Es una ecuación diferencial de SEGUNDO ORDEN porque aparece una segunda derivada.

3) $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^2 - 5\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 = 3x^2 + 7$

SOLUCION : Es una ecuación diferencial de CUARTO ORDEN porque la cuarta derivada es la de mayor orden de las que aparecen en la ecuación diferencial.

4) $\frac{d^2y}{dx^2} + 7x\left(\frac{dy}{dx}\right)^6 = x^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3$

SOLUCION : Es una ecuación diferencial de SEGUNDO ORDEN dada que la segunda derivada es la de mayor orden en la ecuación.

Definición de grado de una ecuación diferencial : El grado de una ecuación diferencial, es el exponente al que está elevada la derivada de mayor orden que hay en la ecuación diferencial

EJEMPLOS:

Determine el orden y el grado de las siguientes ecuaciones diferenciales.

1.- $$\sqrt{\frac{dy}{dx}} = 7x^2 + 1$$

SOLUCION.- Como la derivada se encuentra dentro de una raíz cuadrada, tendre- mos que eliminarla elevando al cuadrado ambos lados de la ecuación.

$$\sqrt{\frac{dy}{dx}} = 7x^2 + 1$$ Elevando al cuadrado.

$$\frac{dy}{dx} = \left(7x^2 + 1\right)^2$$ Primer orden y primer grado

2.- $$\sqrt{\frac{d^2y}{dx^2} + x} = \sqrt[3]{\frac{dy}{dx}}$$

SOLUCION.- Cuando las dos derivadas tienen radical, hay que elevar a la mínima potencia con la cual se eliminan los radicales, si los tipos de raíz son múlti- plos o submúltiplos uno de otro, entonces elevaremos ambos lados de la ecuación a la potencia con que se elimina el radical mayor, si no son múltiplos, entonces elevaremos ambos lados al producto de los números que denotan la raíz (si apareciera raíz cuadrada y raíz cúbica se elevarían a la sexta).

$$\sqrt{\frac{d^2y}{dx^2} + x} = \sqrt[3]{\frac{dy}{dx}}$$ Elevando a la sexta potencia

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} + x\right)^3 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$ Segundo orden y Tercer grado.

3.- $$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{1/3} = k\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{5/2}$$

SOLUCION.- Eliminaremos las potencias fraccionarias (raices) elevando a la sexta en ambos lados.

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{1/3} = k\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{5/2}$$ Elevando a la sexta potencia

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{2} = k^6\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{15}$$ Segundo orden y Segundo grado.

4) $$\left(\frac{dy}{dx} + 5y\right)^{1/4} = \sqrt{\frac{d^2y}{d\,x^2}}$$

SOLUCION :Como los tipos de raíces son múltiplos (4 de 2) elevaremos ambos lados al múltiplo, es decir a la 4a.

$$\left(\frac{dy}{dx} + 5y\right)^{1/4} = \sqrt{\frac{d^2y}{d\,x^2}}$$ Elevando a la 4a

$$\frac{dy}{dx} + 5y = \left(\frac{d^2y}{d\,x^2}\right)^2$$ Segundo Orden y Segundo Grado

5) $(y'')^5 + 3(y')^7 = 5x^2 - 9$ Segundo orden y Quinto grado

SOLUCION: Como

$$y'' = \frac{d^2y}{d\,x^2} \;; \qquad y' = \frac{dy}{dx}$$

Entonces la ecuación es de segundo orden y quinto grado.