

PROBLEMAS PROPUESTOS SOBRE OBTENCION DE LA ECUACION DIFERENCIAL A PARTIR DE LA SOLUCION GENERAL

Obtenga la ecuación diferencial de las siguientes soluciones:

1) $y = 7x^2 + 8x + c$ 2) $y = c_1 x^2 + c_2$ 3) $y = c_1 \operatorname{sen} \theta x + c_2 \operatorname{cos} \theta x$

4) $y = \tan(3x + c)$ 5) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-5x}$ 6) $y = x \tan(x+c)$

7) $y = c_1 \operatorname{senh}(x) + c_2 \operatorname{cosh}(x)$ 8) $\frac{x^2}{c_1^2} = 1 - \frac{y^2}{c_2^2}$ 9) $y = x \operatorname{sen}(x+c)$

10) $(x - c_1)^2 + y^2 = c_2^2$ 11) Todas las líneas rectas

12) Todas las circunferencias de radio = 1 y centro en el eje x

SOLUCIONES:

1) $\frac{dy}{dx} = 14x + 8$;

2) $x \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \frac{dy}{dx}$;

3) $\frac{d^2y}{dx^2} + 64y = 0$;

4) $\frac{dy}{dx} = 3(1 + y^2)$;

5) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left(\frac{dy}{dx} \right) - 15y = 0$;

6) $x \left(\frac{dy}{dx} \right) + y = x^2 + y^2$;

7) $\frac{d^2y}{dx^2} = y$;

8) $x \left[y \frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] = y \left(\frac{dy}{dx} \right)$;

9) $x^2 (y')^2 - 2xyy' + (1 + x^2)y^2 = x^4$;

10) $y (y'') + (y')^2 + 1 = 0$;

11) $y'' = 0$;

12) $y^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] = 1$;

METODO PARA LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL DE LA ECUACION DIFERENCIAL

Como habíamos comentado anteriormente, la solución general de una ecuación diferencial es el resultado de integrar los términos de una ecuación diferencial.

Recordemos que para poder integrar debemos tener variables iguales a la variable del diferencial, al presentarse las ecuaciones diferenciales no siempre se cumple esta condición, es entonces cuando aplicaremos los "METODOS PARA LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL" con los cuales transformaremos la ecuación de tal forma que todos los términos contengan variables iguales a la variable del diferencial con lo cual ya podremos integrar. Antes de empezar con nuestro primer método veremos algunas reglas o identidades que utilizaremos en la mayoría de los métodos.

CONCEPTOS A UTILIZARSE EN LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL

1.- Procuraremos colocar la ecuación diferencial igualada a cero cuando ya vayamos a integrar, en donde haremos la \int igual a la constante de integración

2.- Como la constante de integración es un valor arbitrario aplicaremos las siguientes propiedades:

a) La constante de integración multiplicada por cualquier constante (IR) será igual a la constante de integración. Ejemplos:

$(c)(3) = c$; $(c)(-7) = c$; $c(1/2) = c$; $c(-3/4) = c$

b) La constante de integración sumada o restada a cualquier constante (IR) será igual a la constante de integración. Ejemplos:

$c+4 = c$; $c-7 = c$; $c+3/5 = c$; $c-2/7 = c$; $c+14/3 = c$.

c) La constante de integración es igual a sí misma, también cuando aparezca $e^c = c$; $\ln(c) = c$; $c = \ln(c)$.

d) Se utilizarán las siguientes identidades y propiedades:

$e^{\ln(u)} = u$; $\ln(e^u) = u$; $e^{a+b} = e^a e^b$; $e^{-b} = e^a / e^b$

$\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$; $\ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$; $(c)\ln(u) = \ln(u)^c$;

$\ln(a) + \ln(b) - \ln(c) - \ln(d) = \ln(ab/cd)$.

e) Ya que integramos, si aparecen como resultado logaritmos naturales en la mayoría de los términos, aplicaremos sus propiedades para después exponenciar ambos lados de la solución para simplificar más - nuestra solución general.

OBJETIVO DE LOS "METODOS PARA LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL"

El objetivo será llegar a una ecuación diferencial en la que todos los términos se puedan integrar, es decir, tengan variables iguales a la variable de su diferencial.

SOLUCION PARTICULAR

En ocasiones se nos darán valores para variables de la ecuación diferencial, esto quiere decir que se nos pide la solución particular de la ecuación diferencial.

Para encontrar la solución particular: Esta es igual a la solución general solo que en lugar que aparezca la constante de integración, sustituiremos ésta por su valor.

El valor de la constante de integración se encuentra sustituyendo los valores de las variables en la solución general y de ahí despejamos el valor de la constante de integración.

METODO DE SEPARACION DE VARIABLES

Este método se puede aplicar cuando en los factores que forman el coeficiente de cada diferencial, sólo aparece un tipo de variable en cada factor, es decir, que sólo tenga x o sólo y.

$$\text{Ejemplo: } [f(x)g(y)]dx + [h(x)k(y)]dy = 0$$

Una vez que identificamos que se pueden separar las variables, multiplicamos toda la ecuación por un factor, que será igual al inverso del producto de los factores que no permiten que se integren los términos.

$$\text{En nuestro ejemplo el factor es: } \frac{1}{g(y)h(x)}$$

Y tendremos:

$$\{[f(x)g(y)]dx + [h(x)k(y)]dy = 0\} \frac{1}{g(y)h(x)}$$

$$\frac{f(x)}{h(x)}dx + \frac{k(y)}{g(y)}dy = 0$$

Y ahora sí se pueden integrar todos los términos.

El resultado de dichas integrales será la solución general de nuestra ecuación. Procuremos que en la solución general no aparezcan fracciones, variables elevadas a potencias negativas y recordemos que si aparecen logaritmos naturales aplicaremos sus propiedades para después exponenciar.

PROBLEMAS RESUELTOS POR SEPARACION DE VARIABLES

Encuentre la solución de los siguientes ejercicios:

$$1) 2x(1+y^2)dx - y(1+2x^2)dy = 0$$

SOLUCION:

a) Identificación: Checando los factores $2x$; $(1+y^2)$; y y $1+2x^2$ vemos que en cada uno de ellos sólo aparece un tipo de variable por lo tanto si se puede resolver por separación de variables.

b) Obtención del FACTOR: Observando los factores del dx, vemos que el factor $(1+y^2)$ no se puede integrar dado que tiene y, a si mismo los factores del dy vemos que $(1+2x^2)$ está en función de x por lo tanto no se puede integrar, entonces el FACTOR será el inverso del producto de esos factores.

$$\text{FACTOR} = \left[\frac{1}{(1+y^2)(1+2x^2)} \right]$$

c) Producto y obtención de la solución: Como ya tenemos el factor entonces lo multiplicamos por la ecuación.

$$\left[2x(1+y^2)dx - y(1+2x^2)dy = 0 \right] \left[\frac{1}{(1+y^2)(1+2x^2)} \right]$$

$$\frac{2xdx}{1+2x^2} - \frac{ydy}{1+y^2} = 0$$

Como son variables iguales a la del diferencial, integramos

$$\int \frac{2xdx}{1+2x^2} - \int \frac{ydy}{1+y^2} = \int 0 \quad (1)$$

d) Solución de integrales:

$$\int \frac{2xdx}{1+2x^2} \approx \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c; u = 1+2x^2; du = 4xdx$$

Es completa multiplicando por 2

$$\int \frac{ydy}{1+y^2} \approx \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c; u = 1+y^2; du = 2ydy$$

e) Obtención de la solución general: de (1)

$$1/2 \int \frac{(2)2xdx}{1+2x^2} - 1/2 \int \frac{(2)ydy}{1+y^2} = \int 0$$

integrando

$$\frac{1}{2} \ln|1+2x^2| - \frac{1}{2} \ln|1+y^2| = c$$

multiplicando por 2 y aplicando $\ln a - \ln b = \ln(a/b)$

SOLUCION PARTICULAR

$$\ln \frac{1+2x^2}{1+y^2} = c$$

exponenciando

$$e^{\ln \frac{1+2x^2}{1+y^2}} = e^c$$

aplicando $e^{\ln u} = u; e^c = c$

$$\frac{1+2x^2}{1+y^2} = c$$

despejando $1+2x^2 = c(1+y^2)$ **ESTA ES LA SOLUCION GENERAL**

2) $dr = r(\operatorname{ctg} \theta) d\theta$

SOLUCION:

a) Identificación: checando los factores r y $\operatorname{ctg} \theta$ vemos que solo tienen un tipo de variable por lo tanto sí es de separación de variable.

b) Obtención del factor:

FACTOR = $[1/r]$ Dado que la r es la que no se puede integrar con el $d\theta$

c) Producto y reducción:

$$[dr = r(\operatorname{ctg} \theta) d\theta][1/r]$$

$$dr/r = \operatorname{ctg} \theta d\theta \quad \text{Igualando a cero ; } dr/r - \operatorname{ctg} \theta d\theta = 0 \quad \text{Ya podemos integrar.}$$

$$\int dr/r - \int \operatorname{ctg} \theta d\theta = \int 0 \quad (1)$$

d) Solución de integrales:

$$\int dr/r = \int du/u = \ln(u) + c;$$

$$\int \operatorname{ctg} \theta d\theta = \int \operatorname{ctg} u du = \ln|\operatorname{sen} \theta| + c;$$

e) Obtención de la solución general: De (1)

$$\int dr/r - \int \operatorname{ctg} \theta d\theta = \int 0; \ln|r| - \ln|\operatorname{sen} \theta| = c$$

Aplicando: $\ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$

Aplicando: $e^{\ln u} = u; e^0 = c$

$$|r/\operatorname{sen} \theta| = c \quad (\text{exponenciando}); e^{\ln(r/\operatorname{sen} \theta)} = e^0$$

Aplicando: $e^{\ln u} = u; e^0 = c$

$$r/\operatorname{sen} \theta = c. \quad (\text{Despejando}); \quad \underline{r = c \operatorname{sen} \theta} \quad \text{Es la solución general}$$

5) $2y dx + x^2 dy = -dx; y = 7/2$ cuando $x = 1/\ln 2$

3) $4dy + ydx = x^2 dy$

SOLUCION: como nos dan $y = \frac{7}{2}; x = \frac{1}{\ln 2}$, nos piden solución particular

a) IDENTIFICACION: agrupando en base a los diferenciales $(4 - x^2)dy + y dx = 0$ como los factores sólo tienen un tipo de variable, si es de separación de variables.

b) OBTENCION DEL FACTOR:

factor = $\frac{1}{(4 - x^2)y}$

c) PRODUCTO:

$$[(4 - x^2)dy + y dx = 0][1/(4 - x^2)y] \quad \text{Multiplicando}$$

$$dy/y + dx/(4 - x^2) = 0 \quad \text{Ya podemos integrar.}$$

$$\int dy/y + \int dx/(4 - x^2) = \int 0 \quad (1)$$

d) SOLUCION DE INTEGRALES:

$$\int dy/y = \int du/u = \ln|u| + c;$$

$$\int dx/(4 - x^2) = \int du/a^2 - u^2 = 1/(2a) \ln|(a+u)/(a-u)| + c$$

$u^2 = x^2; u=x; du=dx; a^2 = 4; a = 2$

e) OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL: de (1)

$$\int dy/y + \int dx/(4 - x^2) = \int 0$$

$$\ln|y| + [1/2(2)] \ln|(2+x)/(2-x)| = c \quad \text{multiplicando por 4}$$

$$4 \ln|y| + \ln|(2+x)/(2-x)| = c \quad \text{aplicando } c \ln(u) = \ln(u)^c; \ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$$

$$\ln[y^4(2+x)/(2-x)] = c \quad \text{exponenciando} \quad = \ln(ab)$$

$$e^{\ln[y^4(2+x)/(2-x)]} = e^c \quad \text{aplicando } e^{\ln(u)} = u; e^c = c$$

$$y^4(2+x) = c(2-x) \quad \text{SOLUCION GENERAL}$$

4) $d\theta/dr = 15 - 16\theta$

SOLUCION:

a) Identificación: Pasaremos la ecuación diferencial en base a diferenciales multiplicando por el dr y queda la ecuación.

$d\theta = (15 - 16\theta)dr$; vemos que sí es de separación de variables

b) Obtención del factor:

FACTOR = $\left[\frac{1}{15 - 16\theta} \right]$

c) Producto:

$$[d\theta = (15 - 16\theta)dr] \left[\frac{1}{15 - 16\theta} \right] \text{ Multiplicando e igualando a cero.}$$

$$\frac{d\theta}{15 - 16\theta} - dr = 0 \quad \text{integramos}$$

$$\int \frac{d\theta}{15 - 16\theta} - \int dr = \int 0 \quad (1)$$

d) Solución de integrales:

$$\int \frac{d\theta}{15 - 16\theta} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$u = 15 - 16\theta$; $du = -16\theta$ completamos. Multiplicando y dividiendo por (-16)

$$\int dr = \int dx = x + c; \text{ completa.}$$

e) Obtención de la solución general: de (1)

$$-\frac{1}{16} \int \frac{(-16)d\theta}{15 - 16\theta} - \int dr = \int 0 \quad \text{Integrando.}$$

$$-\frac{1}{16} \ln|15 - 16\theta| - r = c \quad \text{Multiplicando por } (-16) \text{ y despejando}$$

$$\ln(15 - 16\theta) = c - 16r \quad \text{Exponenciando.}$$

$$e^{\ln(15 - 16\theta)} = e^{c - 16r} \quad \text{Aplicando } e^{\ln(u)} = u; e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}; e^0 = c$$

$$15 - 16\theta = \frac{c}{e^{16r}} \quad \text{Despejando } c$$

$$\boxed{(15 - 16\theta) e^{16r} = c} \quad \text{SOLUCION GENERAL.}$$

$$5) 2y dx + x^2 dy = - dx; y = 7/2 \text{ cuando } x = 1/\ln 2$$

SOLUCION:

a) Identificación: como nos dan $y = \frac{7}{2}$; $x = \frac{1}{\ln(2)}$; nos piden solución particular.

Agrupando en base a los diferenciales

$$(2y + 1)dx + x^2 dy = 0$$

b) Obtención del factor: FACTOR = $\left[\frac{1}{(2y+1)x^2} \right]$

c) Producto:

$$[(2y + 1)dx + x^2 dy = 0] \left[\frac{1}{(2y+1)x^2} \right] \text{ Multiplicando y aplicando } \frac{dx}{x^2} = x^{-2} dx$$

$$x^{-2} dx + \frac{dy}{2y+1} = 0 \quad \text{Integramos; } \int x^{-2} dx + \int \frac{dy}{2y+1} = \int 0 \quad (1)$$

d) Solución de integrales:

$$\int x^{-2} dx \approx \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C;$$

$$\int \frac{dy}{2y+1} \approx \int \frac{du}{u} = \ln|u| + C; u = 2y + 1; du = 2dy; \text{ Completamos y multiplicando por 2}$$

e) Obtención de la solución general: De (1)

$$\int x^{-2} dx + \frac{1}{2} \int \frac{2 dy}{2y+1} = \int 0$$

$$-x^{-1} + \frac{1}{2} \ln|2y+1| = C; \text{ Multiplicando por 2 y despejando } \ln.$$

$$\ln(2y+1) = c + 2x^{-1}; \text{ Exponenciando}$$

$$e^{\ln(2y+1)} = e^{c+2x^{-1}}; \text{ aplicando } e^{\ln(u)} = u; e^{a+b} = e^a e^b; e^0 = C;$$

$$2y+1 = ce^{2/x}; \text{ SOLUCION GENERAL}$$

f) Obtención de la solución particular:

$$\text{Sustituyendo } y = \frac{7}{2}; x = \frac{1}{\ln 2} \text{ en la solución general}$$

$$2y+1 = ce^{2/x}; \text{ Sustituyendo los valores de } x \text{ y } y$$

$$2\left(\frac{7}{2}\right) + 1 = ce^{2 \ln 2}; \text{ Aplicando } c \ln u, \ln u^c, e^{\ln u} = u$$

$$8 = c(4); c = 2; \text{ Sustituyendo } c \text{ en la solución general;}$$

$$\boxed{2y+1 = 2e^{2/x}} \quad \text{SOLUCION PARTICULAR}$$

6) $x^3 dy + xy dx = x^2 dy + 2y dx$; $y = e$ cuando $x = 2$

SOLUCION:

a) Identificación: (nos piden la solución particular). Agrupando en base a los diferenciales y factorizando $x^2(x-1)dy + y(x-2)dx = 0$. Si es de separación de variable.

b) Obtención del factor. **FACTOR** = $\left[\frac{1}{x^2(x-1)(y)} \right]$

c) Producto de (1) por el factor:

$$\left[x^2(x-1)dy + y(x-2)dx = 0 \right] \left[\frac{1}{x^2(x-1)(y)} \right]$$

$$\frac{dy}{y} + \frac{(x-2) dx}{x(x-1)} = 0; \text{ integramos}$$

$$\int \frac{dy}{y} + \int \frac{(x-2) dx}{x^2(x-1)} = \int 0; \quad (1)$$

d) Solución de integrales:

$$\int \frac{dy}{y} \approx \int \frac{du}{u} \text{ Lnl|u|+c; completa}$$

$$\int \frac{(x-2)dx}{x^2(x-1)} \text{ fracciones parciales}$$

$$\frac{x-2}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1} \quad (\text{a}) \text{ Multiplicar por } x^2(x-1)$$

$$x-2 = Ax(x-1) + B(x-1) + cx^2 \quad (2) \text{ Dando valores a } x.$$

para $x=0$ en (2)

$$0-2 = A(0)(0-1) + B(0-1) + c(0)^2$$

$$-2 = -B; \text{ por lo tanto } B = 2$$

para $x=1$; en (2)

$$1-2 = A(1-1) + B(1)(1-1) + C(1)^2$$

$$-1 = C$$

Si realizamos los productos en (2) aparecería A y C multiplicando a x^2 y aplicando la identidad con el coeficiente de x^2 del otro lado de la ecuación, tendríamos:

$$A+C=0; \text{ sustituyendo } C=-1; A-1=0; A=1; \text{ sustituyendo } A; B; C \text{ en (a)}$$

$$\frac{x-2}{x(x-1)} = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \quad \text{Integrando en ambos lados}$$

$$\int \frac{(x-2)dx}{x^2(x-1)} = 2 \int x^{-2} dx + \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x-1} \quad (3)$$

e) Obtención de la solución general: de (1)

$$\int \frac{dy}{y} + \int \frac{(x-2)dx}{x^2(x-1)} = \int 0 \quad \text{sustituyendo en (3)}$$

$$\int \frac{dy}{y} + 2 \int x^{-2} dx + \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x-1} = \int 0$$

$$\text{Ln}(y) - 2x^{-1} + \text{Ln}(x) - \text{Ln}(x-1) = c; \text{ Aplicando } \text{Ln}a + \text{Ln}b - \text{Ln}c = \text{Ln}(ab/c) \text{ y despejando.}$$

$$\text{Ln} \left[\frac{yx}{x-1} \right] = c + 2x^{-1} \quad \text{Exponenciando}$$

$$e^{\text{Ln} \left[\frac{yx}{x-1} \right]} = e^{c+2x^{-1}} \quad \text{Aplicando } e^{\text{Ln}u} = u; e^{a+b} = e^a e^b; e^c = c$$

$$\frac{yx}{x-1} = ce^{2x^{-1}} \quad \text{Despejando } yx$$

$$yx = ce^{2/x} (x-1) \quad \text{Solución general}$$

f) Obtención de la solución particular:

Sustituyendo $y=e$; $x=2$ en la solución general

$$yx = ce^{2/x} (x-1) \quad \text{sustituyendo } y \text{ y } x$$

$$(e)(2) = ce^{2/2} (2-1) \quad \text{Como } e^{2/2} = e \text{ y despejando } c$$

$$c = 2 \quad \text{sustituyendo este valor en la solución general}$$

$$\boxed{yx = 2e^{2/x} (x-1)} \quad \text{SOLUCION PARTICULAR}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS PARA RESOLVER POR SEPARACION DE VARIABLES

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales

1) $5x^4 dx + 20 y^{19} dy = 0$

2) $2 \operatorname{sen}(2x) dx + 3e^{3y} dy = 2x dx$

3) $\frac{dr}{ds} = r$

4) $dx + dy + xdy = ydx$

5) $x \operatorname{sen}(y) dx + (x^2 + 1) \cos(y) dy = 0$

6) $(xy + 2x + y + 2) dx + (x^2 + 2x + 3) dy = 0$

7) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y^4+1}$

8) $xy^4 dx + (y^2 + 2) e^{-3x} dy = 0$

9) $x \operatorname{sen}(x) e^{-y} dx - y dy = 0$

10) $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$

11) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 6}$

12) $\frac{dy}{dx} = \operatorname{sen} x (\cos 2y - \cos^2 y)$

13) $(x+1) dy + (y-1) dx = 0$; $y = 3$ cuando $x = 0$

14) $x^3 dy + xy dx = x^2 dy + 2y dx$; $y = e$ cuando $x = 2$

SOLUCIONES

1) $x^5 + y^{20} = c$ 2) $e^{3y} = c + x^2 + \cos(2x)$ 3) $r = ce^s$ 4) $x+1 = c(1-y)$

5) $(x^2+1) \operatorname{sen}^2 y = c$ 6) $(x^2+2x+3)(y+2)^2 = c$ 7) $5x(x+2) = c + 2y(y^4+5)$

8) $y^3 e^{3x}(3x-1) = 9y^2 + 6 + cy^2$ 9) $e^y + \operatorname{sen} x = ye^y + x \cos(x) + c$

10) $2e^{3x} + 3e^{-2y} = c$

11) $(y+3)^5 e^x = ce^y(x+4)^5$

12) $\cos(x) + c \operatorname{tg}(y) = c$

13) $(y-1)(x+1) = 2$

14) $xy = 2(x-1)e^{2x}$

ECUACIONES DIFERENCIALES HOMOGENEAS

Primeramente estudiaremos la forma en que podemos identificar si una ecuación diferencial es homogénea o no homogénea.

Supongamos que se nos pide determinar si la ecuación.

$(3x^2 - 5xy + \frac{x^3}{y}) dx + (5\sqrt{y^3x} - 3x^2 + \frac{5y^4}{x^2}) dy = 0$ es homogénea o no.

METODO: Para saber si es homogénea vamos a hacer que en la ecuación solo aparezca un tipo de variable esto es, vamos a llamar t a cualquier variable en la ecuación.

Analizaremos término a término toda la ecuación (los signos de $+$ ó $-$ son los que separan un término de otro). Una ecuación será homogénea cuando todos y cada uno de los términos tengan la variable t elevada a la misma potencia, si al menos un término no tiene t elevada a la misma potencia entonces la ecuación no es homogénea. Las constantes no se cambian por t . Los diferenciales no intervienen para determinar si es homogénea o no. Las constantes pueden cambiar por t .

Checando el ejemplo tenemos como términos.

$3x^2$; $5xy$; $\frac{x^3}{y}$; $5\sqrt{y^3x}$; $3x^2$; $\frac{5y^4}{x^2}$ sustituyendo x como y por t

t^2 ; $(t)(t) = t^2$; $\frac{t^3}{t} = t^2$; $\sqrt{t^3t} = t^2$; t^2 ; $\frac{t^4}{t^2} = t^2$ si observamos

todos los términos tienen t^2 por lo tanto si es homogénea.

NOTA:

1) Para homogéneas solamente, si aparece $\sqrt{(x^2+y^2)}$ como término este sería t es decir, se analizaría como la raíz de cada uno. Solo se aplica esto para -- checar si es homogénea, ya que se checó la ecuación se trabajará con $\sqrt{(x^2+y^2)}$

$\sqrt{(x^2+y^2)} = \sqrt{(t^2x^2+t^2y^2)} = t\sqrt{(x^2+y^2)} = t$ de homogénea.

2) En caso de que aparezcan términos de funciones como: $e^{x/y}$; $\operatorname{sen}(x/y)$; $\cos(y/x)$, etc. estos no representarán ninguna t ya que variable sobre variable sería igual a 1 con lo cual quedaría el término como constante a la cual no le corresponde t $e^{x/y} = e^{t/t} = e^1 = cte$; $\operatorname{sen}(x/y)$