e) Solución de integrales:

$\int dr = r + c$;

$\int \frac{z\,dz}{6-z}$; como es una fracción impropia, dividiremos:

$$\begin{array}{r} -1 \\ -z+6\;\big)\;\cancel{z} \qquad \\ \underline{-\cancel{z}+6} \\ +6 \end{array}$$

$$\frac{z}{6-z} = -1 + \frac{6}{6-z}$$ Integrando en ambos lados

$$\int \frac{z\,dz}{6-z} = -\int dz + 6\int \frac{dz}{6-z} \qquad (3)$$

f) Obtención de la solución general: de (4)

$\int dr + \int \frac{z\,dz}{6-z} = \int 0$ Sustituyendo (3) ; $\int dr - \int dz + 6(-1)\int \frac{(-1)dz}{6-z} = \int 0$

$r - z - 6\ln(6-z) = c$; Sustituyendo $z=(2r+w)$;

$r - (2r+w) - \ln(6-2r-w)^6 = c$ Reduciendo y multiplicando por -1

$r + w + \ln(6-2r-w)^6 = c$ Sustituyendo $r=x^2$; $w=y^2$

$x^2 + y^2 + \ln(6-2x^2-y^2)^6 = c$ Solución general

PROBLEMAS PROPUESTOS PARA RESOLVERSE POR SIMPLE SUSTITUCION

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales.

(1) $(x+2y+3)dx + (2x+4y-1)dy=0$

(2) $(x+y-3)dx + (x+y+4)dy=0$

(3) $(2x-3y+2)dx + 3(4x-6y-1)dy=0$

(4) $(2x+y)dx - (4x+2y-1)dy=0$

(5) $(x-2y+5)dx - [2(x-2y)+9]dy=0$

(6) $2dx + (2x+3y)dy=0$

(7) $(x+y)dx + (x+y-2)=0$

(8) $(3x-y+4)dx + dy=0$

(9) $(2x+3y-1)dx = (5-2x-3y)dy$

(10) $(x^2+y^2+4)ydy + (x^2+y^2-3)xdx=0$

(11) $(12x^2-18y^2-3)ydy + (2x^2-3y^2+2)xdx=0$

SOLUCIONES

(1) $x^2+4xy+4y^2+6x=c+2y$

(2) $x^2+2xy+y^2+8y=c+6x$

(3) $x+6y+\ln(2x-3y)=c$

(4) $5x-10y+\ln(10x+5y-2)=c$

(5) $(x-2y)^2+10(x-2y)+2y=c$

(6) $(2x+3y-3)e^y=c$

(7) $(x+y)^2=4y+c$

(8) $3x+7=y+ce^x$

(9) $x+y+c=4\ln(2x+3y+7)$

(10) $x^4+2x^2y^2+y^4+8y^2=c+6x^2$

(11) $x^2+6y^2+\ln(2x^2-3y^2)=c$

ECUACIONES DE LA FORMA

$(ax+by\ c)dx+(fx+gy+h)dy=0 \quad ó \quad (ax^2+by^2+c)xdx+(fx^2+gy^2+h)ydy=0$

EN LA QUE LOS COEFICIENTES REPRESENTAN RECTAS NO PARALELAS

METODO PARA LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL:

1.- Identificaremos que la ecuación es de este método y no el anterior cuando las pendientes sean diferentes.

2.- Sustituiremos $x=x'+h$; $y=y'+k$; $dx=dx'$; $dy=dy'$

3.- Tomaremos los términos de h ; k y la constante que aparezcan en el coeficiente de cada diferencial y los igualaremos a cero, con lo cual tendremos 2 ecuaciones que contengan h y k. A partir de estas ecuaciones encontraremos los valores de h y k.

4.- Sutituiremos los valores de h y k en la ecuación del paso 2 con lo cual solo nos deben quedar las variables primas en cada coeficiente de cada diferencial.

5.- Esta ecuación (paso 4) se resolverá por homogéneas.

6.- Obtenida la solución sustituiremos primero v la cual la utilizamos en la homogénea y después sustituiremos x y y despejándolas de las ecuaciones con que iniciamos el método, es decir, de $x=x'+h$ despejando x', tenemos $\underline{x'=x-h}$; de $y=y'+k$ despejando y', tenemos $\underline{y'=y-k}$.

PROBLEMAS RESUELTOS

I) Determine la solución general de las siguientes ecuaciones.

1) $(2x+3y-1)dx-4(x+1)dy=0$

SOLUCION:

a) Identificación:

Del coeficiente de dx $A=2; B=3; m=-2/3$

Del coeficiente de dy $A=1; B=0; m=-1/0$ (Indefinido)

Como las pendientes son diferentes entonces la ecuación diferencial sí tiene la forma.

b) Sustituciones:

$x=x'+h$; $y=y'+k$

$dx=dx'$; $dy=dy'$ sustituyendo

$(2x+3y-1)dx-4(x+1)dy=0$ sustituyendo x, y, dx, dy

$(2x'+2h+3y'+3k-1)dx'-4(x'+h+1)dy'=0$ tomando h, k y la constante.

Del dx $2h+3k-1=0$ (1)

Del dy $h+1=0;\ h=-1$ sustituyendo h en (1)

$2(-1)+3k-1=0;\ k=1.$ sustituyendo h y k en (1)

$[2x'+2(-1)+3y'+3(1)-1]dx'-4(x'-1+1)dy'=0$ reduciendo

$(2x'+3y')dx'-4x'dy'=0$ (1)

c) Resolviendo por homogéneas:

Como el dy tiene el coeficiente más sencillo entonces sustituiremos la y.

$y'=vx'$; $dy'=vdx'+x'dv$ sustituyendo y y dy en (1)

$(2x'+3vx')dx'-4x'(vdx'+x'dv)=0$ multiplicando

$2x'dx'+3vx'dx'-4x'vdx'-4x'^2dv=0$ agrupando

$(2-v)x'dx'-4x'^2dv=0$ (2)

d) Resolviendo por separación de variables:

$\text{FACTOR}=\left[\dfrac{1}{(2-v)\,x'^2}\right]$ multiplicando (2) por este factor

$\left[(2-v)x'dx'-4x'^2dv=0\right]\left[\dfrac{1}{(2-v)\,x'^2}\right]$

$\dfrac{dx'}{x'}-\dfrac{4\,dv}{2-v}=0$ integramos

$\displaystyle\int\frac{dx'}{x'}-4\int\frac{dv}{2-v}=\int 0$ multiplicando y dividiendo por -1 completamos la segunda integral

$\displaystyle\int\frac{dx'}{x'}-4(-1)\int\frac{(-1)dv}{2-v}=\int 0$ integrando

$\ln|x'|+4\ln|2-v|=C$ exponenciando

$e^{\ln[x'(2-v)^4]}=e^{c}$ aplicando $e^{\ln(u)}=u$; $e^{c}=C$

$x'(2-v)^4 = C$ sustituyendo $v = y'/x'$

$x'(2-y'/x')^4 = C$ simplificando

$x'\left[\dfrac{(2x'-y')^4}{x'^4}\right] = C$ multiplicando por x'^3

$(2x'-y')^4 = cx'^3$ sustituyendo $x' = x-h$; $x'= x+1$; $y' = y-k$; $y'= y-1$

$(2x+2-y+1)^4 = C(x+1)^3$ reduciendo

$* \ (2x-y+3)^4 = C(x+1)^3$ $\boxed{\text{SOLUCION GENERAL}}$

2) $(x^2-2y^2+4)x\,dx + (2x^2-y^2+2)y\,dy = 0$; $y=0$ cuando $x=2$

SOLUCION: nos piden solución particular

a) Transformación:

Como tiene la segunda forma;

$r = x^2$; $dr = 2x\,dx$; $w = y^2$; $dw = 2y\,dy$; $dw/2 = y\,dy$; $dr/2 = x\,dx$.

Sustituyendo estas relaciones en 2)

$(r-2w+4)dr/2 + (2r-w+2)dw/2 = 0$ multiplicando por 2

① $(r-2w+4)dr + (2r-w+2)dw = 0$ checando la forma:

De dr $A=1$; $B=-2$; $m=-1/-2 = 1/2$

De dw $A=2$; $B=-1$; $m=-2/-1 = 2$

Como las pendientes son diferentes entonces si es ecuación de la forma.

b) Sustituciones: como no son x y y se pueden poner h y k en cualquier sustitución

$r = r'+h$; $w = w'+k$

$dr = dr'$; $dw = dw'$. sustituyendo en ①

② $(r'+h-2w'-2k+4)dr' + (2r'+2h-w'-k+2)dw' = 0$. Tomando h, k y la constante la sustitución

a) $h-2k+4 = 0$ Multiplicando a) por (-2)

b) $2h- k+2 = 0$ sumando b) y c)

c) $-2h+4k-8 = 0$

$3k-6 = 0$; $k=2$ sustituyendo en a) $h-(2)2+4 = 0$; $\underline{h=0}$

Sustituyendo h y k en ②

$[r'+0-2w'-2(2)+4]dr' + [2r'+2(0)-w'-2+2]dw' = 0$

$(r'-2w')dr' + (2r'-w')dw' = 0$ ③

c) Resolviendo por homogéneas:

Como los dos diferenciales están igual de complicados , o sea , los dos tienen dos términos, podemos sustituir cualquier variable arbitrariamente:

$w' = vr'$; $dw' = vdr'+ r'dv$. sustituyendo w' y dw' en ③

$(r'- 2vr')dr'+ (2r'- vr')(vdr'+ r'dv) = 0$ multiplicando.

$r'dr'=\cancel{2vr'dr'}+\cancel{2vr'dr'}+2r'^2dv - v^2r'dr'-vr'^2dv = 0$ agrupando

$(1-v^2)r'dr'+(2-v)r'^2dv = 0$ ④

d) Resolviendo por separación de variables:

$$\text{FACTOR} = \left[\frac{1}{(1-v)\,r'^2}\right]$$

Multiplicando ④ por este factor

$$\left[(1-v^2)r'dr'+(2-v)r'^2dv = 0\right]\left[\frac{1}{(1-v)\,r'^2}\right]$$

$\dfrac{dr'}{r'} + \dfrac{(2-v)dv}{1-v^2} = 0$ separando la segunda integral

$\dfrac{dr'}{r'} + \dfrac{2dv}{1-v^2} - \dfrac{v\,dv}{1-v^2} = 0$ integramos

$\displaystyle\int\frac{dr'}{r'} + 2\int\frac{dv}{1-v^2} - \int\frac{v\,dv}{1-v^2} = \int 0$ ⑤

e) Solución de integrales:

$\displaystyle\int\frac{dr'}{r'} = \ln|r'| + C$

$\displaystyle\int\frac{dv}{1-v^2} \approx \int\frac{du}{1-u^2} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right) + c$; $v^2= u^2$; $v=u$; $dv=du$

$\displaystyle\int\frac{vdv}{1-v^2} \approx \int\frac{du}{u} = \ln|u| + c$ $u=1- v^2$; $du= - 2vdv$ completamos multiplicando y dividiendo por (-2)

f) Obtención de la solución general: de ⑤

$\displaystyle\int\frac{dr'}{r'} + 2\int\frac{dv}{1-v^2} - \frac{1}{(-2)}\int\frac{(-2)\,vdv}{1-v^2} = \int 0$ integrando

$\ln|r'| + 2(1/2)\ln\left(\frac{1+v}{1-v}\right) + 1/2\ln(1-v^2) = C$ Multiplicado por 2 y aplicando $C \ln u = \ln u^c$

$\ln(r')^2 + \ln\left(\frac{1+v}{1-v}\right)^2 + \ln(1-v^2) = C$ Aplicando $\ln a + \ln b + \ln c = \ln(abc)$

$\ln\left[\frac{r'^2(1+v)^2(1-v^2)}{(1-v)^2}\right] = C$ Exponenciando

$e^{\ln\left[\frac{r'^2(1+v)^2(1-v^2)}{(1-v)^2}\right]} = e^c$ Aplicando $e^{\ln u} = u$; $e^c = c$ y $(1-v^2) = (1-v)(1+v)$

$\frac{r'^2(1+v)^2\cancel{(1-v)}(1+v)}{\cancel{(1-v)^2}} = C$ Reduciendo

$r'^2(1+v)^3 = c(1-v)$ Sustituyendo $v = w'/r'$

$r'^2(1+w'/r')^3 = c(1-w'/r')$ Reduciendo

$r'^2\left(\frac{r'+w'}{r'}\right)^3 = c\left(\frac{r'-w'}{r'}\right)$ Multiplicando por r'

$(r'+w')^3 = c(r'-w')$ Sustituyendo $r'=r-h$ $r'=r$; $w'=w-k$ $w'=w-2$

debido que $h=0; k=2$; $(r+w-2)^3 = c(r-w+2)$ Sustituyendo $r=x^2$; $:w=y^2$

$(x^2+y^2-2)^3 = c(x^2-y^2+2)$ SOLUCION GENERAL

g) obtención de la solución particular:

Sustituyendo $y=0; x=2$ en la solución general por lo tanto

$(2^2+0-2)^3 = c(2^2-0+2)$ reduciendo;

$8=c(6)$ $c=8/6$ $c=4/3$ Sustituyendo c en solución general

$(x^2+y^2-2)^3 = (4/3)(x^2-y^2+2)$ multiplicando por 3

$3(x^2+y^2-2)^3 = 4(x^2-y^2+2)$ SOLUCION PARTICULAR

PROLEMAS PROPUESTOS PARA RESOLVERSE POR ECUACIONES DE LA FORMA

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales

1) $(x-2y+4)dx+(2x-y+2)dy=0$
2) $(2x+3y)dx+(y+2)dy=0$
3) $(4x+3y-7)dx+(3x-7y+4)dy=0$
4) $(2x-2y)dx+(y-1)dy=0$
5) $(2x-3y-30)dx-(2y+3x)dy=0$
6) $(x-2y+1)dx+(4x-3y-6)dy=0$
7) $(5x+4y+4)dx+(4x+3y+1)dy=0$
8) $(x-2y)dx+(2x-y-3)dy=0$

   $y=-1$ cuando $x=-1$

SOLUCIONES

1) $(x+y-2)^3 = c(x-y+2)$
2) $(y+2x-4)^2 = c(x+y-1)$
3) $4x^2+6xy-7y^2-14x+8y=c$
4) $\text{Ln}[(y-x)^2+(x-1)^2]+2\,\text{arctg}\left[\frac{y-x}{x-1}\right]=c$
5) $x^2-3xy-y^2-13x=c$
6) $(x+3y-9)^5=c(y-x+1)$
7) $(2x+y-5)^2=(3x+2y-2)^2+c$
8) $(x+y-3)^3=125(x-y-1)$

ECUACIONES DIFERENCALES EXACTAS

Antes de empezar con este método, estudiaremos qué es una ecuación diferencial exacta para después, aprender el método para su solución.

La diferencial total de una función $f(x,y)$ es:

$$d\left[f(x,y)\right] = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$$

A la parte de la derecha de la ecuación se le llama diferencial exacta y cuando se iguala ésta a cero, se le llama ECUACION DIFERENCIAL EXACTA, es decir:

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = 0 \qquad \text{Ecuación Diferencial Exacta}$$

Ejemplo:

Determine la diferencial total de la función $f(x,y) = 3x^2 + 2x^3y - 7y^3$.

SOLUCION:

Como veíamos anteriormente, la diferencial total de la función es:

$$d\left[f(x,y)\right] = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy \qquad \text{Sustituyendo } f(x,y)$$

$$d\left[f(x,y)\right] = \left[\frac{\partial(3x^2+2x^3y-7y^3)}{\partial x}\right]dx + \left[\frac{\partial(3x^2+2x^3y-7y^3)}{\partial y}\right]dy$$

$$d\left[f(x,y)\right] = (6x+6x^2y)dx + (2x^3-21y^2)dy$$

Como veíamos anteriormente la ecuación diferencial exacta sería:

$$(6x+6x^2y)dx + (2x^3-21y^2)dy = 0$$

Lo importante para nosotros es cómo saber que la ecuación diferencial que se nos da es ecuación diferencial exacta, para esto, podemos aplicar el siguiente método.

METODO PARA IDENTIFICAR UNA ECUACION DIFERENCIAL EXACTA

1) Llamaremos M al coeficiente del dx y N al coeficiente del dy, como ecuación quedaría:

$$Mdx + Ndy = 0$$

2) Una ecuación diferencial será ecuación diferencial exacta, cuando sean iguales las derivadas parciales de los coeficientes de cada diferencial con respecto a la variable del otro diferencial, es decir, el coeficiente del dx (M) se derivará parcialmente con respecto a y y el coeficiente del dy (N) se derivará parcialmente con respecto a x, como ecuación; una ecuación diferencial es exacta si $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

Del ejercicio anterior tenemos:

$$(6x+6x^2y)dx + (2x^3-21y^2)dy = 0$$

vamos a comprobar que es ecuación diferencial exacta.

SOLUCION:

a) Obtención de M, N y las derivadas parciales:

$M = 6x+6x^2y$; $N = 2x^3-21y^2$. Obteniendo las derivadas parciales

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial(6x+6x^2y)}{\partial y} = 6x^2$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial(2x^3-21y^2)}{\partial x} = 6x^2.$$

Conclusión:

Como $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ La ecuación diferencial SI es exacta.

NOTAS :

1) Es importante resaltar que la forma de la ecuación diferencial que nos den, debe estar como; $Mdx+Ndy= 0$ es decir, como una suma si no es así, tendremos que darle a la ecuación esa forma para poder checar si es exacta.

2) Cuando las variables NO sean x y y, se denominarán M y N arbitrariamente, recordemos que la ecuación diferencial es EXACTA cuando las derivadas parciales de los coeficientes de cada diferencial con respecto a la variable del otro diferencial, SEAN IGUALES.

EJEMPLO:

Determine si la ecuación: $[\text{sen}(a)+b]da + [a-2\cos(b)]db = 0$. es exacta.

SOLUCION:

Como NO son x y y las variables, entonces tomaremos M y N arbitrariamente, por ejemplo que la ecuación sea de la forma;

$Mda + Ndb = 0$ es decir,

$M = \text{sen}(a)+b$; $N=a-2\cos(b)$

para saber si es exacta tendremos que obtener $\dfrac{\partial M}{\partial b}$ y $\dfrac{\partial N}{\partial a}$ dado que

M está con da y N está con db en la ecuación original.

Obteniendo las derivadas: $\dfrac{\partial M}{\partial b} = \dfrac{\partial[\text{sen}(a)+b]}{\partial b} = 1$

$$\frac{\partial N}{\partial a} = \frac{\partial[a-2\cos(b)]}{\partial a} = 1$$

Como $\dfrac{\partial M}{\partial b} = \dfrac{\partial N}{\partial a}$ entonces la ecuación diferencial si es exacta.

Ahora bien, ya sabemos cuándo una ecuación es exacta, el método para obtener la solución general tiene una variante con respecto a los demás métodos debido a que la ecuación diferencial exacta proviene de derivadas parciales.

Existen varios métodos para encontrar la solución general de una ecuación diferencial exacta, aquí estudiaremos uno de ellos.

METODO PARA LA OBTENCION DE LA SOLUCION GENERAL

1) Ya que checamos que la ecuación sí es exacta pasaremos a integrar por separado cada parte de la ecuación, esto es, $\int Mdx$ se resolverá por un lado y $\int Ndy$ por otro.

IMPORTANTE: Sólo para este método, al integrar, las variables que no sean iguales a la variable del diferencial se tomarán como constantes en $\int Mdx$ las y serán constantes, en $\int Ndy$ las x serán constantes.

2) Al realizar cada integral se debería sumar a cada resultado la constante total de integración C sólo que en nuestras integrales también son tomadas como constantes algún tipo de variable por lo tanto, la constante de integración se representará por ϕ[var], donde colocaremos la variable que se tomó como constante en dicha integral.

3) Encontraremos el valor de los ϕ[var], los cuales estarán formados por los términos que aparezcan en la solución de la otra integral pero que no aparezcan en la solución donde tenemos el ϕ[var] que estamos buscando. Por ejemplo, $\phi(y)$ estará formado por los términos de la solución de $\int Ndy$ que no sean términos de la solución de $\int Mdx$ (que es donde tendríamos el $\phi[y]$).

NOTAS:

a) El $\phi(x)$ solo podrá estar formado por R y variables x, el $\phi(y)$ solo podrá estar formado por R y variables y, de no ser así tenemos algún error.

b) Si en la solución de alguna de las integrales, aparecen logaritmos, aplicamos sus propiedades para obtener realmente los términos que aparecerán o no en cada ϕ[var].

c) Los ϕ[var] no se toman como términos faltantes es decir, $\phi(x)$ no contendrá a $\phi(y)$ o viceversa.

4) Con el paso anterior las dos soluciones deben ser iguales y por lo tanto la solución general será cualquiera de las soluciones en donde ésta solución se igualará a C (constante de integración) para que ya sea la solución general.

PROBLEMAS RESUELTOS

Determine si las siguientes ecuaciones diferenciales son exactas o no y en caso de serlo encuentre su solución general.

1) $(3x^2+3xy^2)dx + (3x^2y-3y^2+2y)dy=0$

SOLUCION:

a) Identificación: $M=3x^2+3xy^2$; $N=3x^2y-3y^2+2y$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial(3x^2+3xy^2)}{\partial y} = 6xy \quad \text{Y} \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial(3x^2y-3y^2+2y)}{\partial x} = 6xy$$

como $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ la ecuación diferencial sí es EXACTA.

b) Solución de las integrales:

$$\int Mdx = \int_{y\,=\,\text{cte.}}(3x^2+3xy^2)dx = 3\int x^2dx + 3y^2\int xdx = x^3 + \frac{3y^2x^2}{2} + \phi(y)$$

$$\int Ndy = \int_{x\,=\,\text{cte.}}(3x^2y-3y^2+2y)dy = 3x^2\int ydy - 3\int y^2dy + 2\int ydy$$

$$= \frac{3x^2y^2}{2} - y^3+y^2+\phi(x)$$

c) Obtención de ϕ (x) y ϕ (y) : Para determinar ϕ (y) checamos la solución de $\int Ndy$ es decir, la solución en que no está ϕ (y). Esta será igual a todos los términos de la solución de $\int Ndy$ y que no estén en la solución donde está ϕ (y) . Para ϕ (x) es al contrario.

$\phi(y) = -y^3+y^2$; $\phi(x) = x^3$ Sustituir los ϕ en las integrales.

$$\int M\,dx = x^3+\frac{3x^2y^2}{2} - y^3+y^2$$

$$\int N\,dy = \frac{3x^2y^2}{2} - y^3+y^2+x^3$$

Como podemos ver las dos soluciones son iguales,por lo tanto la solución general es cualquiera de éstas igualándola a c .

d) Obtención de la solución general: Tomando arbritariamente $\int M\,dx$

$$\boxed{x^3+\frac{3x^2y^2}{2} - y^3+y^2 = c}$$ <u>SOLUCION GENERAL</u>

2) $(x-1)^{-1}ydx + \left[Ln(2x-2)+\frac{1}{y}\right]dy=0$

SOLUCION:

a) Identificación: $M=(x-1)^{-1}y$; $N= Ln(2x-2)+\frac{1}{y}$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial[(x-1)^{-1}y]}{\partial y} = (x-1)^{-1}$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial[Ln(2x-2)+1/y]}{\partial x} = \frac{2}{2x-2} = (x-1)^{-1}$$ como $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ sí es EXACTA

b) Solución de las integrales:

$$\int Mdx = \int_{y=\text{cte.}}(x-1)^{-1}ydx= y\int\frac{dx}{x-1} = yLn(x-1)+\phi(y)$$ En este caso y=cte.

$$\int Ndy = \int_{x=\text{cte.}} [Ln(2x-2)+1/y]dy = Ln(2x-2)\int dy + \int\frac{dy}{y} = yLn(2x-2)+Lny+\phi(x)$$ En este caso x=cte.

como tiene logaritmos aplicaremos

$$Ln(2x-2) = Ln[2(x-1)] \approx Ln(ab) = Lna + Lnb$$

$$Ndy = yLn(2) + yLn(x-1) + Lny + \phi(x)$$

c) Obtención de los ϕ [var]

$\phi(y) = yLn(2) + Lny$

$\phi(x) = 0$

Sustituyendo los valores de ϕ en las integrales

$$\int Mdx = yLn(x-1) + yLn(2) + Lny \qquad \int Ndy = yLn(2) + yLn(x-1) + Lny$$

d) Obtención de la solución general : de $\int Ndy$

$yLn(2) + yLn(x-1) + Lny = c$ Aplicando $cLna + cLnb = cLn(ab)$

$$\boxed{yLn(2x-2) + Lny = c}$$ <u>SOLUCION GENERAL</u>