

$$y_v = 4.66, y_t = 6.00, e_s = y_t - y_v = 1.34$$

$$e_1 = 1.5 e_s + 0.1 b = 3.11$$

$$e_2 = e_s - 0.1 b = 0.24$$

Figura 4.4 Posiciones de la fuerza cortante sísmica para calcular los momentos torsionantes de diseño (los valores numéricos corresponden al entrepiso 4 de la figura 4.1).

Considérese que la matriz de rigidez lateral del edificio K se ha partido en la forma:

$$K = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{L\theta} \\ K_{L\theta}^T & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

donde los subíndices L y θ se refieren, respectivamente, a los desplazamientos laterales y a los giros de los pisos del edificio. Entonces se pueden seguir los pasos siguientes:

- a) Se escogen dos direcciones ortogonales (X , Y) en la planta del edificio.
- b) Para cada dirección:
 - b.1) Se determina la fuerza horizontal aplicada en el centro de masas de cada piso i , de acuerdo con lo descrito en la sección 4.3. Sea P el vector formado por estas fuerzas.
 - b.2) Se calculan los desplazamientos laterales δ_0 del edificio, sin permitir giros horizontales en los niveles:

$$\delta_0 = K_{LL}^{-1} P$$

- b.3) Se calculan los momentos debidos a la excentricidad directa, que valen:

$$M_d = - K_{L\theta}^T \delta_0$$

105

Distribución de las fuerzas sísmicas entre los elementos del edificio

- y se acumulan para obtener los momentos torsionantes en los entrepisos M_d^* .
- b.4) Se calculan los momentos torsionantes accidentales en los entrepisos, M_a^* . Para el entrepiso i , se tiene $M_{ai}^* = 0.1 b_i V_i$, donde b_i es la dimensión máxima de la planta i del edificio, medida perpendicularmente a la dirección en que están aplicadas las fuerzas sísmicas, y V_i la cortante en el entrepiso i .
 - b.5) Para cada nivel i se calculan las siguientes combinaciones de momentos torsionantes: $M_{1i}^* = 1.5 M_{di}^* + M_{ai}^*$ y $M_{2i}^* = M_{di}^* - M_{ai}^*$. Aquí M_{ai}^* tiene igual signo que M_{di}^* .
 - b.6) Con los valores obtenidos en el paso anterior, se calculan los respectivos momentos en cada nivel M_1 y M_2 , de la misma manera en que se pueden calcular las fuerzas aplicadas en los niveles a partir de las fuerzas cortantes en los entrepisos; es decir, en cualquier nivel el momento aplicado es la diferencia entre el momento torsionante del entrepiso inferior y el de entrepiso superior.
 - b.7) Se calculan los giros y desplazamientos que producen los momentos M_1 y M_2 resolviendo los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} K_{LL} & K_{L\theta} \\ K_{L\theta}^T & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_j \\ \theta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ M_j \end{bmatrix}, j = 1, 2$$

- b.8) Las dos combinaciones de excentricidades exigidas se pueden considerar mediante las siguientes combinaciones de giros y desplazamientos:

Combinación	Desplazamientos	Giros
(1)	$\delta_0 + \delta_1$	θ_1
(2)	$\delta_0 + \delta_2$	θ_2

Para todos los niveles de cada sistema plano m se calculan los desplazamientos de entrepiso producidos por estas combinaciones y se escogen los que tengan mayor valor absoluto. Sea Z_m^x el vector formado por estos valores cuando el sismo actúa en la dirección X , y Z_m^y el correspondiente a la dirección Y .

- c) Para cada entrepiso i de cada sistema plano m se calculan

$$(Z_{mi}^x + 0.3 Z_{mi}^y)$$

$$(0.3 Z_{mi}^x + Z_{mi}^y)$$

Se considera el mayor de estos dos resultados como el desplazamiento del entrepiso i .

108

106

d) Acumulando los desplazamientos de entrepiso se obtienen los desplazamientos de los niveles, en cada sistema plano, y se calculan a partir de ellos los elementos mecánicos como se expuso en la sección 1.2.1.

En la referencia 29 se presenta, como apéndice, una manera eficiente para efectuar las operaciones matriciales que implican los pasos anteriores. Este procedimiento matricial requiere la ayuda de, cuando menos, una microcomputadora.

4.5 MÉTODO SIMPLIFICADO DE ANÁLISIS SÍSMICO

4.5.1 Requisitos y descripción

De acuerdo con el artículo 238 del R.D.F. es aceptable efectuar un análisis estático simplificado en estructuras que satisfagan simultáneamente los siguientes requisitos:

- I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas corridas. Dichos muros deberán ser de concreto, de mampostería de piezas macizas o de mampostería de piezas huecas que satisfagan las condiciones que establezca el Departamento del D.F. en las Normas Técnicas Complementarias.
- II. En cada nivel existirán al menos dos muros perimetrales de carga paralelos o que formen entre sí un ángulo no mayor de 20 grados, estando cada muro ligado por las losas antes citadas en una longitud de por lo menos 50 por ciento de la dimensión del edificio, medida en las direcciones de dichos muros.
- III. La relación entre longitud y anchura de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y anchura satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que marca el artículo 239 de este Reglamento.
- IV. La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5, y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

Para aplicar el método simplificado, según lo prescrito en el artículo 239, se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo y se verificará únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, calculada según se describió en la sección 4.1, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se indican en la tabla 4.7, y debiéndose verificar por lo menos dos direcciones ortogonales. Nótese que estos coeficientes ya incluyen el factor de reducción por ductilidad.

107

Tabla 4.7 Coeficientes sísmicos reducidos por ductilidad para el método simplificado.

Zona	Muros de piezas macizas Altura de la construcción			Muros de piezas huecas Altura de la construcción		
	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m
I	0.06	0.08	0.08	0.07	0.11	0.11
II	0.07	0.08	0.10	0.08	0.11	0.13
III	0.07	0.09	0.10	0.08	0.10	0.12

Nota: Los valores se refieren a estructuras del grupo B, para estructuras del grupo A hay que multiplicar por 1.3 (ver nota de la tabla 4.1).

En el cálculo de las resistencias al corte, tratándose de muros cuya relación entre la altura de pisos consecutivos, h , y la longitud, L , exceda de 1.33, la resistencia se reducirá afectándola del coeficiente $(1.33 L/h)^2$.

4.5.2 Ejemplo

La figura 4.5 muestra esquemáticamente las plantas, alturas y pesos de un edificio al cual se tratará de aplicar el método simplificado.

Observando las plantas se aprecia que más del 75 por ciento de las cargas verticales están soportadas por muros de mampostería de piezas macizas. En la dirección Y existen dos muros perimetrales de 10 y 6 m respectivamente, que están ligados a la losa en una longitud mayor que $0.5 \times 10 = 5$ m.

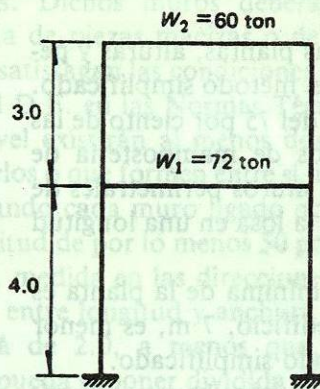
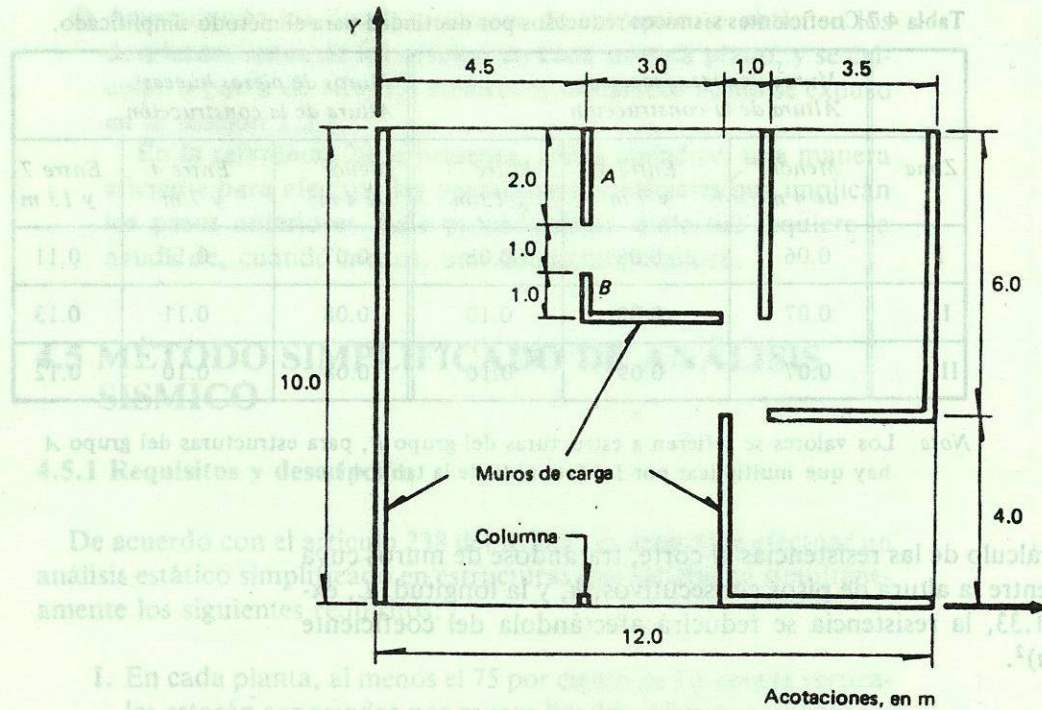
La relación entre la altura y la dimensión mínima de la planta es $7/10 = 0.7$, menor que 1.5, y la altura del edificio, 7 m, es menor que 13 m. Por tanto se puede aplicar el método simplificado.

Los cálculos necesarios en la dirección Y se pueden hacer como sigue:

- a) Considerando que la estructura es del grupo B, que se construirá sobre terreno correspondiente a la zona I, y que su altura es 7 m, en la tabla 4.7 se obtiene que el coeficiente sísmico, ya reducido por ductilidad, vale 0.08.
- b) Como no hay apéndices, el cálculo de fuerzas sísmicas se puede hacer con la expresión 4.1, como se muestra en la tabla 4.8. El cortante en la base es $0.08 \times 132 = 10.56$ ton, y su valor último es $V_u = 1.1 \times 10.56 = 11.62$ ton, donde 1.1 es el factor de carga especificado en el artículo 240.
- c) La longitud total de muros paralelos a la dirección Y es 27 m, de los cuales 24 m corresponden a muros con relación h/L menor que 1.33. En ellos el esfuerzo resistente, de acuerdo con el inciso 3.3 de la referencia 31, está dado por

$$V_R = F_R (0.7 v^*)$$

108



Los muros de carga son de tabique de barro recocido y se supone un esfuerzo cortante nominal de 3.5 kg/cm^2 (ver tabla de la página 15 de la ref. 31).

La estructura es para casa habitación (grupo B) y se construirá sobre terreno firme (zona I).

Figura 4.5 Edificio para ejemplificar el método simplificado de análisis sísmico.

donde F_R es el factor de reducción por resistencia, igual a 0.6. Para $v^* = 3.5 \text{ kg/cm}^2$, se obtiene $v_R = 1.5 \text{ kg/cm}^2$.

En el muro A (figura 4.5), en planta baja, $h/L = 4.0/2.0 = 2.0 > 1.33$, por tanto el esfuerzo resistente vale $1.5 \times (1.33 \times 1/2)^2 = 0.66 \text{ kg/cm}^2$. En el muro B, $h/L = 4.0/1.0 = 4.00 > 1.33$ y el esfuerzo resistente es $1.5 (1.33 \times 1/4)^2 = 0.17 \text{ kg/cm}^2$.

La capacidad total es por tanto

$$(2400 \times 1.5 + 100 \times 0.66 + 100 \times 0.17)14 = 51490 \text{ kg} = 51.49 \text{ ton}$$

que es mayor que 11.62. Como la planta alta es igual a la baja, es innecesario revisarla puesto que la fuerza cortante actuante es menor.

109

Efectos de segundo orden y revisión de desplazamientos

Tabla 4.8 Cálculo de fuerzas sísmicas y cortantes para el ejemplo de la sección 4.5.2

Nivel o entrepiso	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$ (ton-m)	P_i (ton)	V_i (ton)
2	60	7	420	6.26	6.26
1	72	4	288	4.30	10.56
Sumas	132		708		

De manera análoga se revisará el efecto sísmico en la dirección X, que es más crítica por la menor longitud de muros. Se encontrará que la resistencia es suficiente, también en esa dirección.

4.6 EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN Y REVISIÓN DE DESPLAZAMIENTOS

El párrafo II del artículo 237 especifica que deberán tomarse en cuenta efectos de segundo orden (también conocidos como efectos de esbeltez) cuando la deformación total de un entrepiso dividida entre su altura, medida de piso a piso, sea mayor que 0.08 veces la relación entre la fuerza cortante del entrepiso y las fuerzas verticales debidas a acciones permanentes y variables que obren encima de éste. Aunque no lo estipula el Reglamento, es recomendable proporcionar al edificio rigidez suficiente para que la relación citada sea menor que 0.08, con lo cual los efectos de segundo orden pueden despreciarse. En cualquier caso debe evitarse que dicha relación exceda de 0.20, porque en caso contrario los problemas de esbeltez serían muy serios y no es confiable determinar sus consecuencias con los procedimientos del Reglamento. Se entenderá por análisis de segundo orden el que suministre las fuerzas internas y deformaciones teniendo en cuenta la contribución de la acción de las fuerzas actuantes sobre la estructura deformada, así como la influencia de la carga axial en las rigideces. Para valuar los efectos de segundo orden, se aplicarán los procedimientos prescritos en las Normas Técnicas Complementarias.

Cuando las relaciones de esbeltez de las columnas son menores que 100, uno de los procedimientos aproximados que aceptan las Normas Técnicas Complementarias para estructuras de concreto y estructuras metálicas (referencias 32 y 33) consiste en multiplicar los momentos en las columnas y los desplazamientos debidos a carga lateral, obtenidos con un análisis convencional, por el factor de amplificación.

$$f_a = 1 + \frac{W_u/h}{R/Q - 1.2 W_u/h}$$

110

Donde R es la rigidez del entrepiso considerado (suma de rigideces de entrepiso de todos los marcos de la estructura en la dirección analizada; W_u es la suma de las cargas de diseño muertas y vivas multiplicadas por el factor de carga correspondiente, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado; Q es el factor de ductilidad y h la altura del entrepiso.

Este procedimiento da resultados muy precisos cuando se considera comportamiento elástico. Para elementos muy esbeltos el Reglamento exige la aplicación de métodos más refinados, pero es preferible no caer en estas situaciones y limitar la esbeltez a valores moderados.

A continuación se revisa por este concepto el entrepiso cuarto del edificio mostrado en la figura 4.2. Ignorando los apéndices, según lo descrito en la forma opcional presentada en la sección 4.2.2 se tiene:

$$V = 20.73 + 22.11 = 42.84 \text{ ton.}$$

Obran sobre este piso $W = 300 + 400 = 700$ ton de carga vertical. Como la rigidez de entrepiso (figura 4.2) vale 100 ton/cm, el desplazamiento lateral es $42.84/100 = 0.43$ cm; este resultado debe multiplicarse por Q , que en este caso es 4; es decir para la revisión se utilizará $d = 0.43 \times 4 = 1.72$ cm. Hay que comparar $d/h = 1.72/300 = 0.00573$ con $0.08 V/W = 0.08 \times 42.84/700 = 0.0049$. Como 0.00573 es mayor que 0.00490, hay que considerar efectos de segundo orden.

Como $W_u = 1.1 \times 700 = 770$ queda

$$f_a = 1 + \frac{770/300}{100/4 - 1.2 \times 770/300} = 1.12$$

Entonces los desplazamientos de cada marco de este entrepiso se tomarán iguales a 1.12 veces los valores obtenidos en el análisis sin considerar los efectos de esbeltez. Los momentos en las columnas también deberán multiplicarse por f_a y los elementos en las vigas tendrán que corregirse proporcionalmente a sus rigideces angulares para que se satisfaga el equilibrio de momentos en cada nudo.

Según el artículo 242, las deformaciones laterales de cada entrepiso debidas a fuerzas cortantes no excederán de 0.008 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo donde los elementos que no formen parte integrante de la estructura estén ligados a ella en tal forma que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En este caso, el límite en cuestión deberá tomarse igual a 0.016. En el cálculo de los desplazamientos se tomará en cuenta la rigidez de todo elemento que forme parte integrante de la estructura.

En este ejemplo la deformación lateral relativa es $1.72 \times 1.12/300 = 0.00642$, que no excede ninguno de los límites mencionados en el párrafo anterior.

111

4.7 MOMENTOS DE VOLTEO

El párrafo VI del artículo 240 estipula que cuando se hace un análisis estático, el momento de volteo para cada marco o grupo de elementos resistentes en un nivel dado podrá reducirse, tomándolo igual al calculado multiplicado por $0.8 + 0.2z$ (siendo z la relación entre la altura a la que se calcule el factor reductor por momento de volteo y la altura total de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por su distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se encuentre por encima de dicho nivel. En péndulos invertidos no se permite reducción de momento de volteo.

Para ejemplificar el cálculo de momento de volteo, de acuerdo con lo anterior, considérese el marco de la figura 4.6, tomado de la referencia 34. En la tabla 4.9 se presentan los cálculos correspondientes. En esta tabla, M_v es el momento de volteo sin reducir; j el factor reductor especificado en el párrafo VI del artículo 240; y_g es la distancia del nivel considerado al centro de gravedad de la parte de la estructura por encima de dicho nivel. En este caso, el valor de Vy_g rige sobre jM_v para el diseño en todos los niveles.

4.8 COMENTARIOS

Aunque a la letra el Reglamento permite emplear el método estático de análisis sísmico, en cualquier edificio de 60 m, o menos, metros de altura, no es recomendable aplicarlo a edificios que tengan distribuciones irregulares en elevación ya que, en comparación con resultados de análisis dinámicos, se ha encontrado que se pueden subestimar apreciablemente las cortantes en ciertos entrepisos (referencia 81). Se recomienda en este caso recurrir al análisis dinámico (véanse los capítulos 4 y 5).

La mayor parte del esfuerzo adicional que se requiere para estimar el periodo fundamental del edificio es el cálculo de los desplazamientos laterales, que de todos modos debe hacerse para revisar si los mismos no son excesivos. Por tal motivo es aconsejable tratar de aprovechar la opción de usar fuerzas sísmicas reducidas en razón de haber evaluado el periodo natural, y pueden lograrse reducciones importantes si los periodos son relativamente cortos o largos.

En los ejemplos presentados en este capítulo la combinación de los efectos de un componente del movimiento del terreno con 30 por ciento de los efectos del otro, se ha realizado a nivel de fuerzas cortantes. Esto da los resultados adecuados para el diseño de miembros que trabajan esencialmente en el plano en el que están actuando dichas cortantes, como vigas y muros. Sin embargo para las columnas o elementos similares, que tienen flexiones importantes en dos planos verticales ortogonales, no es fácil determinar qué combinación de los efectos de los componentes del temblor es la que rige el diseño, y es en rigor necesario analizar todo el edificio para el sismo actuando en una dirección y luego, separadamente, para el sismo ac-

112

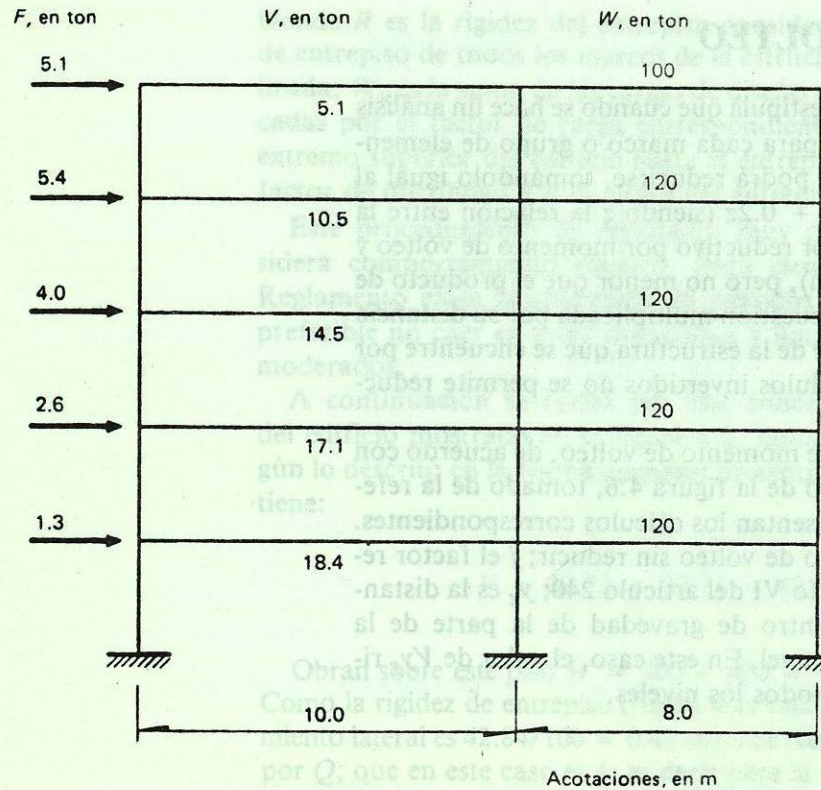


Figura 4.6 Marco para ejemplificar el cálculo de momentos de volteo.

tuando en la dirección perpendicular. La combinación de los efectos de uno y otro componente se realizará en cada elemento mecánico, cuidando de proceder coherentemente. Considérese como ejemplo el diseño de una columna a flexocompresión biaxial; se requieren la carga axial y los momentos flexionantes en dos direcciones; si para la combinación que se está considerando la carga axial proviene de 100 por ciento del sismo en X, y de 30 por ciento de sismo en Y, los momentos flexionantes corresponderán a los mismos porcentajes, y no sería apropiado tomar, con dicha carga axial, momentos que resulten de 30 por ciento del sismo en X con 100 por ciento del sismo en Y.

Tabla 4.9 Cálculos del momento de volteo para el marco de la figura 4.6

Nivel	Entrepiso	M (ton)	V (ton)	M _v (ton-m)	Z	j=0.8+0.2z	jM _v (ton-m)	y _g (m)	Vy _g (ton-m)
5		100		0	1	1	0	0	0
	5		5.1						
4		120		15.3	0.8	0.96	14.7	3.00	15.3
	4		10.5						
3		120		46.8	0.6	0.92	43.1	4.37	45.8
	3		14.5						
2		120		90.3	0.4	0.88	79.5	5.83	84.5
	2		17.1						
1		120		141.6	0.2	0.84	119.0	7.32	125.0
	1		18.4						
0				196.8	0	0.80	157.2	8.8	162.0

Para el nivel 3:

$$y_g = \frac{100 \times 6 + 120 \times 3}{100 + 120} = 4.37 \text{ m}$$

Para el nivel 4:

$$y_g = \frac{100 \times 9 + 120 \times 6 + 120 \times 3}{100 + 120 + 120} = 5.83 \text{ m}$$