seurs : nous les prions d'agréer ici tous nos remerciements : nous recevrons toujours avec reconnaissance les critiques ou les observations nouvelles qu'ils voudront bien nous adresser, à mesure qu'elles leur seront suggérées par la pratique de leur enseignement.

F. et Ch.

TRAITÉ

DE

PHYSIQUE ÉLÉMENTAIRE

NOTIONS PRÉLIMINAIRES

I. — NOTIONS DE MÉCANIQUE

MOUVEMENTS. — FORCES

1. Mouvement en général. — On appelle *trajectoire* d'un point en mouvement, la ligne tracée par les positions successives de ce point. — Le mouvement est dit *rectiligne* ou *curviligne*, selon que la trajectoire est une ligne droite ou une ligne courbe.

Pour que le mouvement d'un point soit complètement défini, il ne suffit pas que l'on connaisse la trajectoire, il faut que l'on connaisse encore la loi suivant laquelle il la parcourt. Dans chacun des mouvements simples que nous allons étudier, il est facile d'obtenir une relation entre les valeurs du *temps t*, compté à partir d'un instant déterminé, et les valeurs correspondantes de l'*espace e* qui sépare le point mobile d'un point fixe pris sur la trajectoire, cet espace étant compté sur la trajectoire elle-même. — Une pareille relation prendra le nom d'*équation du mouvement sur la trajectoire*.

En Mécanique, on prend généralement comme unité de temps la *seconde*; comme unité de longueur, le *mètre*.

2. Mouvement uniforme. — Un mouvement est dit *uniforme*, lorsque les espaces parcourus dans des intervalles de temps égaux sont égaux, quels que soient ces temps. On appelle *vitesse* d'un mouvement uniforme, l'espace parcouru dans un intervalle de temps égal à l'unité.

L'*unité de vitesse* est la vitesse d'un mobile qui parcourt, d'un mouvement uniforme, l'unité de longueur dans l'unité de temps.

La définition même du mouvement uniforme donne immédiatement la forme de l'équation de ce mouvement. — Soit v le nombre constant qui exprime la vitesse, et convenons, pour plus de simplicité, de compter les espaces à partir du point où se trouve le mobile à l'instant pris pour origine du temps; au bout d'un nombre t de secondes, la distance e qui sépare le mobile de l'origine des espaces sera

$$e = vt.$$

Étant donné un point animé d'un pareil mouvement, il suffira, pour déterminer la vitesse v, de mesurer l'espace parcouru, et de diviser cet espace par le temps employé à le parcourir.

3. Mouvement varié. — Vitesse moyenne entre deux instants déterminés. — Vitesse à un instant déterminé. — Un mouvement est dit *varié*, lorsque les espaces parcourus dans des intervalles de temps égaux ne sont pas égaux.

Soit AB (*fig.* 1) la trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement varié. Soit A le point où se trouve le mobile à l'instant pris pour origine

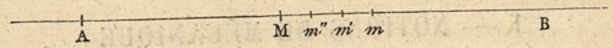


Fig. 1.

du temps, et convenons de compter les espaces à partir de ce point. Soit M la position du mobile à l'instant t; désignons la longueur AM par e, cette quantité étant comptée positivement dans le sens AB. Soit Am l'espace parcouru à l'instant $t + \theta$; désignons-le par $e + \varepsilon$. La longueur Mm ou ε est celle que le mobile a parcourue pendant l'intervalle de temps θ. Or on peut concevoir un second mobile parcourant cette même longueur, non plus d'un mouvement varié, mais d'un mouvement uniforme, dans le même intervalle de temps : d'après ce qu'on vient de voir, la vitesse de ce mobile serait $\frac{\varepsilon}{\theta}$. Cette vitesse est ce qu'on nomme la *vitesse moyenne* du premier mobile, entre les deux instants t et $t + \theta$: elle s'obtient, comme on voit, en divisant l'accroissement ε de l'espace par l'accroissement θ du temps.

Considérons maintenant, au lieu de l'accroissement θ donné au temps t, un accroissement plus petit θ'; l'espace parcouru AM sera accru seulement de Mm' ou ε', et la vitesse moyenne, entre le temps t et le temps $t + \theta'$, sera $\frac{\varepsilon'}{\theta'}$. De même, pour un accroissement de temps encore plus petit θ'', l'accroissement d'espace étant Mm'' ou ε'', la vitesse moyenne entre le temps t et le temps $t + \theta''$ sera $\frac{\varepsilon''}{\theta''}$; et ainsi de suite. Or, si l'on fait décroître indéfiniment les intervalles $\theta, \theta', \theta''...$, les quotients $\frac{\varepsilon}{\theta}, \frac{\varepsilon'}{\theta'}, \frac{\varepsilon''}{\theta''}\cdots$ tendent en général vers une limite déterminée; cette limite est ce qu'on nomme la *vitesse à l'instant t*. — On appelle donc *vitesse à un instant déterminé*, la limite vers laquelle tend le rapport de l'accroissement ε de l'espace à l'accroissement θ du temps, lorsque θ converge vers zéro.

On voit que la vitesse doit être considérée comme positive ou négative, selon que ε est lui-même positif ou négatif.

4. Mouvement uniformément varié. — Un mouvement est dit *uniformément varié*, lorsque la vitesse varie de quantités égales en des temps égaux, quels que soient ces temps. On appelle *accélération*, dans un pareil mouvement, la variation de la vitesse dans l'unité de temps.

Le mouvement est *uniformément accéléré* ou *uniformément retardé*, selon que l'accélération et la vitesse sont de même signe ou de signes contraires.

L'*unité d'accélération* est l'accélération d'un mobile animé d'un mouvement uniformément varié, et dont la vitesse varie d'une unité de vitesse dans l'unité de temps.

Considérons, par exemple, un mobile animé d'un mouvement *uniformément accéléré*. Soit v_0 sa vitesse initiale, c'est-à-dire sa vitesse à l'instant pris pour origine du temps; soit γ l'accélération, c'est-à-dire l'accroissement de la vitesse au bout d'une unité de temps; nous supposerons v_0 et γ positifs. Si l'on désigne par v la vitesse au bout du temps t, on a, d'après la définition même de l'accélération,

$$v = v_0 + \gamma t. \tag{1}$$

Cette équation peut se transformer en une autre, qui donne l'espace parcouru e, compté à partir du point où se trouvait le mobile à l'origine du temps. — On démontre en effet, par un raisonnement pour lequel nous renverrons aux Traités de Mécanique, que la relation (1) conduit à la relation équivalente

$$e = v_0 t + \frac{\gamma t^2}{2} \ (^*). \tag{2}$$

(*) On peut vérifier que, réciproquement, la relation (1) se déduit de la relation (2). — Si, dans la formule (2), on donne au temps la valeur $t + \theta$, l'espace prend une valeur

$$e + \varepsilon = v_0 (t + \theta) + \frac{1}{2}\gamma (t + \theta)^2$$
$$= e + v_0\theta + \frac{1}{2}\gamma (2t\theta + \theta^2);$$

Or ε est précisément l'espace parcouru pendant l'intervalle de temps θ; d'après ce qui a été dit (3), la vitesse moyenne pendant cet intervalle est $\frac{\varepsilon}{\theta}$, c'est-à-dire $v_0 + \frac{1}{2}\gamma (2t + \theta)$. — Quand on fait converger θ vers zéro, cette valeur de la vitesse moyenne tend vers la limite $v = v_0 + \gamma t$.

Remarque. — Si l'on considère le cas particulier où la vitesse initiale est nulle, on a $v_0 = 0$; alors la formule (1) devient

$$v = \gamma t,$$

c'est-à-dire que, dans ce cas particulier, *les vitesses sont proportionnelles aux temps.*

La formule (2) devient, dans la même hypothèse,

$$e = \frac{\gamma t^2}{2},$$

c'est-à-dire que *les espaces sont proportionnels aux carrés des temps.*

Enfin, si l'on élimine le temps t entre les deux équations que l'on vient d'obtenir, on a

$$v = \sqrt{2\gamma e},$$

c'est-à-dire que *les vitesses sont proportionnelles aux racines carrées des espaces parcourus.*

L'une quelconque de ces trois lois, qui se déduisent les unes des autres, suffit pour caractériser le mouvement. — Ces divers résultats trouveront leur application dans l'étude des mouvements des corps sous l'action de la pesanteur.

5. Principe de l'inertie. — *La matière ne peut modifier d'elle-même ni son état de repos, ni son état de mouvement.*

Nous appellerons *point matériel* tout corps, c'est-à-dire toute portion de matière, de dimensions assez petites pour qu'on puisse l'assimiler à un point géométrique. — Par l'énoncé général du principe de l'inertie, on doit entendre :

1° Qu'un point matériel en repos, si aucune cause n'agit sur lui, demeure en repos : c'est ce qu'on peut appeler l'*inertie dans le repos;*

2° Qu'un point matériel en mouvement, si aucune cause n'agit sur lui, conserve indéfiniment un mouvement rectiligne et uniforme : c'est ce qu'on peut appeler l'*inertie dans le mouvement.*

Le principe de l'inertie dans le mouvement a été énoncé pour la première fois par Képler : il paraît, au premier abord, contredit par un certain nombre de faits d'observation; un examen attentif montre qu'il n'y a qu'une contradiction apparente (*).

6. Forces. — Effets dynamiques et effets statiques. — On appelle *force*, toute cause capable de produire le mouvement, ou d'en modifier la nature.

L'existence des forces peut nous être révélée par des phénomènes très divers. Si un point matériel, primitivement en repos, se met en

(*) Si, par exemple, une bille lancée sur un plan horizontal ne continue pas à se mouvoir indéfiniment, c'est que le frottement de la bille sur le plan a pour effet de diminuer progressivement sa vitesse, jusqu'à la rendre nulle.

mouvement, c'est qu'une force agit sur lui. Si un point matériel est animé d'un mouvement rectiligne et accéléré, c'est qu'il est soumis à l'action d'une force, dans la direction du mouvement, et dans le même sens, etc. — Ces effets des forces, se manifestant par la production ou par une modification du mouvement, peuvent être désignés sous le nom d'*effets dynamiques.*

Lorsque les points soumis à l'action des forces sont assujettis de façon à rester immobiles, l'existence des forces se manifeste par d'autres effets, auxquels on donne le nom d'*effets statiques.* — Ainsi, un corps pesant, placé en repos sur un plan horizontal, produit une *pression*, qui arriverait à rompre le plan si le poids du corps dépassait une certaine limite. Le même corps, suspendu à un fil, produit sur ce fil une *tension.* Enfin, un corps pesant, suspendu à un ressort comme celui de la figure 3, produit sur lui une *flexion* (*). — Ces divers effets peuvent servir, non seulement à constater l'existence des forces, mais aussi à les mesurer, comme nous allons le voir.

7. Mesure des forces. — On dit, en général, que deux forces sont *égales* lorsque, agissant sur un même corps, dans les mêmes conditions, elles produisent un même effet.

Pour comparer entre elles des forces inégales, il faut admettre le principe suivant, qui est confirmé par la vérification de ses conséquences : *Lorsque plusieurs forces agissent simultanément sur un point, l'action de chacune d'elles est la même que si elle agissait seule.*

Ce principe étant admis, on dit qu'une force F est égale à *n fois* une autre force *f*, lorsqu'elle produit, dans les mêmes conditions, le même effet que *n* forces égales à *f*, agissant simultanément.

8. Dynamomètres. — On désigne sous le nom de *dynamomètres*, des instruments qui sont destinés à mesurer les forces par les effets de flexion qu'elles font éprouver à un ressort (*fig.* 3, 4, 5).

La figure 2 représente un dynamomètre formé d'une lame d'acier flexible ABC, recourbée en forme de V; à chacune de ses extrémités, A, C, est fixé un arc métallique qui traverse une ouverture pratiquée près de l'autre extrémité. L'un de ces arcs se termine par un anneau D, qui sert à soutenir l'instrument (*fig.* 3); l'autre, par un crochet E. Pour graduer l'instrument, on suspend successivement, au crochet E, des poids de 1, 2, 3, 4 kilogrammes, etc.; le ressort s'infléchit de plus en plus, et l'on marque, à chaque fois, le point de l'arc extérieur MD qui

(*) Dans chacun de ces cas, la résistance offerte par le plan, par le fil, ou par le ressort, doit être considérée comme développant une *réaction*, égale et contraire à l'*action* que la pesanteur exerce sur le corps. Il est clair en effet que, si l'on supprimait le plan, le fil ou le ressort, on devrait, pour maintenir le corps en repos, lui appliquer une force égale et contraire à son poids. — Newton a montré que c'est là un principe général. Une force quelconque, appliquée à un corps en repos ou en mouvement, détermine toujours une *réaction*, représentée par une force égale et contraire.

correspond à l'ouverture de la branche A qu'il traverse. — Si maintenant on attache l'anneau à un point fixe, à l'aide d'une corde R, par

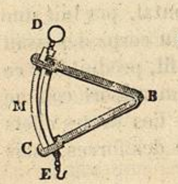
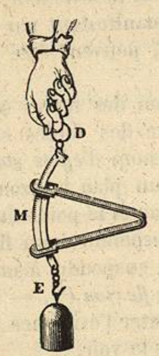


Fig. 2.



3.

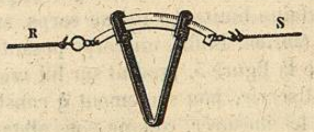


Fig. 4.

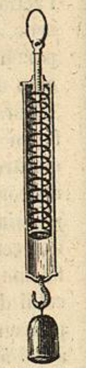


Fig. 5.

exemple (*fig.* 4), et si l'on applique au crochet une force quelconque par l'intermédiaire d'une autre corde S, il se produira, comme précédemment, une flexion du ressort; selon que cette flexion sera égale à celle que déterminait un poids de 2, 4, 10 kilogrammes, on dira que l'*intensité de la force est de* 2, 4, 10 *kilogrammes*. — L'*unité de force* sera alors *le poids du kilogramme*.

9. Une force constante, agissant seule sur un point matériel entièrement libre, lui imprime un mouvement uniformément accéléré. — La démonstration de ce théorème repose sur le principe suivant, qu'on doit encore considérer comme confirmé par la vérification de ses conséquences : *L'action d'une force sur un point matériel est indépendante du mouvement dont ce point est primitivement animé : elle est la même que si le point était au repos.*

Ce principe étant admis, soit une force F agissant sur un point matériel que nous supposerons d'abord au repos : elle lui imprime, au bout d'une seconde, une certaine vitesse γ. Si la force cessait alors d'agir, le point continuerait à se mouvoir, d'un mouvement rectiligne et uniforme, avec la vitesse γ (5,2°); si donc la force F agit sur lui pendant un nouvel intervalle de temps égal à une seconde, son action étant indépendante du mouvement dont le point est animé, elle lui communique, au bout de ce temps, une nouvelle vitesse γ s'ajoutant à la première, en sorte que la vitesse au bout de deux secondes est 2γ; et ainsi de suite. Donc, au bout du temps t, la vitesse est

$$v = \gamma t,$$

c'est-à-dire que le mouvement est uniformément accéléré.

Il est clair que la même démonstration s'applique au cas où le point serait animé d'une vitesse initiale v_0 : dans ce cas, la vitesse au bout du temps t serait exprimée par $v_0 + \gamma t$.

10. Deux forces constantes sont entre elles comme les accélérations qu'elles impriment à un même point matériel. — Soient deux forces F, F'; supposons qu'elles aient une commune mesure f, et qu'on ait

$$F = nf, \quad F' = n'f, \quad \text{et par suite } \frac{F}{F'} = \frac{n}{n'}.$$

Si la force f agissait seule sur le point matériel considéré, elle lui imprimerait un mouvement uniformément accéléré, dont nous pouvons représenter l'accélération par α. Donc, si n forces égales à f agissent simultanément sur ce même mobile, puisque l'action de chacune d'elles est indépendante de celles des autres (7), elles lui imprimeront une accélération n fois plus grande, c'est-à-dire $n\alpha$. De même, si n' forces égales à f agissent simultanément sur le même mobile, l'accélération produite sera $n'\alpha$. On a donc, en désignant par γ et γ' les accélérations imprimées par F et par F', $\gamma = n\alpha$, $\gamma' = n'\alpha$, et par suite, $\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{n}{n'}$; d'où l'on déduit :

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{F}{F'}.$$

En général, le mobile sur lequel on fait agir successivement des forces différentes est un corps de dimensions finies; mais, si tous les points de ce corps sont animés de la même vitesse au même instant, tout se passe comme si la matière en mouvement était réunie en un seul point; un pareil mobile se comporte donc comme un point matériel, et la proposition reste applicable.

11. Masse. — L'équation que nous venons d'obtenir peut s'écrire :

$$\frac{F}{\gamma} = \frac{F'}{\gamma'}.$$

Or, si l'on faisait agir sur le même corps une autre force F'', le rapport de cette force à l'accélération γ'' qu'elle produirait serait encore le même; on a donc, pour toutes les forces appliquées à un même corps :

$$\frac{F}{\gamma} = \frac{F'}{\gamma'} = \frac{F''}{\gamma''} = \ldots = m.$$

Ce rapport constant m est ce qu'on nomme la *masse* du corps, ou sa *quantité de matière*. — On appelle donc, d'une manière générale, *masse* d'un corps, *le nombre constant qui exprime le rapport d'une force quelconque à l'accélération qu'elle imprime à ce corps.*

Si maintenant on considère, en particulier, parmi les forces qui peuvent agir sur un corps, celle qui résulte de l'action de la pesanteur sur lui, c'est-à-dire son poids P, et si l'on désigne par g l'accélération qu'il prend sous cette action (accélération que nous verrons être *la même pour tous les corps en un même lieu*), on aura

$$\frac{P}{g} = m.$$

On peut donc appeler, en particulier, *masse* d'un corps, *le rapport de son poids à l'accélération qu'il prend sous l'action de la pesanteur.*

Cette expression $\frac{P}{g}$ comprend, d'une part, la quantité P, qui dépend de l'*unité de force*; d'autre part, la quantité g, qui dépend de l'*unité de longueur* et de l'*unité de temps*, puisque l'accélération est la variation éprouvée par la vitesse dans l'unité de temps. Si, comme on le fait ordinairement en Mécanique, on prend comme unité de force le poids du kilogramme, comme unité de longueur le mètre et comme unité de temps la seconde, on doit avoir, pour le corps dont la masse est l'unité, $P = g$. Dès lors, dans ce système d'unités, la valeur de l'accélération à Paris étant exprimée par le nombre 9,81, l'*unité de masse* est la masse d'un corps dont le poids à Paris est $9^{\text{kil}},81$.

12. Mesure des forces constantes, par les accélérations qu'elles produisent. — Outre l'emploi des *dynamomètres*, qui permettent de mesurer les forces par les flexions qu'elles produisent sur un ressort, nous avons maintenant un autre moyen de mesure, fondé sur l'observation des effets de mouvements.

Soit un corps dont on connaisse préalablement la masse m; si l'on peut observer l'accélération γ qu'imprime à ce même corps la force qu'on se propose de mesurer, on aura, entre la valeur inconnue F de la force et l'accélération connue γ, la relation $\frac{F}{\gamma} = m$, d'où l'on déduira *la valeur de la force*

$$F = m\gamma.$$

COMPOSITION DES FORCES

13. Représentation géométrique des forces. — Une force est complètement définie lorsqu'on donne : 1° son *point d'application*, c'est-à-dire le point sur lequel s'exerce son action; 2° sa *direction*, c'est-à-dire la direction du mouvement qu'elle tend à imprimer à ce point; 3° son *intensité*, c'est-à-dire sa valeur numérique, évaluée à l'aide de l'unité de force. — On représente géométriquement une force par une droite

partant du point d'application, dirigée dans le sens même de la force, et égale à autant de fois l'unité de longueur que la force contient de fois l'unité de force.

Lorsqu'une force F, appliquée en un point A d'un corps solide (*fig.* 6), le sollicite dans une direction AF, il est aisé de voir que l'on peut toujours supposer le point d'application de cette force transporté en tout autre point C ou B du corps, situé sur la même direction, et même en un point D extérieur au corps, pourvu que l'on suppose, en même temps, ce point *lié invariablement au premier.*

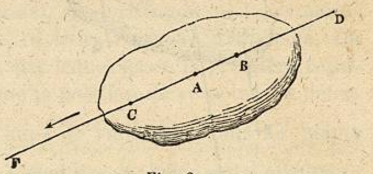


Fig. 6.

14. Composition des forces appliquées en un même point. — On démontre que, si plusieurs forces sont *appliquées en un même point*, elles peuvent toujours être remplacées par une force unique, ou *résultante*, produisant à elle seule le même effet que toutes les autres. — Nous nous contenterons d'énoncer, sans démonstration, les règles qui permettent d'obtenir cette résultante, dans les divers cas :

1° *Deux forces appliquées en un même point et dirigées dans le même sens, ont une résultante égale à leur somme, et dirigée dans le même sens que les forces proposées;*

2° *Deux forces appliquées en un même point, dans la même direction, mais en sens contraire, ont une résultante égale à leur différence, et dirigée dans le sens de la plus grande des deux forces proposées;*

3° *Deux forces* P, Q (*fig.* 7), *appliquées en un même point* A, *dans des directions différentes, ont une résultante représentée, pour sa grandeur, sa direction et son sens, par la diagonale AR du parallélogramme qui a pour côtés adjacents les deux forces proposées.*

Pour obtenir la résultante *d'un nombre quelconque de forces* appliquées en un même point, on composera d'abord deux de ces forces en une seule; puis, la résultante partielle ainsi obtenue, avec une troisième force; et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on ait réduit toutes les forces à une seule, qui sera la résultante du système tout entier.

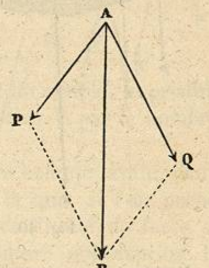


Fig. 7.

15. Composition des forces parallèles. — 1° *Deux forces parallèles et de même sens* P, Q (*fig.* 8), *appliquées en deux points* A, B, *d'un corps solide, ont une résultante* R *qui leur est parallèle, dirigée dans le même sens qu'elles, égale en grandeur à leur somme, et placée de manière que sa direction partage la droite* AB *en deux parties* AC, BC, *inversement proportionnelles aux intensités de ces forces* P *et* Q.

2° *Deux forces parallèles, de sens contraires et inégales*, P, Q (*fig.* 9), *appliquées en deux points* A, B *d'un corps solide, ont une résultante* R,

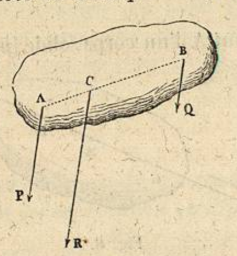


Fig. 8.

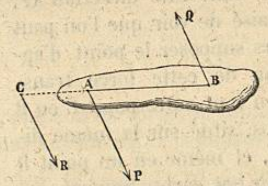


Fig. 9.

qui leur est parallèle, égale en grandeur à leur différence, dirigée dans le sens de la plus grande, et placée de manière que sa direction rencontre le prolongement de la droite AB *en un point* C, *tel que les distances* AC, BC *soient inversement proportionnelles aux intensités des forces* P *et* Q.

Pour composer ensemble un nombre quelconque de forces parallèles et dirigées *dans le même sens*, p, p', p'',... (*fig.* 10), appliquées en divers point A, B, C... d'un corps solide, il suffira de composer deux de ces forces, p, p', en une seule r; puis cette résultante partielle avec une troisième force p''; et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on ait réduit toutes les forces à une seule R, qui sera la résultante du système.

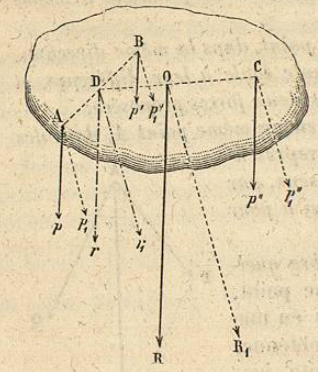


Fig. 10.

Si l'on a des forces parallèles, dirigées *les unes dans un sens, les autres en sens contraire*, on composera d'abord les premières en une résultante R, qui sera dirigée dans le même sens qu'elles ; puis, les secondes, en une résultante R′, qui sera dirigée en sens contraire de R. — Si ces deux forces R et R′ sont inégales, elles auront une résultante égale à leur différence : ce sera la résultante du système proposé. — Si les forces R et R′ sont égales et situées dans le prolongement l'une de l'autre, elles se feront équilibre, c'est-à-dire que la résultante de toutes les forces proposées sera nulle. — Enfin, si les forces R et R′ sont égales et non situées dans le prolongement l'une de l'autre, elles constitueront un *couple*, tendant, comme on l'indiquera plus loin (17), à produire, non plus un mouvement de translation, mais un mouvement de rotation du corps auquel elles sont appliquées.

16. Centre des forces parallèles. — Soit un système de forces parallèles et dirigées dans le même sens, p, p', p'',... (*fig.* 10), appliquées en des points A, B, C.... d'un corps solide. Supposons qu'on change la direction commune de ces forces (comme l'indiquent les lignes marquées en traits discontinus), sans changer, ni leurs points d'application, ni leur parallélisme, ni leurs rapports d'intensité. On voit que le point D de la droite AB, par lequel passe la première résultante r, ne sera pas changé, puisque la position de ce point est déterminée par la relation $\frac{AD}{BD}=\frac{p'}{p}$, et ainsi de suite pour tous les points semblables, jusqu'au point O, par lequel passe toujours la résultante définitive de toutes les forces du système. — Ce point prend alors le nom de *centre des forces parallèles*.

On appelle donc *centre des forces parallèles*, pour un système déterminé de forces parallèles et de même sens, appliquées en des points déterminés d'un corps solide, *le point par lequel passe constamment la résultante de ce système, lorsqu'on change la direction commune des forces, sans changer leur parallélisme ni leurs rapports d'intensité.*

17. Couples. — On donne le nom de *couple*, à un système de deux forces parallèles, P, P′ (*fig.* 11), de sens contraires et *égales entre elles*, appliquées en deux points différents A,B d'un corps solide, et ayant une direction différente de celle de la droite AB qui joint leurs points d'application. Un pareil système ne peut être remplacé par une résultante ; il tend à imprimer au corps un mouvement de rotation.

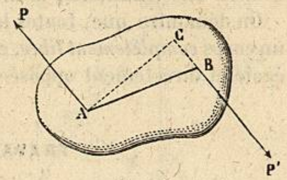


Fig. 11.

On appelle *bras de levier* d'un couple, la longueur AC de la perpendiculaire commune aux deux forces. — On appelle *moment* du couple, le produit du nombre qui exprime la mesure de l'une des forces P, par le nombre qui exprime la mesure du bras de levier AC.

On démontre qu'un couple doit être considéré comme ayant pour mesure *son moment*. — Il faut entendre par là que, si l'on prend pour unité de couple, le couple qui a pour force l'unité de force et pour bras de levier l'unité de longueur, le nombre qui exprime la mesure d'un couple quelconque est égal au produit du nombre qui exprime la mesure de la force, par le nombre qui exprime la mesure du bras de levier.

18. Composition des forces de directions quelconques, appliquées en des points différents d'un corps. — On démontre que des forces en nombre quelconque, appliquées en divers points d'un corps solide, suivant des directions quelconques, peuvent toujours se réduire *à un couple et à une force non située dans le plan du couple.*

C'est donc seulement dans certains cas particuliers, qu'un système de forces appliquées à un même corps peut se réduire, soit simplement à un couple, soit simplement à une force. — On a vu, par exemple, que des forces appliquées *en un même point* peuvent toujours être remplacées par une force unique (14). Il en est de même quand les forces, appliquées en des points différents d'un corps, ont des directions *concourantes*, c'est-à-dire quand leurs directions passent par un même point; en effet, on peut alors les considérer comme appliquées toutes à ce point de concours (13); par suite, on peut toujours les composer en une force unique, passant par ce point.

19. Équilibre. — Lorsque des forces, agissant simultanément sur un corps complètement libre, se neutralisent de manière à ne pouvoir pas produire de mouvement, on dit *qu'elles se font équilibre*. — Ainsi, deux forces égales et de sens contraires, appliquées en un même point, se font évidemment équilibre. — Il en est de même quand deux forces égales sont appliquées en deux points différents d'un corps solide, et agissent en sens contraire, dans la direction même de la droite qui joint ces deux points.

Quand un corps complètement libre est animé d'un mouvement *uniforme*, les forces qui agissent sur lui *se font équilibre*; car, si elles avaient une résultante, le mouvement serait varié.

On démontre que, toutes les fois que des forces se font équilibre sur un corps *complètement libre*, chacune d'elles peut être considérée comme égale et directement opposée à la résultante de toutes les autres.

TRAVAIL. — FORCE VIVE

20. Travail d'une force, pour un déplacement déterminé de son point d'application. — Lorsqu'un corps, soumis à l'action d'une force, éprouve un déplacement, on dit, en général, qu'il y a un *travail* effectué. — Pour évaluer la grandeur de cet effet, on doit tenir compte, non seulement de la grandeur de la force, mais aussi de la grandeur du déplacement de son point d'application. C'est ce que nous allons montrer par un exemple.

Considérons un corps ayant pour poids 1 kilogramme, et soulevons-le verticalement, d'un mouvement uniforme, à 1 mètre de hauteur; d'après ce qu'on vient de voir (19), la force musculaire nécessaire et suffisante est de 1 kilogramme (*); le travail effectué par cette force est *l'unité du travail* adopté en Mécanique; on l'appelle *kilogrammètre*. — Or, si l'on veut soulever verticalement, d'un mouvement uniforme, à 1 mètre de hauteur, un corps dont le poids est P kilogrammes, la force musculaire développée doit être P fois plus grande; le travail effectué sera P kilogrammètres. — Enfin, si le même corps, pesant P kilogrammes, est soulevé à une hauteur de h mètres, le travail effectué sera encore h fois plus grand, c'est-à-dire qu'il aura pour mesure, en kilogrammètres, le produit des deux nombres P et h, et l'on aura, en représentant ce travail par W,

$$W = Ph.$$

21. Travail moteur. — Travail résistant. — Dans l'exemple que nous venons de choisir, la force musculaire, qui est dirigée dans le sens du déplacement, est dite *motrice*, et son travail est dit *moteur*. D'autre part, le poids du corps, qui est une force dirigée en sens contraire du déplacement, est une force *résistante;* son travail est dit *résistant*.

Tant que le mouvement est uniforme, la force motrice et la force résistante sont égales; les déplacements des points d'application étant les mêmes, le travail moteur est égal au travail résistant.

22. Travail d'une force, pour un déplacement dans une direction autre que celle de la force. — Si le point d'application A d'une force F (*fig.* 12) se déplace *dans une direction différente de celle de la force*, d'une longueur AB égale à e, on peut remplacer la force F par deux composantes, dont l'une F″ serait dirigée perpendiculairement au déplacement, et l'autre F′, dans la direction du déplacement lui-même. La première n'a évidemment aucun effet sur le mouvement effectué; la force F′ est la seule dont on doive considérer l'action. On prend alors, comme travail de la force considérée, le travail W de la *composante efficace*. L'expression de ce travail est

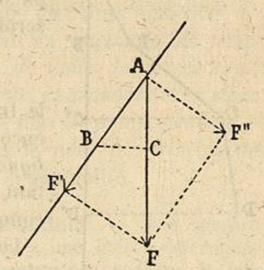


Fig. 12.

$$W = F'e,$$

et ce travail sera *moteur* ou *résistant* selon que la composante efficace sera dirigée dans le sens du mouvement ou en sens inverse.

(*) En réalité, pour mettre ce corps en mouvement, il faudra, pendant un intervalle de temps très court θ, lui appliquer une force musculaire un peu plus grande $1+\varepsilon$. L'excès ε de cette force sur le poids, agissant de bas en haut pendant le temps θ, augmentera progressivement la vitesse, de zéro à v. — Au bout du temps θ, la force musculaire n'étant plus que 1 kilogramme, le mouvement deviendra uniforme et le corps conservera la vitesse v. — Un peu avant que le corps ait parcouru 1 mètre, pour le ramener au repos, on ne lui appliquera plus, pendant le même intervalle de temps θ, qu'une force musculaire un peu moindre $1-\varepsilon$; l'excès ε du poids sur la force musculaire, agissant de haut en bas, diminuera progressivement la vitesse, jusqu'à la rendre nulle au bout du temps θ. — Quand on considère le corps comme constamment soumis à une force musculaire de 1 kilogramme, on néglige les petites variations que doit éprouver cette force, au début et à la fin du mouvement.

Dans le cas particulier où la force est *constante en grandeur et en direction*, on remplace cette expression du travail par une autre, qui va nous conduire à une conséquence remarquable.

Désignons par α l'angle BAF et par z la projection AC du déplacement AB sur la direction de la force; on a les égalités :

$$F' = F \cos \alpha \qquad e = \frac{z}{\cos \alpha};$$

si, dans l'expression du travail W, on remplace F' et e par ces valeurs, l'expression de ce travail devient

$$W = Fz,$$

c'est-à-dire que ce travail a pour mesure *le produit de la force par la projection du déplacement sur la direction de la force.*

Ce résultat subsiste encore si le mobile se déplace suivant une ligne brisée ABCD (*fig.* 13). En projetant sur la direction AF les déplacements rectilignes successifs, on voit que les travaux successifs de la force F seront :

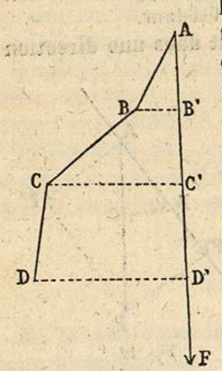


Fig. 13.

$$F \times AB', \quad F \times B'C', \quad F \times C'D';$$

le travail total sera donc $F \times AD'$. — Il serait encore le même si le mobile suivait *une autre ligne brisée quelconque* (ou une ligne *courbe*), partant du point A et se terminant à un point quelconque pris sur la droite DD'.

Lorsque *plusieurs forces* F, F_1, F_2... agissent simultanément sur un mobile, et lorsqu'elles ont une résultante, on démontre en Mécanique que, pour un déplacement donné, le travail de la résultante est égal à la somme algébrique des travaux des composantes F, F_1, F_2,.... Dans cette somme algébrique, le travail d'une force est compté positivement ou négativement, selon qu'il est moteur ou résistant.

23 Force vive. — Principe des forces vives. — On appelle *force vive* d'un point matériel, à un instant déterminé, le demi-produit de sa masse par le carré de sa vitesse, $\frac{1}{2}mv^2$. Cette expression est toujours positive, quel que soit le signe de la vitesse v.

Soit un point de masse m, animé d'une vitesse initiale v_0; sa force vive initiale est $\frac{1}{2}mv_0^2$. Faisons agir sur ce point, dans le sens de son mouvement, une force constante F; le mouvement devenant uniformément accéléré (9), la vitesse au bout du temps t est :

$$v = v_0 + \gamma t;$$

d'où l'on tire :

$$v - v_0 = \gamma t, \qquad v + v_0 = 2v_0 + \gamma t,$$

$$v^2 - v_0^2 = 2\gamma\left[v_0 t + \frac{\gamma t^2}{2}\right] = 2\gamma e.$$

Par suite,

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = m\gamma e = Fe.$$

L'accroissement de la force vive est donc égal au produit Fe, qui mesure le travail moteur de la force pendant l'intervalle de temps considéré, c'est-à-dire le travail *reçu* par le point matériel qui obéit à l'action de la force.

Si la force F était dirigée en sens inverse du mouvement du mobile, le mouvement serait uniformément retardé, la vitesse v serait plus petite que la vitesse initiale, et la diminution de la force vive serait égale au travail résistant de la force pendant l'intervalle de temps considéré, c'est-à-dire au travail *produit* par le point matériel qui s'est déplacé malgré la force.

On démontre, en Mécanique, le théorème général suivant : Quand un système solide, formé d'un nombre quelconque de points matériels, est animé d'un mouvement quelconque, *pendant un intervalle de temps déterminé, la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées aux différents points du système est égale, en grandeur et en signe, à la variation de la somme des forces vives de tous les points pendant ce même temps.* — C'est l'énoncé connu sous le nom de *principe des forces vives*, principe dont nous admettrons la généralité.

24. Transmission du travail dans les machines. — Une *machine simple* (levier, treuil) est un corps solide, assujetti à une liaison déterminée, et auquel sont appliquées deux forces non directement opposées, la *puissance* et la *résistance*.

Dans la plupart des cas, la machine sert à utiliser le travail qui correspond à un déplacement du point d'application de la puissance, pour produire un déplacement du point d'application de la résistance. Les travaux correspondant à ces deux déplacements sont toujours *égaux en valeur absolue* : c'est ce que nous allons montrer, en prenant comme exemple le levier.

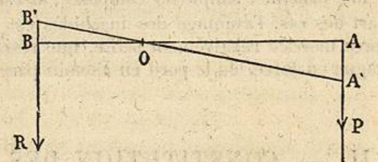


Fig. 14.

Le *levier* est une barre rigide AB, mobile autour d'un point O (*fig.* 14); la fixité du point O constitue la *liaison*. — La résistance appliquée au point B est, par exemple, le poids d'un corps pesant, que l'on veut soulever au moyen d'une force musculaire, la puissance, appliquée au point A. Supposons le levier *au repos* : la résultante des deux forces P et R doit passer par le point d'appui O; elle a pour effet d'appuyer le levier sur son point fixe, et développe une force égale et directement opposée, la