soit arrivée à une position approchée; on fixe ensuite la pièce Q, et au moyen de la vis g on fait monter ou descendre la pièce P jusqu'à ce que la coïncidence paraisse rigoureusement établie. On note alors la division de la règle qui est immédiatement au-dessous du zéro du vernier mn et le numéro du vernier qui coïncide avec une division de la règle. Supposons par exemple que, le vernier étant au cinquantième, on ait lu 37 millimètres sur la règle, et le numéro 43 du vernier. — On amène ensuite de la même manière le réticule à coïncider avec l'image du second point. On lira, par exemple, 35 millimètres sur la règle et le numéro 12 sur le vernier. — On en conclura que la distance verticale des deux points est 2 millimètres et 31 cinquantièmes de millimètre, ou $2^{mm},62$, à $0^{mm}02$ près.

LIVRE PREMIER

PESANTEUR ET HYDROSTATIQUE

CHAPITRE PREMIER

PESANTEUR

I. — PESANTEUR. — CENTRE DE GRAVITÉ

39. Direction de la pesanteur. — Verticale. — On donne le nom de *pesanteur* à la cause qui sollicite les corps à tomber vers le sol, et qui détermine ce mouvement quand les corps ne sont pas soutenus.

Suspendons à l'extrémité d'un fil un corps quelconque, une balle de plomb, par exemple, et prenons à la main l'autre extrémité du fil : l'effort que nous avons à faire pour soutenir le corps montre qu'il est sollicité par une *force*, à laquelle cet effort fait équilibre. — Quant à la direction de cette force, c'est évidemment celle que prend le fil lui-même, quand il arrive au repos : cette direction est ce qu'on nomme la *verticale*.

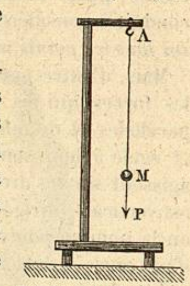

Fig. 22. Fil à plomb.

Cet instrument si simple, que l'on réalise en suspendant à l'extrémité d'un fil un corps solide quelconque (*fig.* 22), est ce qu'on nomme un *fil à plomb*.

40. Tout se passe comme si la pesanteur était due à une attraction émanant du centre de la terre. — Lorsqu'on place plusieurs fils à plomb à côté les uns des autres, ils paraissent parallèles, c'est-à-dire que leurs directions semblent ne jamais devoir se rencontrer, quelque loin qu'on les prolonge. — Mais, d'autre part, l'observation montre que, en chaque point du globe, *la verticale est perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles*. Or, la surface des eaux qui recouvrent une partie considérable du globe est sensiblement sphérique; donc, en chaque point, les directions prolongées de toutes les verticales iraient passer sensiblement par le centre de la Terre.

Dès lors, si deux verticales, menées en des points du globe voisins l'un de l'autre A et A' (*fig.* 23), semblent parallèles, c'est que le point où elles iraient se rencontrer est à une distance considérable, par rapport à la distance des points où on les observe. Mais, si l'on considère des verticales menées en des points suffisamment éloignés l'un de l'autre à la surface du globe, comme A et B, ou A et C, ces verticales font entre elles un angle d'autant plus grand que la distance des deux points est plus considérable.

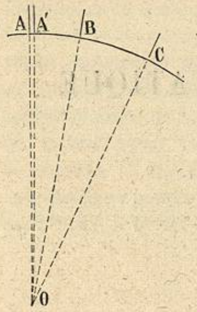

Fig. 23.

Enfin, puisque la verticale, en chaque point du globe, est la direction que suivent les corps pesants, abandonnés à eux-mêmes, on peut dire que tout se passe comme si la pesanteur était due à une *attraction* exercée par la Terre sur les corps, et comme si cette attraction *émanait du centre même du globe* (*).

41. Poids d'un corps. — Centre de gravité. — Lorsqu'on divise un corps quelconque en parties de plus en plus petites, l'observation montre que chacune de ces parties est *pesante*, c'est-à-dire qu'elle tombe quand aucun obstacle ne s'oppose à sa chute. — On est ainsi conduit à considérer l'action de la pesanteur comme s'exerçant à la fois *sur tous les points matériels* dont chaque corps se compose.

Mais, d'autre part, tant que ces divers points sont réunis entre eux, les forces qui les sollicitent, et qui doivent être considérées comme parallèles et de même sens, ont une résultante de même sens qu'elles et égale à leur somme (15). Donc les forces dues à la pesanteur, qui agissent sur les divers points d'un même corps, ont une résultante qui est verticale, dirigée de haut en bas, et égale à la somme de ces forces; on la nomme *poids* du corps. — De là, la définition suivante : *Le poids d'un corps est la résultante des actions de la pesanteur sur tous les points de ce corps.*

Enfin, on sait que la résultante de tout système de forces parallèles passe par un point qui demeure invariable, quelle que soit la direction de ces forces par rapport au corps, pourvu qu'elles restent parallèles entre elles et qu'elles conservent leurs rapports d'intensité (16) : ce point s'appelle, en général, le *centre des forces parallèles;* dans le cas des forces dues à la pesanteur, il prend le nom de *centre de gravité* du

(*) C'est la généralisation de cette idée qui a été le point de départ des immortels travaux de Newton sur les mouvements des astres, et de sa théorie de l'*attraction universelle*. — Dans cette théorie, les mouvements des astres, les uns par rapport aux autres, sont dus à leurs attractions mutuelles, et tout se passe comme si, pour chaque astre en particulier, la force attractive qu'il exerce sur les autres émanait de son centre. Les astres ayant été, à l'origine, lancés dans l'espace, ce sont leurs attractions réciproques qui les maintiennent dans les routes que nous les voyons parcourir.

corps. — Ainsi, *le centre de gravité d'un corps est le point par lequel passe constamment la résultante des forces dues à la pesanteur*, quelque position que l'on donne au corps dans l'espace, et en quelque lieu du globe qu'on le transporte.

42. Détermination expérimentale du centre de gravité. — Lorsqu'un corps est *homogène* (c'est-à-dire lorsqu'il présente, dans toutes ses parties, un même poids sous un même volume), et qu'il est terminé par une surface géométriquement définie, la Mécanique donne des règles qui permettent de trouver la position de son centre de gravité. — Il est, d'ailleurs, des cas où cette position s'obtient immédiatement, par des considérations de symétrie. C'est ainsi que le centre de gravité d'une sphère est au centre de cette sphère; celui d'un parallélépipède, au point de rencontre des diagonales, etc.

Mais, quelle que soit la forme ou la structure d'un corps solide, on peut déterminer le centre de gravité par le procédé expérimental suivant : — On suspend le corps, par l'un quelconque de ses points A, à l'extrémité d'un fil flexible MA (*fig.* 24), et on laisse l'équilibre s'établir.

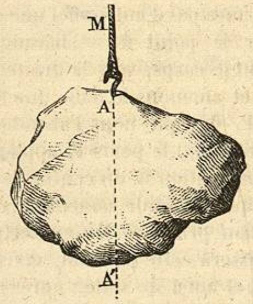

Fig. 24

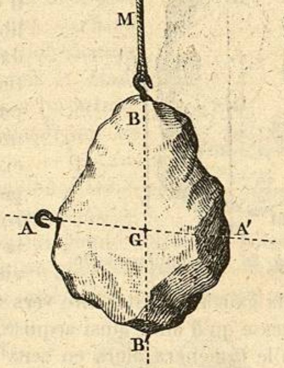

Fig. 25.

Puisque tout se passe comme si le corps était sollicité par une force unique, appliquée en son centre de gravité, il est évident que le fil a dû se placer dans la direction même de cette force : en d'autres termes, si l'on prolonge au travers du corps la direction du fil MA, on peut être certain que ce prolongement AA' passe par la position, encore inconnue, du centre de gravité. — On suspend alors le corps par un autre point quelconque B (*fig.* 25), et on laisse de nouveau l'équilibre s'établir : le prolongement BB' de la direction du fil doit encore passer par le centre de gravité. Ces deux droites AA' et BB' se coupent donc nécessairement en un point G, qui est le centre de gravité cherché.

Remarque. — On est souvent conduit à considérer, comme centre de gravité d'un corps solide, un point qui ne fait pas partie du corps lui-même. Tel est le cas d'un anneau solide, dont le centre de figure est évidemment le centre de gravité. — Si l'on veut, pour la solution d'une question quelconque, remplacer le système des forces élémentaires qui agissent sur les divers points de l'anneau, par une force unique appliquée en son centre, il est clair qu'on devra raisonner comme si le centre était lié à l'anneau lui-même d'une manière invariable.

43. Équilibre d'un corps mobile autour d'un point fixe. — La connaissance du centre de gravité d'un corps permet souvent d'exprimer d'une manière précise les conditions dans lesquelles un corps peut se trouver en équilibre. — Nous allons prendre, comme exemples, deux des cas les plus simples ; et d'abord, le cas d'un corps *soutenu par un de ses points*.

1° *Équilibre stable.* — Soit un corps de forme quelconque M (*fig.* 26), mobile autour d'un de ses points A. Supposons que le centre de gravité G se trouve *sur la verticale menée par le point* A, *et au-dessous du point* A (*fig.* 26). Il est évident que le corps sera en équilibre ; son poids P, appliqué au point G, dans le prolongement même de la direction AG, n'aura pas d'autre effet que d'appuyer sur le point A. — Dérangeons maintenant le corps, vers la droite, par exemple, et amenons-le dans une autre position M'. Dès que nous l'abandonnerons à lui-même, le poids P, appliqué à la nouvelle position G' du centre de gravité, aura pour effet de ramener le corps vers la gauche, c'est-à-dire vers sa position primitive M ; en vertu de la vitesse qu'il aura ainsi acquise, il dépassera cette position, mais son poids le ramènera alors en sens inverse, et ainsi de suite ; après quelques oscillations de part et d'autre de la position M, il reviendra à cette position.

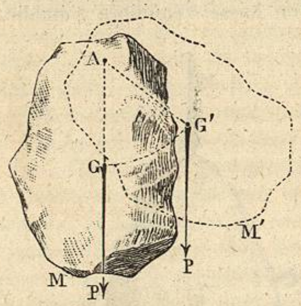

Fig. 26 — Équilibre stable.

On dit alors que la position M est une position d'*équilibre stable*, c'est-à-dire que le corps, si on l'en écarte, tend toujours à y revenir, sous l'action de son poids. — On peut remarquer que c'est la position pour laquelle le centre de gravité est situé *le plus bas possible* au-dessous du point fixe.

2° *Équilibre instable.* — Reprenons maintenant le même corps, mobile toujours autour du point A, et plaçons-le dans une position N, telle que son centre de gravité G se trouve encore *sur la verticale passant par le point* A, mais *au-dessus du point* A (*fig.* 27). Le corps sera encore en équilibre ; son poids P, appliqué au centre de gravité G,

dans une direction GA qui passe par le point A, n'aura pas d'autre effet que d'appuyer sur ce point. — Mais, si l'on dérange le corps, vers la droite par exemple, et qu'on l'amène dans une position telle que N', son poids P, appliqué à la nouvelle position G' du centre de gravité, tendra à l'écarter de plus en plus vers la droite, et à le ramener à la position M de la figure précédente.

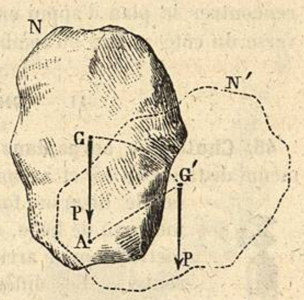

Fig. 27. — Équilibre instable.

On dit alors que la position N est une position d'*équilibre instable*, c'est-à-dire que le corps, si on l'écarte de cette position, continue à s'en écarter de plus en plus, sous l'action de son poids. — On peut remarquer que c'est la position pour laquelle le centre de gravité est situé *le plus haut possible* au-dessus du point fixe.

3° *Équilibre indifférent.* — Considérons enfin le cas tout particulier où le point fixe A serait le *centre de gravité même* du corps (*fig.* 28). — Il est évident que, quelle que soit la position donnée au corps autour de ce point, son poids P, étant alors appliqué au point de suspension lui-même, n'aura jamais d'autre effet que d'appuyer sur ce point.

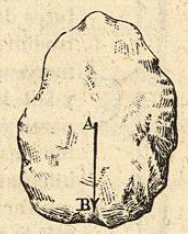

Fig. 28.
Équilibre indifférent.

On dit alors que le corps est en *équilibre indifférent*, c'est-à-dire qu'il reste toujours en équilibre, quelle que soit la position qu'on lui donne autour du point fixe.

44. Équilibre d'un corps placé sur un plan horizontal. — Considérons un corps, comme une chaise ou une table, reposant sur un sol horizontal par un certain nombre de points. Si l'on joint entre eux ces points d'appui, c'est-à-dire les extrémités des pieds de la chaise ou de la table, on obtient un polygone, qu'on appelle *polygone de sustentation.* — Lorsqu'il s'agit d'un corps reposant sur un plan par une surface plane, comme le prisme P ou le prisme P' (*fig.* 29), le polygone de sustentation n'est autre que la base même du prisme, c'est-à-dire la surface qui comprend tous les points par lesquels il touche le plan qui le soutient.

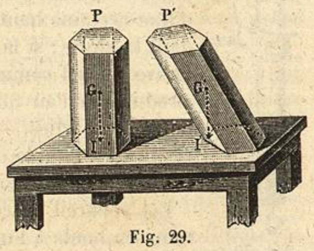

Fig. 29.

Dans tous les cas de ce genre, pour que le corps soit en équilibre, il faut et il suffit que la verticale menée par son centre de gravité vienne rencontrer le plan d'appui *à l'intérieur du polygone de sustentation.* C'est le cas du prisme P dans la figure 29. — Si cette verticale vient rencontrer le plan d'appui en dehors de ce polygone, le corps se renverse du côté même où tombe le pied de la verticale.

II. — CHUTE DES CORPS.

45. Chute des corps dans le vide. — Lorsqu'on abandonne, à la même distance du sol et au même instant, des corps de diverses natures ou de diverses formes, comme une balle de plomb, un morceau de liège, une feuille de papier, on constate qu'ils mettent, pour arriver au sol, des temps sensiblement différents. — Ces différences sont dues uniquement à la résistance de l'air : c'est ce que montre l'expérience suivante.

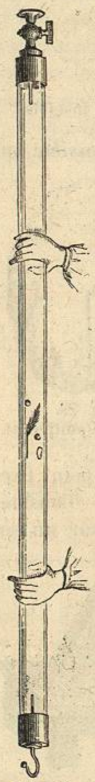
Fig. 30.

On prend un gros tube de verre (*fig.* 30) de deux mètres de longueur environ, fermé à ses extrémités par des garnitures de cuivre, dont l'une est munie d'un robinet. On introduit dans ce tube quelques grains de plomb, de petits morceaux de papier, des barbes de plume, etc.; puis, on y fait le vide au moyen de la machine pneumatique. L'appareil étant ainsi préparé, si on le retourne brusquement, tous les corps qu'il contient arrivent ensemble à l'extrémité inférieure. Si l'on ouvre un instant le robinet pour laisser rentrer un peu d'air, et qu'on recommence l'expérience, on voit le papier et les barbes de plume rester en arrière sur les grains de plomb; le retard est d'autant plus grand qu'il est rentré plus d'air. Enfin, quand on ouvre entièrement le robinet, les différences reparaissent, aussi considérables qu'elles le seraient à l'air libre (*).

46. Marteau d'eau. — Lorsqu'on laisse tomber un liquide d'une certaine hauteur, il se subdivise de plus en plus pendant la chute; si la hauteur de chute est un peu grande, il arrive au sol comme une espèce de pluie. Ce résultat est produit par l'air que le liquide rencontre, et qui s'interpose entre ses parties. — Examinons, en effet, comment se fait la chute d'un liquide dans le vide. Nous emploierons, pour cela, l'appareil connu sous le nom de *marteau d'eau.*

Cet appareil se compose d'un tube de verre (*fig.* 31) terminé en boule à l'une de ses extrémités : on a introduit de l'eau dans le tube, à peu près jusqu'aux deux tiers, et l'on a chassé l'air qui remplissait encore le reste de l'appareil, en faisant bouillir vivement l'eau dans le tube, avant de fermer à la lampe la

(*) Pour faire concevoir, au moins d'une manière générale, les différences que présente la chute des divers corps *dans l'air*, considérons un cas particulièrement

pointe qui surmonte la boule. — Prenons le tube à la main et retournons-le d'abord lentement, de manière à accumuler toute l'eau du côté de la boule; puis redressons-le brusquement, dans la position indiquée par la figure : le liquide tombe tout d'un bloc, et produit alors, contre le fond du tube, un choc qui a fait donner à cet appareil son nom de *marteau d'eau.*

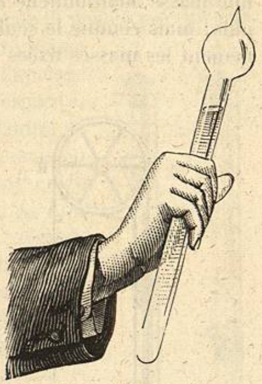
Fig. 31. — Marteau d'eau.

La subdivision d'un liquide pendant la chute, telle qu'elle se produit dans les conditions ordinaires, est donc due à l'interposition de l'air.

47. Lois de la chute des corps. — Principe de la machine d'Atwood. — Puisque tous les corps prennent dans le vide, sous l'action de la pesanteur, des mouvements identiques, il suffit d'étudier les lois de la chute pour *un seul corps.* — Mais l'étude directe de la chute libre d'un corps *dans le vide* présenterait de grandes difficultés pratiques. Pour étudier les lois du mouvement, on a eu recours à diverses dispositions : l'une des plus simples consiste dans l'emploi de la machine d'Atwood.

La machine d'Atwood, réduite à ses éléments essentiels, se compose d'une poulie R (*fig.* 32) sur laquelle passe un fil de soie très léger,

simple. — Partageons une feuille de papier en deux parties égales. Plions l'une d'elles de manière à en former un petit bloc compact; laissons l'autre déployée et plaçons-la horizontalement, à la même distance du sol que la première. Ces deux corps ont évidemment une même masse m et un même poids p; et cependant, si on les abandonne, le premier vient rencontrer le sol bien avant le second. — Or, pour un corps animé d'une vitesse déterminée, la résistance opposée par l'air doit être considérée comme une force dirigée en sens contraire du mouvement, et d'autant plus grande que la surface par laquelle le corps rencontre l'air est plus considérable. Donc, si l'on supposait ces deux corps animés, à un instant déterminé, d'une même vitesse, le premier éprouverait une résistance r, tandis que le second, eu égard à l'étendue de la surface par laquelle il rencontre l'air, éprouverait une résistance R beaucoup plus grande. Ces deux masses égales étant alors sollicitées, l'une par la force $p - r$, l'autre par la force $p - R$, l'accroissement de vitesse éprouvé par la première, dans l'instant suivant, serait supérieur à l'accroissement de vitesse éprouvé par la seconde. Cela revient à dire que les mouvements de ces deux corps ne peuvent être identiques à aucun instant.

Dans la plupart des cas, la loi du mouvement de la chute d'un corps dans l'air est très complexe, la résistance de l'air allant en croissant avec la vitesse. — Si l'on considère, en particulier, un corps formé d'une matière très dense, et ne rencontrant l'air que par une petite partie de sa surface, on peut, tant que la vitesse ne devient pas très grande, considérer la résistance r comme négligeable. Un pareil corps, tombant sous l'action d'une force constante, prend alors un mouvement uniformément accéléré (9). — Si, au contraire, la forme du corps est telle, qu'il rencontre l'air par une portion assez étendue de sa surface, il arrive bientôt un moment où la résistance de l'air tend à devenir égale en grandeur au poids du corps, en sorte que le mouvement tend à devenir uniforme.

supportant à ses extrémités des masses égales M, M, en sorte que les poids de ces masses se font équilibre. Si maintenant on vient à placer une masse additionnelle m sur l'une des masses M, l'équilibre n'existe plus; mais comme le seul poids de la masse m doit entraîner simultanément les masses fixées aux deux extrémités du fil, on conçoit que ce

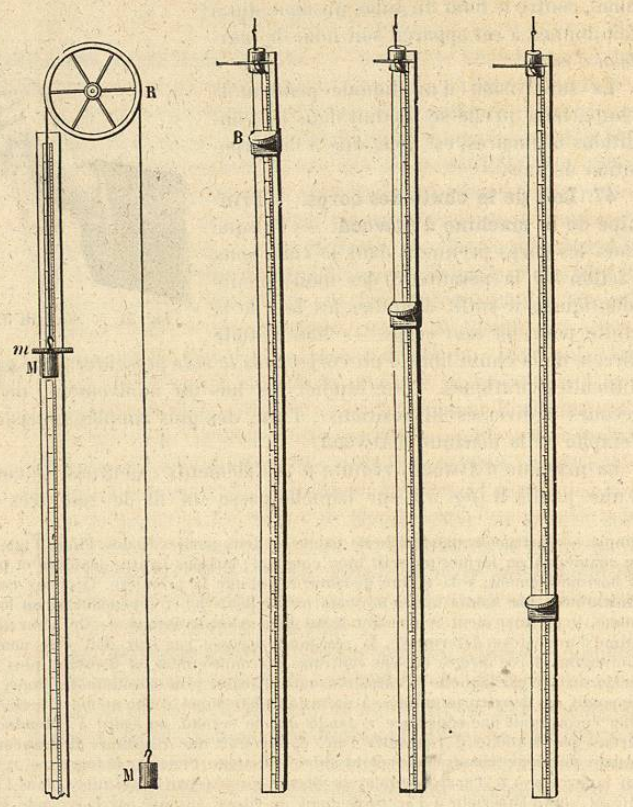

Fig. 32. Fig. 33. Fig. 34. Fig. 35.

mouvement doit être plus lent que celui de la chute libre. — Nous allons l'étudier d'abord, et nous indiquerons ensuite comment il peut conduire aux lois de la chute libre.

Loi des espaces. — Pour déterminer la loi suivant laquelle varient les *espaces* parcourus au bout des temps successifs, on emploie une règle verticale divisée, le long de laquelle descend la masse $M + m$. Cette masse est maintenue au zéro de la règle, jusqu'au moment où le

battement d'une horloge marque le commencement d'une seconde déterminée; la masse est alors abandonnée; on cherche, par tâtonnements, et en recommençant plusieurs fois l'expérience, en quel point de la règle il faut placer une plaque horizontale B portée par un curseur (*fig.* 33), pour qu'elle soit frappée par cette masse à l'instant où l'on entend le battement de l'horloge qui termine cette seconde. On connaît ainsi l'espace e_1 qui est parcouru en une seconde. — On détermine de la même manière les espaces e_2, e_3... parcourus en 2, 3... secondes (*fig.* 34 et 35). En comparant entre eux ces résultats, on trouve que les espaces e_1, e_2, e_3... sont entre eux comme les nombres 1, 4, 9..., c'est-à-dire *comme les carrés des temps.* — C'est la *loi des espaces*, pour le mouvement du système actuel.

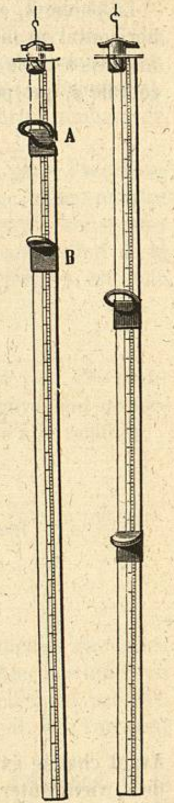

Fig. 36. Fig. 37.

Loi des vitesses. — Si maintenant on se propose de mesurer directement, avec l'appareil, les *vitesses* acquises par le système à différents instants du mouvement, on emploie un autre curseur, portant un anneau A (*fig.* 36), qui laissera passer la masse M sans la toucher, mais qui arrêtera au passage la masse additionnelle m, dont la forme est allongée. — On place d'abord l'anneau à la division e_1, de manière que la masse m soit enlevée au bout d'une seconde; à partir de ce moment, la masse M continue à descendre d'un mouvement uniforme, avec la vitesse qu'elle possédait au moment de la suppression du poids de la masse m (5, 2°). On cherche ensuite en quel point il faut placer la plaque B, pour qu'elle soit rencontrée une seconde après la suppression de la masse m; la distance des points A et B donne l'espace parcouru en une seconde, dans ce mouvement uniforme, c'est-à-dire la vitesse que le corps avait acquise en arrivant en A, et qu'il a conservée de A en B; soit v_1 cette vitesse. — On détermine de la même manière les vitesses v_2, v_3... acquises au bout de 2, 3... secondes de chute, en plaçant convenablement les deux curseurs (*fig.* 37). On trouve que les vitesses v_1, v_2, v_3... sont entre elles comme les nombres 1, 2, 3..., c'est-à-dire *proportionnelles aux temps.* — C'est la *loi des vitesses*, dans le mouvement actuel (*).

(*) Si, prenant les résultats numériques fournis par ces expériences, on compare la vitesse v_1 à l'espace parcouru e_1, on constate que v_1 est double de e_1.

Il en est d'ailleurs toujours ainsi dans un mouvement uniformément accéléré, et sans vitesse initiale. En effet, si l'on fait $t = 1$ dans les formules établies précédemment (4, *Remarque*), il vient : $v_1 = \gamma$, $e_1 = \frac{\gamma}{2}$, et, par suite, $v_1 = 2e_1$.

48. Détails de construction de la machine d'Atwood. — La figure 38 représente cette machine, telle qu'on l'emploie pour les expériences de Cours. — L'appareil est fixé contre un mur, à une hauteur aussi grande que possible au-dessus du sol.

La poulie R, en aluminium, est mobile autour d'un axe que l'on rend horizontal au moyen des vis calantes V (*). La masse $M + m$ est soutenue, vis-à-vis le zéro de la règle graduée AB, par une plate-forme horizontale *s*, qui peut, à un moment donné, basculer autour d'un axe.

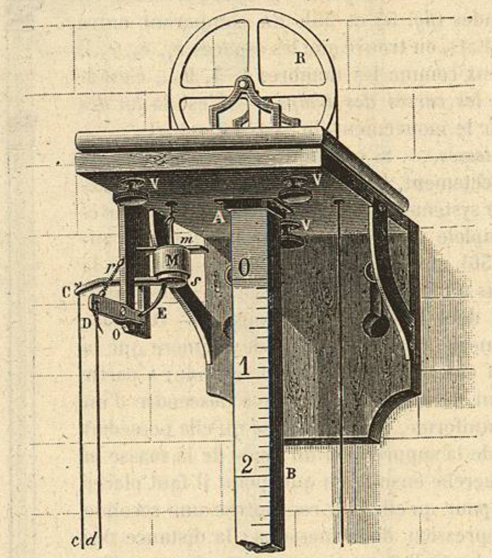

Fig. 38. — Machine d'Atwood.

Avant chaque expérience, la pièce E, en forme d'arc de cercle, solidaire de *s*, vient buter contre l'extrémité du levier D, en sorte que la plate-forme *s* est immobilisée. — Lorsque le battement de l'horloge marque le commencement d'une seconde, on agit sur le levier D, au moyen du cordon *d*, de manière à dégager le butoir E; la plate-forme *s* bascule, et la masse $M + m$ se met en mouvement. — Pour recommencer une

(*) Pour donner une mobilité aussi grande que possible à la poulie R, on la fait quelquefois reposer, par chacune des extrémités de son axe, sur les jantes croisées de deux roues : le mouvement de rotation de la poulie R produit alors une rotation beaucoup plus lente des quatre roues qui supportent l'axe, et ne détermine, sur les jantes de ces roues, qu'un frottement de roulement inappréciable; d'autre part, les axes des roues n'éprouvent, sur leurs supports, que des frottements très faibles, en raison de la lenteur du glissement.

expérience, on ramène la masse $M + m$ au-dessus du zéro de la règle, et au moyen du cordon *c* on relève la plate-forme *s* dans la position horizontale; un ressort à boudin *r* ramène alors le levier D dans sa position primitive.

49. Le mouvement des corps tombant en chute libre, dans le vide, est uniformément accéléré. — On vient d'obtenir deux lois expérimentales, dont une seule suffirait pour établir que le mouvement, *dans la machine d'Atwood*, est uniformément accéléré (4, *Remarque*). Il est facile d'en conclure que le mouvement d'un corps tombant *en chute libre* est de même nature.

En effet, désignons par p le poids de la masse m, et par γ l'accélération dans l'expérience qu'on vient de faire. L'expérience même montre que γ est une quantité constante, égale aux différences constantes $v_2 - v_1$, $v_3 - v_2$.... Cette accélération est produite par l'action de la force p sur la masse de tout le système $2M + m$; la force p est donc constante, et l'on a (12) :

$$p = (2M + m)\gamma.$$

Donc, si la masse m était abandonnée seule dans le vide, elle prendrait, sous l'action de cette force constante p, un mouvement uniformément accéléré (9), et l'accélération g satisferait alors à la relation

$$p = mg.$$

En divisant ces deux relations membre à membre, il vient

$$\frac{g}{\gamma} = \frac{2M + m}{m} \quad \text{ou} \quad g = \gamma\,\frac{2M + m}{m}.$$

On voit ainsi que les lois de la chute libre sont les mêmes que celles du mouvement dans la machine d'Atwood; mais cette machine, en ralentissant le mouvement, permet d'établir plus facilement ces lois. — Enfin, c'est à cause du ralentissement du mouvement, que l'on peut considérer la résistance de l'air comme négligeable (*).

50. Vérification directe, au moyen de la machine d'Atwood, de la proportionnalité des forces aux accélérations qu'elles impriment à un même système. — Il est intéressant de voir comment on peut vérifier, à l'aide de la machine d'Atwood, que deux forces constantes

(*) Quant à la détermination de la valeur numérique de g, il semble qu'il suffirait, pour l'obtenir, de prendre la valeur de γ fournie par l'expérience, et de la multiplier par le rapport $\frac{2M + m}{m}$, rapport que la balance peut fournir avec une grande précision. — Mais, en réalité, les erreurs commises dans la mesure d'un espace si petit et d'un temps si court, jointes à celles qu'introduisent l'influence des frottements et la masse de la poulie, enlèveraient à cette méthode toute exactitude. — On verra plus loin comment on détermine la valeur de g avec précision, au moyen du pendule (58).

sont entre elles comme les accélérations qu'elles impriment à un même système (10).

Plaçons, sur l'une des masses constantes M (*fig.* 38), cinq petites masses additionnelles, ayant chacune un poids p. La force qui déterminera le mouvement du système sera $5p$. Mesurons l'accélération γ, en prenant, par exemple, le double de l'espace parcouru au bout de la première seconde (note de la page 37). — Transportons alors l'une des masses additionnelles à l'autre extrémité du fil; le système à mettre en mouvement sera encore le même, mais la force productrice du mouvement sera $4p - p$, c'est-à-dire $3p$; déterminons encore, par l'expérience, l'accélération γ'. — On constatera, sur les valeurs numériques de γ et γ' ainsi obtenues, qu'on a

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{5}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{5p}{3p},$$

égalité qui vérifie le principe énoncé.

51. Principe de l'appareil du général Morin. — L'appareil du général Morin est destiné à la détermination directe des lois de la chute libre, sous l'action de la pesanteur.

Réduit à ses éléments essentiels, cet appareil se compose d'un cylindre vertical, couvert d'une feuille de papier, et animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe TT' (*fig.* 39); au niveau de sa base supérieure, se trouve un corps pesant D, muni d'un crayon horizontal dont la pointe appuie légèrement sur le papier. — Si l'on vient à abandonner ce corps pendant que le cylindre est en mouvement, le crayon trace sur la feuille une courbe telle que CMNPB.

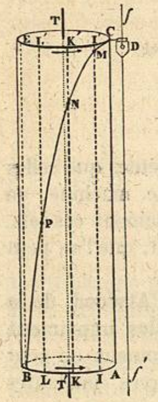

Fig. 39.

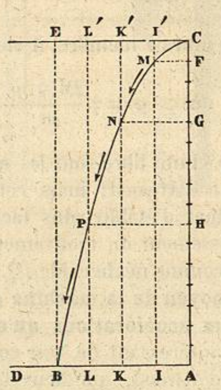

Fig. 40.

L'expérience étant faite, coupons la feuille de papier suivant la verticale CA qui passe par le point de départ C du crayon, et développons-la sur un plan (*fig.* 40); la droite CE, perpendiculaire à CA, n'est autre que le développement de la circonférence qui serait tracée, par le crayon supposé immobile, sur la surface du cylindre tournant. Menons maintenant des droites II', KK', LL'..., parallèles à CA et équidistantes entre elles : soient M, N, P..., les points où ces droites rencontrent la courbe. — Lorsque, pendant l'expérience, le crayon s'est trouvé en M, la génératrice I'I du cylindre avait pris, sous la verticale décrite par la pointe du crayon, la place de CA; de même, quand le crayon s'est trouvé en N, c'est la génératrice K'K qui avait pris la place de CA. Or, puisque le mouvement de rotation du cylindre est uniforme, ces substitutions ont eu lieu à des intervalles de temps égaux; en d'autres termes, les temps qu'il a fallu, pour que le crayon arrivât aux points M, N, P, peuvent être considérés comme mesurés par les distances CI', CK', CL'; c'est-à-dire que ces temps sont entre eux comme les nombres 1, 2, 3.... — D'autre part, les espaces décrits verticalement par le crayon, à ces mêmes instants, sont I'M, K'N, L'P.... Or, en mesurant ces longueurs sur la feuille, on constate qu'elles sont entre elles comme les nombres 1, 4, 9..., c'est-à-dire comme les carrés des temps correspondants.

Donc, *les espaces parcourus en chute libre sont proportionnels aux carrés des temps* : cette loi suffit, comme on l'a vu (4, *Rem.*), pour caractériser un mouvement *uniformément accéléré* (*).

52. Détails de construction de l'appareil du général Morin. — Les conditions que l'on vient de supposer remplies sont réalisées de la manière suivante :

Le corps pesant, dont on doit étudier le mouvement, est une petite masse de fonte D (*fig.* 41), de forme cylindro-conique : la densité de la fonte étant très grande, la perte de poids que ce corps éprouve dans l'air n'a qu'une valeur relative peu considérable, et sa forme lui permet de fendre plus facilement l'air pendant le mouvement. Il porte un petit crayon qui vient s'appuyer sur le cylindre tournant SS, et, pour que ce frottement ne le fasse pas dévier de la verticale, on y a ménagé deux petits appendices munis de trous, dans lesquels passent deux fils métalliques verticaux ff', gg', servant de guides. — Le crochet a, engagé d'abord dans le crochet b, sert à maintenir le corps D, jusqu'au moment où il sera abandonné sous l'action de la pesanteur.

Pour faire une expérience, on règle d'abord la verticalité de l'axe du cylindre, au moyen des vis calantes V, V, V; puis, au moyen de la manivelle h, on enroule sur le tambour U la corde qui soutient le

(*) Théoriquement, il semble que, pour déduire du résultat de l'expérience la valeur numérique de l'accélération g, il suffirait de connaître la vitesse de rotation que possédait le cylindre, ou le nombre de tours ou fractions de tours effectués en une seconde. — En effet, on connaîtrait alors la grandeur de l'*arc parcouru en une seconde* par un point de la surface du cylindre : alors, en mesurant, *avec cette unité*, la distance CL', par exemple (*fig.* 40), on connaîtrait le temps écoulé depuis le commencement de la chute du corps jusqu'à l'instant où il est arrivé en P. D'autre part, la mesure de la longueur L'P, en centimètres, donnerait l'espace parcouru à cet instant. Par suite, dans la formule $e = \frac{gt^2}{2}$, on connaîtrait un système de valeurs numériques correspondantes de t et de e, ce qui permettrait de calculer g.

Mais cette méthode offre, dans la détermination de chacune des deux quantités t et e, des difficultés pratiques qui ne permettraient d'obtenir g qu'avec une approximation très grossière. — La méthode du pendule, qui sera exposée plus loin (58), est la seule qui présente une précision suffisante.

poids R. Lorsqu'on vient ensuite à abandonner le tambour, le système se met en mouvement en sens contraire, sous l'action du poids R : ce mouvement est transmis, par une roue dentée, à une vis sans fin v, placée sur l'axe du cylindre SS, en sorte que le cylindre lui-même est

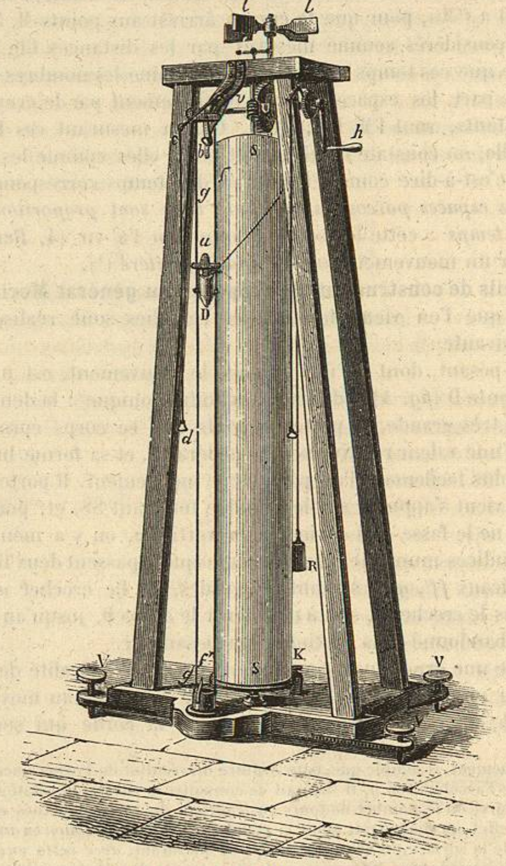

Fig. 41. — Appareil du général Morin.

mis en mouvement. Ce mouvement tendrait à s'accélérer sans cesse : mais, les ailettes l, l étant entraînées en même temps et rencontrant dans l'air une résistance qui augmente rapidement avec la vitesse, il arrive bientôt un moment où la vitesse devient sensiblement constante : ce moment est généralement atteint quand le poids moteur R a

effectué environ les deux tiers de sa descente. — C'est alors que, en tirant sur le cordon *cd*, on dégage le crochet *b*; la masse D se met en mouvement, et le crayon trace sur le papier la courbe qui donne la loi de la chute.

III. — PENDULE.

53. Mouvement du pendule simple. — Nous appellerons *pendule*, un corps pesant quelconque, mobile autour d'un axe fixe, appelé *axe de suspension*, cet axe ne passant pas par son centre de gravité. — Dans le pendule ainsi défini, chaque point du corps est assujetti à décrire un arc de cercle dont le centre est sur l'axe de suspension; la perpendiculaire menée du point considéré sur l'axe de suspension demeure toujours dans un même plan (*).

Le pendule est en équilibre stable, lorsque son centre de gravité est au-dessous de l'axe de suspension, dans le plan vertical passant par cet axe (43, 1°); si on le dérange de cette position, il y revient, en exécutant de part et d'autre une série d'oscillations.

Pour analyser le phénomène, nous imaginerons d'abord un pendule idéal, le *pendule simple*, qui se composerait d'un point matériel suspendu à l'extrémité d'un fil sans poids, flexible, nextensible, l'autre extrémité du fil étant fixe. Pour se rapprocher de ces conditions toutes théoriques, on pourra employer une petite sphère pesante M, suspendue à un fil fin et flexible (*fig.* 42).

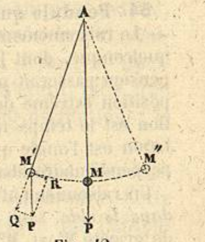

Fig. 42. Pendule simple.

Si l'on amène le pendule dans la position AM′ et qu'on l'abandonne à lui-même, il ne peut conserver cette position. En effet, le poids P de la sphère, qui est une force verticale, peut se décomposer en deux forces : l'une Q, dirigée suivant le prolongement du fil, et qui n'a d'autre effet que de le tendre; l'autre R, perpendiculaire à cette direction, c'est-à-dire tangente à l'arc de cercle M′M, et qui sollicite la sphère à revenir vers le point M. Comme il en est de même tant que la sphère est à gauche de M, celle-ci parcourt, avec une vitesse croissante, l'arc de cercle M′M. Arrivée en M, elle dépasse la position d'équilibre, en vertu de la vitesse acquise; mais la composante tangentielle du poids, agissant maintenant en sens contraire du mouvement, diminue peu à peu la vitesse, et finit par l'annuler. A ce moment, le pendule, parvenu en AM″, a accompli *une oscillation*. — La pesanteur continuant à agir sur le corps, il redescend

(*) On appelle plus généralement *pendule*, un corps pesant mobile autour d'un point fixe, appelé *point de suspension*, ce point étant différent du centre de gravité. Chaque point du pendule peut alors se déplacer sur une sphère dont le centre est le point de suspension; la droite qui joint le point considéré au point de suspension décrit un cône; c'est pourquoi ce pendule prend le nom de *pendule conique*.