E,E′, qu'elle soulève un peu au-dessus de leurs couteaux; puis, par les deux appendices H,H′, elle soulève le fléau, de façon que le couteau du milieu ne repose plus sur le plan C; aucun des trois couteaux ne peut donc s'émousser par les frottements, quand la balance n'est pas en expérience. — Quand on veut faire une pesée, on fait descendre la fourchette, en tournant le bouton G en sens contraire; elle replace alors successivement le fléau sur le plan C, puis les étriers sur leurs couteaux, et la balance oscille librement (*).

Les oscillations du fléau étant accusées par les mouvements de l'aiguille sur son cadran, elles sont d'autant plus faciles à apprécier que l'aiguille est plus longue. Or, lorsque l'aiguille est placée au-dessus du fléau, comme dans la figure 44, on ne peut en accroître la longueur sans augmenter la hauteur de l'instrument; les balances de précision portent une aiguille *ab*, placée au-dessous du fléau (*fig.* 48), et dont l'extrémité se meut sur un petit cadran d'ivoire, fixé à la partie inférieure de la colonne.

La sensibilité de l'instrument dépendant de la distance de son centre de gravité à l'axe de suspension (66), on fait en sorte de pouvoir, pour les recherches précises, déplacer un peu ce centre de gravité. Pour cela, on fixe, au milieu du fléau, une tige verticale sur laquelle on peut faire mouvoir, au moyen d'un pas de vis, soit une virole métallique, comme on le voit dans un grand nombre de balances, soit une tige horizontale portant à ses extrémités de petites boules massives, comme dans la figure 48 (**).

(*) La figure 48 représente une disposition particulière, dans laquelle le premier étrier E en supporte un second *e*, mobile sur lui autour d'un axe qui passe par les pointes des deux vis V : les mouvements de ces deux étriers, qui s'effectuent respectivement autour de deux axes horizontaux, perpendiculaires entre eux, permettent aux plateaux d'obéir librement à la pesanteur, en quelque point de leur surface qu'on place les poids.

(**) La balance est entourée d'une cage de verre qui la préserve des mouvements dus aux courants d'air. Pour éviter l'oxydation des pièces d'acier, on dessèche l'air intérieur de la cage en y plaçant un vase V qui contient, soit de la chaux vive, soit de l'acide sulfurique.

CHAPITRE II

HYDROSTATIQUE DES LIQUIDES

— ÉQUILIBRE DES LIQUIDES. — PRINCIPES FONDAMENTAUX.

70. Corps fluides. — Objet de l'hydrostatique. — Les liquides et les gaz présentent ce caractère commun, que leur forme est indéterminée et dépend de celle de l'enveloppe qui les contient; leurs molécules peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres sous l'influence de forces très petites. Cette propriété, qui les distingue des corps solides, les fait comprendre sous la dénomination commune de *fluides*. — L'hydrostatique a pour objet l'étude des fluides à l'état d'équilibre. Elle se divise en deux parties, l'une relative aux liquides l'autre relative aux gaz.

Il y a, en effet, entre les liquides et les gaz, comme on l'a vu (26), une différence essentielle. — Une masse déterminée de gaz, introduite dans une enveloppe fermée, se répand dans tout l'espace qui lui est offert; ce n'est pas seulement sa forme qui varie avec celle de l'enveloppe, mais l'expérience du briquet à air (27) suffit pour montrer que son volume est essentiellement variable avec la pression qu'on lui fait supporter : un gaz est un fluide *compressible et élastique*. — Au contraire, une masse déterminée de liquide, introduite successivement dans des vases de formes diverses, conserve un volume constant; si ce volume est moindre que la capacité du vase, le liquide présente une *surface libre*, par laquelle il n'est pas en contact avec la paroi du vase. Si une capacité comme celle du briquet à air était entièrement remplie par un liquide, le volume du liquide resterait constant, quelles que fussent les pressions qu'on lui fit supporter : un liquide est un fluide *incompressible* (*).

Dans ce chapitre, nous nous occuperons spécialement de l'équilibre des liquides.

(*) Les liquides sur lesquels peuvent porter nos expériences n'éprouvent, comme il a été dit (26, 2°), que des variations de volume très petites, quand on les soumet à des pressions considérables. Dans ce qui va suivre, on supposera toujours qu'il s'agit d'un liquide idéal, rigoureusement *incompressible*.

71. Principe fondamental de l'hydrostatique ou **principe de la transmission des pressions.** — L'hydrostatique tout entière repose sur le principe suivant, énoncé par Pascal :

Quand un liquide, supposé soustrait à l'action de la pesanteur, est enfermé dans une enveloppe dont la paroi porte, en diverses régions, des pistons mobiles, il ne peut y avoir équilibre que si les forces normales qui pressent extérieurement sur les divers pistons sont proportionnelles à leurs surfaces.

On trouve une confirmation de ce principe dans la *presse hydraulique*, dont la première idée est due à Pascal. — Réduite à sa plus simple expression, cette machine se compose de deux cylindres verticaux A et B (*fig.* 49), de diamètres différents, et communiquant entre eux par un tube CD. Dans chacun des cylindres est placé un piston ; l'intervalle compris entre les deux pistons est entièrement plein d'eau.

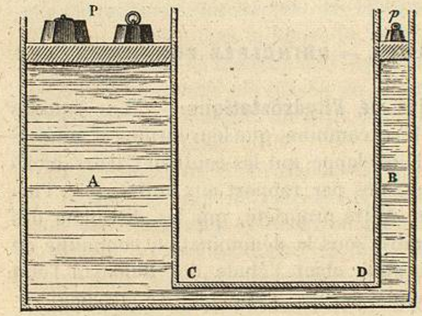

Fig. 49.

Supposons, pour fixer les idées, que la surface du plus grand piston P soit égale à 100 fois celle du petit p. Plaçons sur le petit piston un poids de 4 kilogrammes, par exemple : on reconnaît que le piston P tend à s'élever, et que, pour le maintenir en équilibre, il faut le charger d'un poids 100 fois plus grand, ou 400 kilogrammes. Plus généralement, si l'on désigne par S et S′ les surfaces des deux pistons et par F et F′ les forces qui leur sont appliquées, l'équilibre n'existe que si l'on a $\frac{F}{F'}=\frac{S}{S'}$. — Or la pression exercée extérieurement sur le piston P étant F, la pression sur l'unité de surface de ce piston est $\frac{F}{S}$; de même, la pression sur l'unité de surface du piston P′ est $\frac{F'}{S'}$; ces deux pressions sont égales, puisque l'égalité précédente peut s'écrire $\frac{F}{S}=\frac{F'}{S'}$. On doit donc considérer le liquide comme transmettant au piston P′ la pression qu'il reçoit du piston P, de telle façon que, pour les deux pistons, la pression *sur l'unité de surface* soit la même; et il en serait évidemment ainsi, en quelque point de la paroi que le second piston fût placé. — Cette expression $\frac{F}{S}$, qui mesure,

pour une portion de paroi prise autour d'un point quelconque, la pression sur l'unité de surface, est ce qu'on appelle *la pression en ce point*.

On peut donc donner, du principe de Pascal, cet autre énoncé équivalent :

Quand un liquide, supposé soustrait à l'action de la pesanteur, est enfermé dans une enveloppe, si l'on exerce, en un point de la surface du liquide, une pression déterminée, cette pression est transmise intégralement par le liquide en tous les points de la paroi.

Si la paroi est courbe, chacun des petits éléments plans, dans lesquels on peut la décomposer par la pensée, doit toujours être considéré comme soumis à une pression qui, pour l'unité de surface, aurait la même expression. — En chaque point, cette force est d'ailleurs toujours *normale* à l'élément considéré; car, si elle était oblique, elle pourrait se décomposer en deux forces, l'une normale, et l'autre située dans le plan même de l'élément; cette dernière aurait pour effet de faire glisser sur la paroi les molécules liquides, c'est-à-dire de rompre l'équilibre.

72. Remarque sur l'application du principe qui précède aux liquides pesants. — Comme on ne saurait soustraire un liquide à l'action de la pesanteur, il n'est pas possible de vérifier le principe de Pascal par une expérience rigoureusement exacte. En réalité, l'action de la pesanteur sur les diverses molécules du liquide produit un accroissement dans la pression sur les parois, accroissement d'autant plus grand que les portions de parois considérées sont situées plus bas. Dans la presse hydraulique, les pressions dues à la pesanteur étant généralement très petites par rapport à celles qui résultent des actions exercées sur les pistons, tout se passe à peu près comme si le liquide n'était pas pesant. Mais, dans les cas où ces deux espèces de pressions sont du même ordre de grandeur, on doit considérer la pression totale, sur une portion de paroi déterminée, comme la somme de la pression due aux *actions extérieures* et de la pression due *au poids du liquide*. — Nous savons calculer la première ; nous verrons bientôt comme on évalue la seconde.

73. Égalité de pression dans tous les sens, autour d'un point pris dans l'intérieur d'un liquide en équilibre. — Les pressions que l'on exerce sur la surface d'un liquide, ainsi que les pressions dues à l'action de la pesanteur, se transmettent, non seulement à la paroi du vase, mais encore à tout élément de surface pris dans l'intérieur du liquide.

Pour nous en rendre compte, imaginons un vase CD (*fig.* 50) entièrement rempli par un liquide en équilibre, et supposons que, sur une portion mn de la paroi, de surface S, on exerce une force normale F, à l'aide d'un piston A. Soit B un point quelconque, pris dans l'intérieur du liquide, et soit IH un plan quelconque, mené par ce point. L'équilibre ne sera pas troublé si nous supposons que les molécules liquides comprises dans ce plan viennent à être liées entre elles, de manière à constituer une paroi solide. Mais alors la partie AIHD devient un vase fermé : soit pq une portion très petite du plan IH, de surface s, et comprenant le point B; sur pq s'exerce une force normale f. — Si maintenant on rend la mobilité à toutes les molécules, sauf à celles de la portion pq, il faut, pour que la surface pq reste en équilibre, qu'elle supporte sur son autre face une pression égale et contraire.

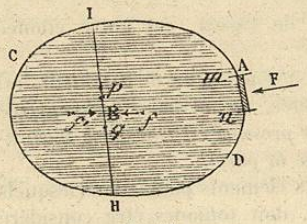

Fig. 50.

Dans le cas idéal d'un liquide non pesant, tout élément de même surface s serait soumis à la même force f, quelle que fût sa position dans l'intérieur du liquide : d'après le principe de Pascal, la *pression* par unité de surface $\frac{f}{s}$ serait toujours égale à $\frac{F}{S}$. C'est ce qu'on exprime en disant que, *à l'intérieur d'un liquide non pesant, la pression serait la même en tous les points.*

En réalité, quand il s'agit d'un liquide pesant, des éléments de même surface supportent des pressions d'autant plus grandes qu'ils sont situés à une plus grande profondeur. Mais si l'on imagine des éléments de même surface s, diversement orientés *autour d'un même point*, ils sont encore sollicités par la même force normale f, en sorte que la pression par unité de surface, pour chacun de ces éléments, a encore la même valeur $\frac{f}{s}$. — C'est là ce qu'on exprime en disant que *dans un liquide en équilibre, la pression est la même dans tous les sens autour d'un même point.*

74. Condition d'équilibre d'un liquide pesant. — Égalité de pression en tous les points d'un plan horizontal — Lorsqu'un liquide est en équilibre, soit sous la seule action de la pesanteur, soit sous l'action de la pesanteur et de pressions extérieures, nous allons démontrer que la condition suivante est réalisée :

Dans un liquide pesant en équilibre, la pression est la même en tous les points d'un même plan horizontal.

Soient deux points m et m', pris dans un même plan horizontal, à l'intérieur d'un liquide pesant en équilibre ABCD (*fig.* 51). Décrivons, autour du point m, dans un plan vertical perpendiculaire à mm', une courbe fermée qui limite un petit élément de surface s, et imaginons un cylindre droit ayant pour bases cet élément et un élément égal passant par le point m'. Si l'on suppose que toutes les molécules comprises

dans ce cylindre soient liées entre elles de manière à constituer un corps solide, ce solide demeurera évidemment en équilibre, au milieu du liquide environnant, sous l'action de son poids et des pressions que le liquide exerce sur toute sa surface. — Or le poids P du cylindre, perpendiculaire à mm', et les pressions exercées sur les divers éléments de la surface convexe, également perpendiculaires à mm', ne peuvent solliciter le cylindre dans le sens de son axe. Donc, si le cylindre est en équilibre, c'est que les forces f et f' exercées normalement sur les deux bases m et m' sont égales entre elles. — Rendons maintenant la fluidité au cylindre, à l'exception des molécules situées dans les éléments plans m et m' : chacun d'eux sera sollicité, sur ses deux faces, par des forces égales à f; c'est-à-dire que la *pression* (par unité de surface) aux deux points m et m' a la même valeur $\frac{f}{s}$. — C'est ce qu'on exprime en disant que, dans un liquide pesant en équilibre, *la pression est la même en tous les points d'un même plan horizontal.*

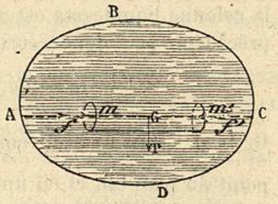

Fig. 51.

75. Différence des pressions en deux points non situés dans un même plan horizontal. — Considérons maintenant, dans une masse liquide, un cylindre droit mn, à arêtes verticales, ayant pour bases deux éléments de surface égaux, d'étendue s (*fig.* 52). Solidifions encore, par la pensée, la partie du liquide qui est comprise dans ce cylindre. Les seules forces qui tendent à déplacer le cylindre dans le sens de son axe sont : le poids P, appliqué au centre de gravité G, et les deux forces f et f', normales aux bases. Puisque l'équilibre existe, la force f', dirigée de bas en haut, doit être égale à la résultante des deux forces f et P dirigées de haut en bas, c'est-à-dire à la somme $f+P$. On a donc $f'-f=P$. En remarquant que la force f' doit être considérée comme appliquée à tout élément de surface s, orienté d'une manière quelconque en un point du plan CD, et que la force f est celle qui serait appliquée à tout élément s pris dans le plan AB, la relation précédente signifie que : *la différence des forces qui pressent deux éléments de surface égaux, pris dans des plans horizontaux différents, est égale au poids d'une colonne cylindrique de liquide ayant pour base l'un des éléments, et pour hauteur la distance de ces deux plans horizontaux.*

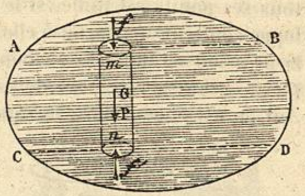

Fig. 52.

On peut donner de cette proposition un autre énoncé. Désignons par z la distance des deux plans horizontaux AB et CD; désignons par d la densité du liquide ; le volume du cylindre mn est sz; la masse de la colonne liquide mn est szd, et son poids est $P = szdg$. La relation précédente peut donc s'écrire :

$$f' - f = szdg, \quad \text{ou encore} \quad \frac{f'}{s} - \frac{f}{s} = zdg.$$

Or $\frac{f'}{s}$ et $\frac{f}{s}$ sont respectivement les pressions par unité de surface en un point du plan CD, et en un point du plan AB; le produit dg est le poids spécifique du liquide (28). Donc, dans un liquide pesant en équilibre, *la différence des pressions en deux points non situés dans un même plan horizontal a pour mesure le produit de la distance de ces deux plans par le poids spécifique du liquide.*

76. Surfaces de niveau. — Dans un liquide en équilibre, on appelle *surface de niveau* une surface passant par tous les points du liquide où la pression a une même valeur. — Il résulte immédiatement des propositions précédentes que, dans un liquide pesant en équilibre, soumis ou non à des pressions extérieures, *les surfaces de niveau sont des plans horizontaux.*

77. Surface libre d'un liquide pesant. — Vases communicants, contenant un même liquide. — Lorqu'un liquide pesant ne remplit pas entièrement le vase qui le contient, il présente une *surface libre.* Cette surface libre est une surface de niveau; en effet, la pression en tous ses points est nulle, si le vide est fait dans l'enveloppe; si l'enveloppe contient un gaz, ou si elle est en communication avec l'atmosphère, la pression a toujours une même valeur en tous les points de la surface libre. — La surface libre doit donc être *plane et horizontale.*

Il en est encore ainsi lorsque le liquide est contenu dans deux vases

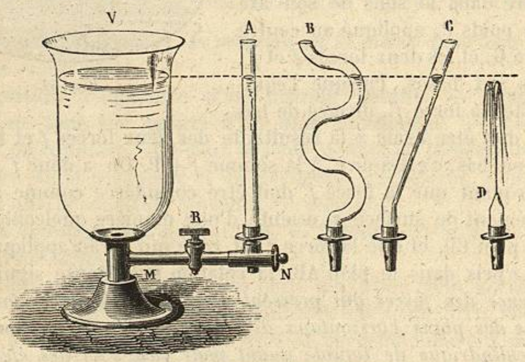

Fig. 53. — Vases communicants.

V et A qui communiquent par leur partie inférieure. — C'est ce qu'on peut vérifier au moyen de l'appareil représenté par la figure 53 : quand on ouvre le robinet R, l'eau s'élève, dans le vase A, au même niveau que dans le vase V. — Il en sera de même quelle que soit la forme, B ou C, du vase que l'on substituera à A.

78. Liquides superposés. — Vases communicants, contenant deux liquides différents. — Lorsqu'un vase ABCD (*fig.* 54) contient deux liquides non miscibles et de densités différentes, de l'eau et de l'huile par exemple, on voit immédiatement :

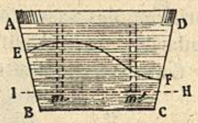

Fig. 54.

1° *Que la surface libre doit être plane et horizontale;*

2° *Que la surface de séparation doit être un plan horizontal;* en effet, si cette surface pouvait affecter une forme telle que EF, il serait impossible que tous les éléments égaux m, m'..., pris sur un même plan horizontal IH et dans le liquide inférieur, fussent toujours également pressés. — Ces conditions étant remplies, pour que l'équilibre subsiste, il faut encore que celui des deux liquides qui a la plus grande densité soit placé à la partie inférieure.

Si maintenant on considère deux vases communicants, et si l'un de ces vases contient deux liquides superposés, il faut, pour qu'il y ait équilibre, *que les hauteurs des liquides dans les deux vases, au-dessus de la surface de séparation, soient en raison inverse de leurs poids spécifiques.* — En effet, prenons un tube en forme d'U, tel que VV' (*fig.* 55); versons-y d'abord une certaine quantité de mercure, puis ajoutons dans le vase V une certaine quantité d'eau : la pression de l'eau déprime le mercure à gauche et le fait monter à droite. L'équilibre étant établi, considérons deux éléments de surface égaux, pris dans le plan AA' qui passe par la surface de séparation des deux liquides, l'un à gauche, dans le vase V, l'autre à droite, dans le vase V' : ces deux éléments doivent supporter la même pression. Or celui de gauche est pressé par le poids d'une colonne d'eau de hauteur AM; celui de droite est pressé par le poids d'une colonne de mercure de hauteur A'N. Mais les poids de volume égaux d'eau et de mercure sont dans le rapport des poids spécifiques de ces deux liquides, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 13,6; pour que les poids de ces deux colonnes de même base soient égaux, il faut donc que les hauteurs AM et A'N soient dans le rapport de 13,6 à 1, c'est-à-dire *en raison inverse des poids spécifiques.* — C'est ce que vérifie l'expérience.

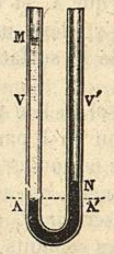

Fig. 55.

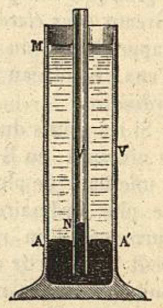

Fig. 56.

L'expérience peut encore être réalisée avec une éprouvette V (*fig.* 56), dans l'axe de laquelle on place un tube de verre ouvert à ses deux extrémités : on verse d'abord du mercure dans l'éprouvette, puis de l'eau à l'extérieur du tube. — On constate que la hauteur de l'eau est égale à treize fois et demie la hauteur du mercure au-dessus de la surface de séparation des deux liquides.

79. Puits ordinaires, puits artésiens, jets d'eau. — C'est dans le principe des vases communicants qu'on trouve l'explication des particularités que présentent les puits ordinaires ou les puits artésiens.

Concevons qu'une masse d'eau un peu considérable A (*fig.* 57), comme

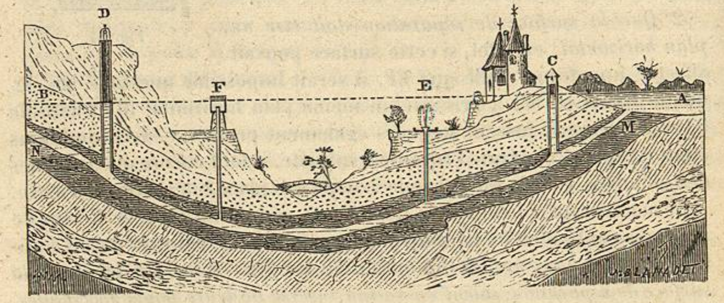

Fig. 57. — Puits ordinaires et puits artésiens.

celle d'un lac ou d'un étang, pénètre dans le sol au travers de couches sablonneuses ou pierreuses, et parvienne ainsi jusque dans l'intervalle de deux couches argileuses imperméables : elle y forme alors une nappe souterraine, comme celle qui est représentée en MN. Si l'on vient à pratiquer des puits en des points du sol tels que C ou D, situés à des niveaux *plus élevés* que A, et qu'on fasse pénétrer ces puits jusqu'à la nappe MN, l'eau s'y élève jusqu'à ce qu'elle atteigne, dans chacun d'eux, au niveau de la surface horizontale A. — Ce sont là les *puits ordinaires*.

Si les points du sol où l'on pratique les puits sont situés *plus bas* que le niveau A, en E ou en F par exemple, l'eau jaillit au-dessus du sol, à une hauteur plus ou moins grande, selon la différence de niveau. — Le plus ordinairement, on adapte, à l'ouverture du puits, un tube surmonté d'un réservoir F, dans lequel l'eau s'élève, et duquel on peut faire partir des conduits pour la distribuer aux environs. — Ces puits portent le nom de *puits artésiens*, parce que c'est dans l'Artois qu'ont été creusés les premiers qui aient été pratiqués en France.

Pour obtenir des *jets d'eau* artificiels, on emploie des dispositions semblables à celle que l'on peut réaliser avec l'appareil de la figure 53, en remplaçant le tube A par le petit tube effilé D. — Le plus souvent,

pour obtenir un jet d'eau, on dispose un réservoir dans un lieu élevé, et on le fait communiquer avec un conduit souterrain qui vient s'ouvrir à la surface d'un bassin situé plus bas.

80. Niveau d'eau. — L'instrument connu, dans l'arpentage, sous le nom de *niveau d'eau*, est aussi fondé sur le principe des vases communicants. Il se compose d'un tube de métal (*fig.* 58), qui est porté par un trépied, et dont les deux extrémités coudées se continuent avec les parois de deux fioles de verre sans fond, M et N. On y verse de l'eau, et l'on fait en sorte que les surfaces du liquide soient visibles dans les deux fioles; le plan MN, qui passe par ces deux surfaces, est horizontal (77).

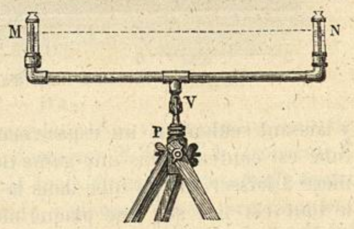

Fig. 58. — Niveau d'eau.

Quand l'arpenteur veut connaître la différence de niveau de deux points B et B′ d'un terrain, il place l'instrument en un point intermédiaire A (*fig.* 59), et fait dresser verticalement en B, par un aide, une

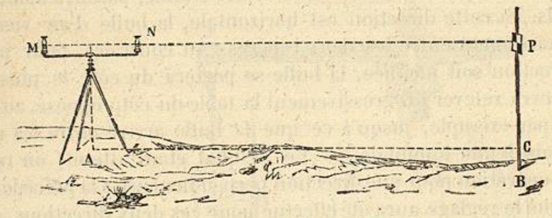

Fig. 59.

longue règle divisée; sur celle-ci se meut une plaque partagée en quatre carrés, dont deux sont peints en blanc, et les deux autres en rouge ou en noir : c'est la *mire* de l'instrument. L'arpenteur, plaçant l'œil en M à la surface du liquide, fait avec la main le signe d'élever ou abaisser la plaque, jusqu'à ce qu'il aperçoive, sur le prolongement du rayon visuel qui rase la surface de l'eau en N, le centre P de la plaque, c'est-à-dire le sommet commun aux quatre carrés : on note alors la hauteur BP mesurée sur la règle. — L'arpenteur fait ensuite transporter la mire au point B′ (supposé à gauche, en dehors de la figure); il détermine de même la position du point P′ qui se trouve dans le même plan horizontal que P, et la hauteur B′P′ de ce point au-dessus du sol. — La différence des hauteurs BP et B′P′ donne la différence de niveau des points B et B′.

81. Niveau à bulle d'air. – On désigne sous le nom de *niveau à* *bulle d'air*, un petit instrument (*fig.* 60) qui sert à vérifier l'horizontalité des lignes ou des surfaces sur lesquelles on le place.

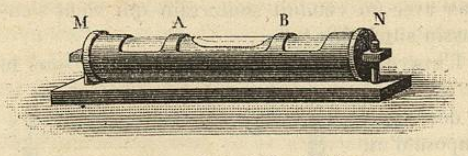

Fig. 60. — Niveau à bulle d'air.

Il consiste en un tube de verre légèrement convexe, dans lequel on a introduit de l'eau ou de l'alcool, en y laissant seulement un espace occupé par une grosse bulle d'air. Ce tube est contenu dans une gaine de cuivre MN, qui est évidée de manière à laisser voir le tube dans la plus grande partie de sa longueur; le tout est fixé sur une plaque métallique. — La bulle d'air se place toujours au point le plus haut, et l'on a réglé l'instrument de manière que, si la plaque est bien horizontale, les deux extrémités de la bulle viennent correspondre à deux bandes transversales de cuivre, A, B, appliquées sur le tube et servant de *repères*.

Supposons que l'on veuille faire usage de cet instrument pour vérifier l'horizontalité d'une surface plane, la surface d'une table, par exemple. — On placera le niveau sur cette table, parallèlement à l'un des bords. Si cette direction est horizontale, la bulle d'air viendra se placer exactement entre les deux repères. Au contraire, pour peu que cette direction soit inclinée, la bulle se portera du côté le plus élevé, et l'on devra relever progressivement la table du côté opposé, au moyen de cales par exemple, jusqu'à ce que la bulle arrive entre les repères et s'y maintienne immobile. — Ce résultat étant atteint, on répétera la même opération pour une direction perpendiculaire à la précédente (*). — Lorsque le réglage aura été effectué pour ces deux directions, on sera certain que la surface de la table est horizontale.

II. — PRESSIONS SUR LES PAROIS DES VASES.

82. Pression exercée par un liquide pesant sur le fond horizontal d'un vase. — Prenons, sur le fond horizontal d'un vase ABCD (*fig.* 61), un élément de surface *mn*, et sur la surface libre un élément *m'n'* de surface égale; la force qui presse sur *mn* surpasse la pression en *m'n'* (75) d'une quantité égale au poids d'une colonne cylindrique de liquide, ayant pour base *mn* et pour hauteur la distance de la surface libre AD au fond BC du vase. — Décomposons maintenant la paroi

(*) On devra avoir soin, dans cette seconde opération, de ne pas changer ce qui aura été fait dans la première; c'est-à-dire que, s'il est nécessaire d'employer de nouvelles cales, elles ne devront être placées que sous les pieds auxquels on n'aura pas touché précédemment. S'il en était autrement, on devrait recommencer la première opération après la seconde.

horizontale BC en éléments tels que *mn:* les pressions que supportent ces éléments se composeront en une seule, égale à leur somme. Donc :

La pression exercée par un liquide pesant, sur le fond horizontal du vase qui le contient, est égale au poids d'une colonne cylindrique de ce liquide, ayant pour base la surface du fond et pour hauteur la distance du fond au plan de la surface libre.

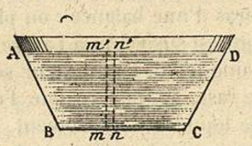

Fig. 61.

83. Vérification expérimentale. — D'après l'énoncé qui précède, si l'on considère trois vases comme ceux de la figure 62, l'un A cylindrique, le deuxième B élargi, le troisième C rétréci à la partie supérieure, si ces trois vases ont des *fonds égaux* et qu'ils contiennent *un même liquide*, s'élevant à *une même hauteur* au-dessus du plan du fond, les pressions doivent être égales sur les trois fonds. — Ce résultat peut être vérifié à l'aide d'une disposition qui a été indiquée par A. Masson, et qui est une modification d'un appareil imaginé par Pascal.

Trois vases A, B, C, sans fond (*fig.* 62), de formes différentes, mais

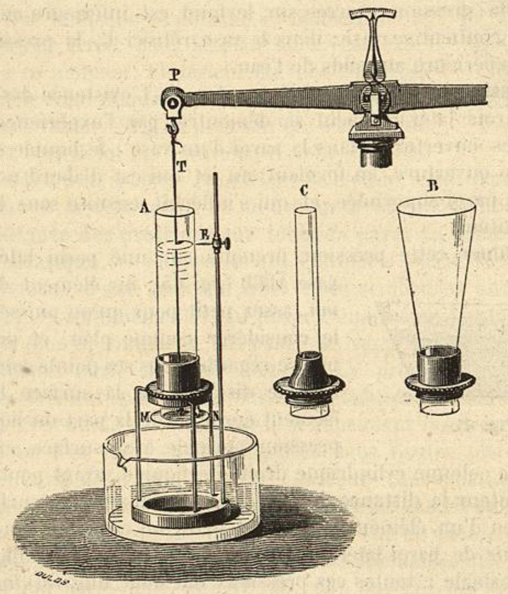

Fig. 62. — Pression sur le fond des vases.

présentant à leur partie inférieure des ouvertures égales, peuvent se visser sur un trépied métallique. L'un d'eux A étant installé sur ce trépied, on applique sur son ouverture inférieure un *obturateur* MN, c'est-à-dire un disque de verre plan, qu'on suspend par un fil T à l'un des bras d'une balance : on place ensuite des corps pesants dans le plateau qui est suspendu à l'autre bras, de manière à appliquer, avec une certaine force, l'obturateur sur l'ouverture. On verse alors de l'eau dans le vase, jusqu'à ce que l'obturateur laisse échapper quelques gouttes de liquide; à ce moment, la pression exercée par l'eau de haut en bas, sur ce fond mobile, est égale en grandeur à la force avec laquelle il est maintenu contre l'ouverture; on marque alors le niveau de l'eau au moyen du petit index E, mobile le long d'une tige verticale. — On remplace ensuite successivement le vase A par les vases B et C, sans toucher à l'index : l'expérience montre que l'obturateur se détache toujours au moment où le liquide atteint le même niveau.

La pression est donc *la même sur le fond des trois vases;* quant à sa valeur, on peut la déterminer en plaçant sur l'obturateur, au lieu d'eau, des poids marqués : on trouve que la somme des poids nécessaires pour le détacher est précisément égale au poids de l'eau qu'on avait dû verser dans le vase *cylindrique* A. — Il en résulte que, pour le vase élargi B, la pression exercée sur le fond est inférieure au poids de l'eau que contient ce vase; dans le vase rétréci C, la pression sur le fond est supérieure au poids de l'eau.

84. Pressions sur les parois latérales. — L'existence des pressions sur les parois latérales peut se démontrer par l'expérience, en pratiquant des ouvertures dans la paroi d'un vase : le liquide s'échappe, par chaque ouverture, en formant un jet qui est d'abord normal à la portion de paroi supprimée, et qui s'infléchit ensuite sous l'influence de la pesanteur.

Pour évaluer cette pression, prenons, sur une paroi latérale d'un vase ABCD (*fig.* 65), un élément de surface *mn*, assez petit pour qu'on puisse toujours le considérer comme plan, et pour qu'on puisse regarder tous ses points comme étant à égale distance de la surface libre. Cet élément éprouve, de la part du liquide, une pression normale à sa surface, et égale au poids d'une colonne cylindrique droite de liquide, ayant pour base *mn* et pour hauteur la distance de cet élément au plan de la surface libre.

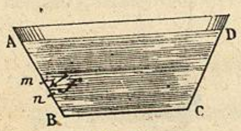

Fig. 65.

Si, au lieu d'un élément infiniment petit, on considère une portion *plane et finie* de paroi latérale, chacun de ses éléments supporte une pression normale : toutes ces pressions ont donc une *résultante*, normale à la paroi, et *égale à leur somme.* — On démontre, en Mécanique, que cette résultante est égale au poids d'une colonne cylindrique droite de liquide, ayant pour base la portion de paroi considérée, et pour hauteur la distance de son centre de gravité au plan de la surface

libre. Elle est appliquée en un point qu'on appelle le *centre de pression :* ce point est toujours situé plus bas que le centre de gravité de la portion de paroi elle-même.

85. Pression de bas en haut, sur une portion horizontale de la paroi. — D'après ce qui précède, une paroi horizontale, en contact *par sa face inférieure* avec un liquide dont la surface libre est à un niveau plus élevé, doit éprouver une pression de bas en haut, égale au poids d'une colonne de liquide ayant pour base cette surface et pour hauteur la hauteur du liquide au-dessus d'elle. — Pour le vérifier, on prend un large tube de verre, fermé à la partie inférieure par un disque plan *ab* (*fig.* 64) que l'on maintient d'abord au moyen d'un fil fixé en son centre. Si l'on enfonce ce tube verticalement dans l'eau, le disque éprouve de bas en haut une pression qui l'applique contre l'ouverture, car on peut abandonner le fil sans que le disque se détache. — Pour déterminer expérimentalement la valeur de cette pression, on versera de l'eau dans le tube, et l'on constatera que le disque se détache au moment où le niveau intérieur arrive dans le plan du niveau extérieur. Or, à ce moment, l'intérieur du tube constitue un vase sur le fond duquel s'exerce une pression que nous savons évaluer (82). La pression qui s'exerce de bas en haut sur *ab* lui est équivalente : elle est donc égale au poids d'une colonne cylindrique de liquide, ayant pour base *ab* et pour hauteur la distance de *ab* au niveau de la surface libre.

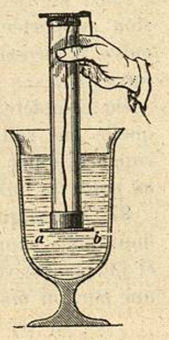

Fig. 64.

86. Résultante des pressions sur toute la paroi du vase. — Paradoxe hydrostatique. — Supposons que l'on porte successivement, sur l'un des plateaux d'une balance, trois vases semblables aux vases A, B, C (*fig.* 62), et contenant de l'eau jusqu'à une même hauteur; négligeons, pour plus de simplicité, les poids des vases eux-mêmes, dont il serait d'ailleurs facile de tenir compte. La pression qu'exerce le liquide, sur le fond qui repose sur le plateau de la balance, est la même pour chacun de ces trois vases, et cependant il est évident qu'il faudrait, pour leur faire équilibre, placer dans l'autre plateau de la balance des poids différents. — Cette apparente contradiction, connue sous le nom de *paradoxe hydrostatique*, disparaît quand on a égard à l'ensemble des pressions que le liquide exerce sur les parois.

Il est facile de voir, en effet, que les forces appliquées aux différents éléments d'une paroi telle que AB (*fig.* 65), qui fait un angle obtus avec le fond, peuvent se décomposer chacune en deux forces, l'une horizontale f_1 et l'autre verticale f_2; les composantes verticales s'ajoutent à la pression exercée sur le fond, et se transmettent, par la paroi solide, au plateau de la balance. Le plateau supporte donc une