

**227. Emploi du thermomètre à poids, pour la détermination du coefficient de dilatation cubique des corps solides.** — Le thermomètre à poids, dont nous avons fait usage pour étudier les dilatations des liquides (220), a été appliqué par Dulong et Petit à la détermination directe du coefficient de dilatation cubique de quelques corps solides.



Fig. 170.

On donne au corps la forme d'un petit cylindre, et on l'introduit dans le réservoir, avant de souder à celui-ci le tube qui le surmonte (fig. 170) : on remplit l'appareil de mercure (\*), et on exécute les mêmes manipulations et les mêmes pesées que précédemment (220). — Pour poser l'équation du problème, nous écrivons que la capacité intérieure de l'enveloppe à T degrés est égale à la somme des volumes du corps solide et du mercure qu'elle contient, à cette température.

Soit  $\pi$  le poids (ou mieux la masse) du corps solide, et  $\Delta$  sa densité à zéro; soit P le poids de mercure contenu dans l'appareil à zéro, et  $p$  le poids de mercure qui s'en échappe à T degrés. Soit D la densité du mercure à zéro. La capacité intérieure de l'enveloppe à zéro est égale à la somme des volumes du corps solide,  $\frac{\pi}{\Delta}$ , et du mercure,  $\frac{P}{D}$ ; donc à T degrés, la capacité de l'enveloppe est devenue  $\left(\frac{\pi}{\Delta} + \frac{P}{D}\right) (1 + kT)$ , en désignant par  $k$  le coefficient de dilatation cubique du verre. D'autre part, le mercure qui est resté dans l'appareil aurait à 0° un volume  $\frac{P-p}{D}$ ; donc, si  $m$  est le coefficient de dilatation absolue du mercure, son volume à T degrés est  $\frac{P-p}{D} (1 + mT)$ . Enfin, le corps solide a acquis à T degrés le volume  $\frac{\pi}{\Delta} (1 + xT)$ ,  $x$  étant son coefficient de dilatation cubique. On aura donc l'équation

$$\left(\frac{\pi}{\Delta} + \frac{P}{D}\right) (1 + kT) = \frac{P-p}{D} (1 + mT) + \frac{\pi}{\Delta} (1 + xT),$$

équation du premier degré, d'où l'on tirera la valeur de  $x$ .

### III. — DILATATIONS DES GAZ.

**228. Coefficient de dilatation d'un gaz, sous pression constante.** — **Loi de Gay-Lussac.** — On appelle *coefficient de dilatation d'un gaz, sous pression constante, le nombre qui exprime l'accroissement éprouvé par l'unité de volume de ce gaz, pour une élévation de température d'un degré.*

L'eau, à partir d'une certaine profondeur, demeure invariablement égale à 4°, soit pendant les chaleurs de l'été, soit pendant les froids de l'hiver. Les variations de température de la surface, qui se font sentir jusqu'à une certaine distance, donnent toujours à l'eau une densité moindre que celle des parties profondes : il n'y a donc pas de raison pour que la température devienne uniforme dans la masse, par le mélange des diverses couches de liquide.

(\*) Dans les expériences de Dulong et Petit, les métaux qui auraient pu être attaqués par le mercure avaient été couverts d'une couche de vernis.

Les expériences de Gay-Lussac, qui seront décrites plus loin, amènent à énoncer la loi générale suivante : *Tous les gaz ont, entre 0° et 100°, le même coefficient de dilatation* (loi de Gay-Lussac). — De plus, les expériences de Davy le conduisirent à considérer la valeur de ce coefficient comme *indépendante de la pression* sous laquelle la dilatation se produit.

Nous verrons que cette loi ne doit pas être considérée comme rigoureusement exacte; mais, comme la loi de Mariotte, elle est suffisamment approchée pour permettre de calculer, sans grande erreur, les variations de volume des gaz, pourvu qu'ils soient assez éloignés de leur point de liquéfaction. — C'est ce que nous supposons dans ce qui va suivre.

**229. Formules relatives à la dilatation des gaz sous pression constante.** — Si l'on désigne par  $\alpha$  le coefficient de dilatation d'un gaz, par  $V_0$ ,  $V$  et  $V'$  les volumes qu'occupe, *sous une pression constante*, celle de 76 centimètres par exemple, une même masse de ce gaz portée successivement aux températures de 0°,  $t$  et  $t'$  degrés, on a, en raisonnant comme plus haut (208), les relations :

$$(1) \quad \begin{cases} V = V_0 (1 + \alpha t) \\ V_0 = V \frac{1}{1 + \alpha t} \\ V' = V \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t} \end{cases}$$

Ces formules supposent que la pression du gaz n'a pas varié. — Supposons maintenant que la pression varie en même temps que la température : si l'on admet que le coefficient de dilatation  $\alpha$  soit indépendant de la pression (228), on aura tous les éléments nécessaires pour résoudre le problème suivant :

**230. Problème général.** — *Étant donné le volume  $V$  d'une masse gazeuse, à la température  $t$  et sous la pression  $H$ , trouver le volume  $V'$  de la même masse à la température  $t'$  et sous la pression  $H'$ .* — Supposons d'abord que la pression seule varie, et désignons par  $V_1$  le volume qu'occuperait le gaz à  $t$  degrés et sous la pression  $H'$ ; on aura, d'après la loi de Mariotte :

$$V_1 = V \frac{H}{H'}$$

En faisant varier maintenant la température, on aura

$$V' = V_1 \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t},$$

ou, en remplaçant  $V_1$  par sa valeur,

$$V' = V \times \frac{H}{H'} \times \frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}.$$

équation qui peut s'écrire sous la forme plus symétrique :

$$(2) \quad \frac{V'H'}{1 + \alpha t'} = \frac{VH}{1 + \alpha t}$$

La formule (2) est connue sous le nom de formule de Gay-Lussac (\*).

*Remarque.* — Ce résultat conduit immédiatement à la solution de la question suivante : *Étant donnée la densité D d'un gaz à la température t et sous la pression H, trouver la densité D' à la température t' et sous la pression H'.* — En effet, les densités d'une même masse de gaz étant en raison inverse des volumes qu'elle acquiert, on aura :

$$\frac{D'}{D} = \frac{V}{V'}$$

mais la formule (2) donne

$$\frac{V}{V'} = \frac{H'}{H} \times \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'}$$

En substituant, il vient

$$(5) \quad D' \frac{1 + \alpha t'}{H'} = D \frac{1 + \alpha t}{H}$$

**231. Évaluation du volume ou de la densité d'une masse gazeuse, dans les conditions normales de température et de pression.** —

L'un des problèmes que l'on a le plus fréquemment à résoudre est celui où, connaissant le volume V ou la densité D d'une masse gazeuse à une température t et sous une pression H, on cherche le volume V<sub>0</sub> ou la densité D<sub>0</sub> dans les conditions normales de température et de pression, c'est-à-dire à 0° et sous la pression de 76 centimètres. — Dans les formules (2) et (5), il suffit de faire t' = 0 et H' = 76; il vient alors :

$$(4) \quad \begin{cases} V_0 = V \frac{H}{76} \frac{1}{1 + \alpha t} \\ D_0 = D \frac{76}{H} (1 + \alpha t) \end{cases}$$

**232. Détermination du coefficient de dilatation des gaz. — Expériences de Gay-Lussac.** — Le gaz, préalablement desséché, est introduit dans un réservoir de verre muni d'une tige AB (fig. 171). Une petite colonne de mercure mn le sépare de l'atmosphère extérieure (\*\*).

(\*) On peut considérer l'une ou l'autre de ces deux expressions égales comme représentant la force élastique de la masse gazeuse sous l'unité de volume à la température 0°; ou bien encore le volume occupé par la masse gazeuse à 0° quand sa force élastique est égale à l'unité.

(\*\*) Pour introduire dans l'appareil de l'air desséché, on commençait par emplir de mercure le réservoir A et la tige, en opérant comme pour la construction du thermomètre : on adaptait ensuite à l'extrémité de la tige un tube plus large CC', contenant des fragments de chlorure de calcium, et l'on renversait l'appareil, comme

La tige a été partagée en parties d'égales capacités, et l'on a déterminé, par une expérience préliminaire, le rapport entre la capacité du réservoir jusqu'au zéro de la division, et celle d'une division de la tige (\*). — L'appareil étant placé horizontalement dans une caisse métallique DD', on le porte successivement aux tempéra-

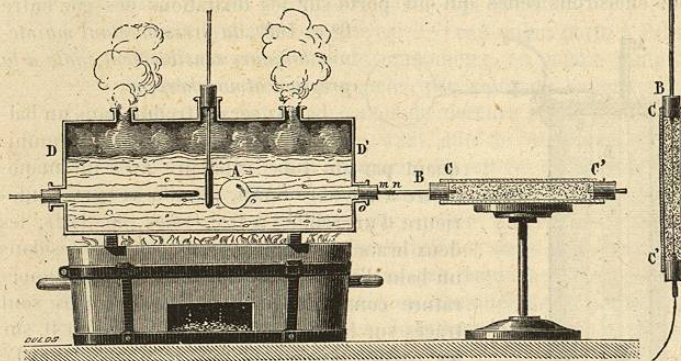


Fig. 171. — Dilatation des gaz; appareil de Gay-Lussac.

Fig. 172

tures de la glace fondante et de la vapeur d'eau bouillante; à chacune de ces deux températures, on note la position de l'index de mercure. — Désignons par V<sub>0</sub> le nombre de divisions occupées par le gaz à 0° (y compris celles que représente la capacité du réservoir); soit V son volume apparent, ou le nombre de divisions qu'il occupe à la température T de la vapeur d'eau bouillante, et k le coefficient de dilatation cubique du verre. Le volume réel du gaz à la température T est V(1 + kT); par suite, le coefficient de dilatation α du gaz est :

$$\alpha = \frac{V(1 + kT) - V_0}{V_0 T}$$

Gay-Lussac a trouvé, pour l'air et pour les divers gaz qu'il a étudiés, le nombre 0,00375.

Mais deux causes d'erreur principales doivent être signalées dans des expériences de Gay-Lussac : 1° l'imparfaite dessiccation du gaz; 2° l'insuffisance de l'index mercuriel, pour séparer le gaz de l'atmosphère extérieure : on peut s'assurer, en effet, que si, après avoir porté l'appareil à la température de l'eau bouillante, on le ramène à 0°, l'index

indique la figure 172: alors, à l'aide d'un fil de platine qu'on introduisait dans le tube capillaire, on déterminait la sortie du mercure, qui se trouvait ainsi remplacé par de l'air desséché. Avec quelques précautions, on parvenait à n'avoir plus dans le tube que la petite colonne de mercure qui devait servir d'index.

(\*) Voir la note de la page 170.

de mercure, au lieu de revenir simplement à son point de départ, revient en un point plus rapproché du réservoir, d'où l'on conclut qu'une partie du gaz s'est échappée. — Il était donc nécessaire de reprendre ces déterminations, par des méthodes plus précises.

**233. Expériences de Regnault.** — Parmi les expériences de Regnault, nous choisirons celles qui ont porté sur les dilatations des gaz entre  $0^{\circ}$  et  $100^{\circ}$ , la pression étant maintenue toujours sensiblement égale à la pression atmosphérique.

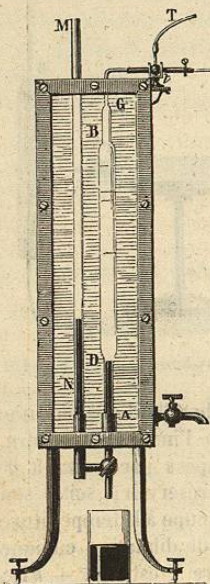


Fig. 175.  
Appareil de Regnault.

Le gaz sera introduit dans un ballon de verre (fig. 175), communiquant par un tube capillaire avec un manomètre à air libre GANM, muni à sa partie inférieure d'un robinet à trois voies (fig. 122); les deux branches du manomètre sont placées dans un bain d'eau, qui les maintient à une température constante. Deux points de repère sont tracés sur le verre, l'un en B, l'autre en D, sur les parties étroites du tube manométrique. Le tube capillaire du ballon est réuni au manomètre par un tube métallique à trois branches; dans la troisième branche, est mastiqué un petit tube T, qui sera mis en communication successivement avec une machine pneumatique et avec un réservoir contenant le gaz sur lequel on doit opérer. Le ballon est placé dans une chaudière, disposée comme l'étuve qui sert à déterminer le centième degré du thermomètre (fig. 165) (\*). — Pour avoir dans l'appareil du gaz parfaitement sec, on introduit d'abord un peu de mercure dans le manomètre, et l'on tourne le robinet inférieur de manière à intercepter la communication entre les deux branches. On chauffe alors le ballon, afin de vaporiser l'humidité adhérente au verre; on fait le vide dans l'appareil, et on laisse entrer du gaz, qui se dessèche en traversant des tubes à ponce sulfurique; on fait encore le vide, on laisse entrer une nouvelle quantité de gaz, et ainsi de suite, une douzaine de fois, de manière à être certain que l'appareil ne contient plus trace d'humidité.

L'appareil ayant été rempli une dernière fois de gaz sec, on entoure le ballon de glace fondante : on rétablit la communication entre les

(\*) Le degré de température étant défini par la dilatation de l'air (205), on ne doit pas se servir d'un thermomètre dans les expériences destinées à déterminer le coefficient de dilatation de l'air; il est donc nécessaire d'étudier la dilatation du gaz entre les températures des deux points fixes,  $0^{\circ}$  et  $100^{\circ}$ , températures indépendantes de la nature du corps thermométrique.

deux branches du manomètre, en plaçant le robinet R dans la position 1 (fig. 122), et l'on verse du mercure en M, de manière à amener le niveau dans l'autre branche au trait supérieur B; le liquide s'élève alors à la même hauteur de part et d'autre. On ferme à la lampe le tube de verre T. On note la hauteur H du baromètre et la température extérieure  $t$ . — C'est la première partie de l'opération.

On remplace la glace fondante par de l'eau qu'on porte à l'ébullition. Une partie du gaz passe dans le manomètre, en même temps que le niveau du mercure s'élève à gauche, par suite de l'augmentation de force élastique. On fait alors écouler du mercure par le robinet R, en le tournant dans la position 2 (fig. 122), afin de diminuer la pression : les dimensions du ballon et la capacité BD ont été choisies de façon que le niveau du mercure arrive au trait inférieur D lorsque les deux colonnes mercurielles n'offrent plus qu'une différence de hauteur de quelques millimètres. On ramène le robinet dans la position 1, et l'on détermine la force élastique H' du gaz, laquelle est exprimée par la hauteur barométrique, augmentée ou diminuée de la petite différence de hauteur du mercure dans les deux branches; on note la température extérieure  $t'$ , et la température  $\theta$  de l'eau qui entoure le manomètre. — C'est la seconde partie de l'opération.

Soit  $V_0$  le volume du ballon à  $0^{\circ}$ , jaugé à l'eau distillée;  $v$  le volume du tube capillaire et de la partie supérieure du tube manométrique, jusqu'au trait supérieur B, volume jaugé au mercure, à la température extérieure;  $u$  le volume de la partie comprise entre les traits B et D, jaugé au mercure, à la température du bain qui l'entoure. — Nous allons calculer le volume total du gaz, ramené à  $0^{\circ}$  et à la pression de 76 centimètres : ce volume peut s'exprimer soit au moyen des données fournies par la première partie de l'opération, soit au moyen des données fournies par la seconde partie; en égalant les deux expressions, nous obtiendrons une équation d'où nous pourrions tirer  $\alpha$ .

Dans la première partie de l'opération, l'air occupait, sous la pression H, d'une part, le volume  $V_0$  du ballon à  $0^{\circ}$ ; d'autre part, le volume  $v$  du tube à la température  $t$  : en ramenant chacun de ces deux volumes de gaz à  $0^{\circ}$  et 76 centimètres, et appliquant les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, applicables pour de petites variations de pression et de température, on a, pour le volume total,

$$\left( V_0 + \frac{v}{1 + \alpha t} \right) \frac{H}{76}$$

Dans la seconde partie de l'opération, le ballon étant à T degrés (\*), son volume est  $V_0 (1 + kT)$ ,  $k$  étant le coefficient de dilatation cubique du verre. Le gaz occupe donc, d'une part, le volume  $V_0 (1 + kT)$  à la

(\*) Cette température T ne diffère jamais beaucoup de  $100^{\circ}$ . On la détermine exactement d'après la hauteur barométrique (Note de la page 154).

température  $T$ ; d'autre part, le volume  $v$  à la température  $t'$ , et le volume  $u$  à la température  $\theta$ ; comme il est à une pression  $H'$ , voisine de la pression atmosphérique, on obtient, pour seconde expression du volume total, à  $0^\circ$  et 76 centimètres,

$$\left( \frac{V_0(1+kT)}{1+\alpha T} + \frac{v}{1+\alpha t'} + \frac{u}{1+\alpha \theta} \right) \frac{H'}{76}$$

En égalant ces deux expressions, il vient

$$\left( V_0 + \frac{v}{1+\alpha t'} \right) H = \left( \frac{V_0(1+kT)}{1+\alpha T} + \frac{v}{1+\alpha t'} + \frac{u}{1+\alpha \theta} \right) H'$$

En chassant les dénominateurs, on obtient une équation qui est d'un degré trop élevé en  $\alpha$  pour qu'on puisse la résoudre directement. Pour en déduire la valeur de  $\alpha$ , Regnault employait une méthode de calcul particulière, que nous ne pouvons indiquer ici. Nous nous contenterons de faire remarquer que, si la température extérieure n'a pas varié pendant l'expérience, et si cette température est aussi celle de l'eau qui entoure le manomètre, on aura  $t = t' = \theta$ ; si l'on a, en même temps  $H' = H$ , l'équation devient

$$V_0 = \frac{V_0(1+kT)}{1+\alpha T} + \frac{u}{1+\alpha t'}$$

équation d'où il est facile de tirer la valeur de  $\alpha$ .

Pour l'air en particulier, le calcul exact, appliqué aux données de l'expérience, a donné pour le coefficient de dilatation  $\alpha$  la valeur 0,00367 qui a été adoptée par les physiciens. — On emploie souvent, dans les calculs, la valeur égale  $\frac{1}{273}$ .

**234. Valeurs des coefficients de dilatation des divers gaz, sous pression constante.** — Le tableau suivant donne, pour quelques gaz, les résultats fournis par les expériences de Regnault, sous une pression sensiblement égale à la pression atmosphérique.

COEFFICIENTS DE DILATATION.	
Hydrogène . . . . .	0,005 661
Air . . . . .	0,005 670
Oxyde de carbone . . . . .	0,005 669
Acide carbonique . . . . .	0,005 710
Protoxyde d'azote . . . . .	0,005 719
Cyanogène . . . . .	0,005 877
Acide sulfureux . . . . .	0,005 905

On voit que les trois premiers gaz ont des coefficients de dilatation sensiblement égaux. — Pour les autres gaz, le coefficient de dilatation a des valeurs d'autant plus grandes, qu'il s'agit d'un gaz plus voisin de son point de liquéfaction.

A la suite de ces expériences, Regnault en a fait d'autres, pour étu-

dier les dilatations des gaz sous des pressions *supérieures à la pression atmosphérique*, la pression conservant d'ailleurs toujours sensiblement une même valeur pendant la durée d'une même expérience. — Il a trouvé que, pour l'hydrogène ou l'air, le coefficient de dilatation reste sensiblement indépendant de la pression. — Pour les gaz facilement liquéfiables, comme l'acide carbonique ou l'acide sulfureux, le coefficient de dilatation augmente notablement, à mesure que la pression sous laquelle on opère est plus considérable.

*En résumé*, les recherches de Regnault conduisent à conclure, ainsi que nous l'avons indiqué en commençant, que la loi de Gay-Lussac, même avec l'extension indiquée par les expériences de Davy (228), peut être appliquée, sans erreur sensible, au calcul des variations de volume des gaz, mais seulement quand il s'agit de gaz suffisamment éloignés de leur point de liquéfaction.