CHAPITRE IV

VIBRATIONS DES CORPS SOLIDES

I. — VIBRATIONS DES CORDES.

443. Lois des vibrations transversales. — Lorsqu'une corde est tendue entre deux points fixes, on peut lui faire produire des sons en la faisant vibrer soit transversalement, soit longitudinalement. — Nous étudierons d'abord les vibrations *transversales*, qui sont les plus importantes au point de vue des applications.

On produit les vibrations transversales en pinçant la corde, c'est-à-dire en l'écartant de sa position d'équilibre, pour l'abandonner ensuite à elle-même, ou bien en la frottant avec un archet perpendiculairement à sa longueur. — Dans l'un ou l'autre cas, chacun de ses points exécute une série de vibrations perpendiculairement à la direction primitive de la corde.

Les nombres des vibrations, pour des cordes différentes, varient :

1° *En raison inverse des longueurs* ;
2° *En raison inverse des diamètres* ;
3° *Proportionnellement aux racines carrées des poids tenseurs* ;
4° *En raison inverse des racines carrées des densités.*

Ces quatre lois sont comprises dans la formule suivante, qui est due à Lagrange : Si l'on désigne par n le nombre des vibrations en une seconde, on a, pour une corde quelconque,

$$n = \frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi d}};$$

r est le rayon et l la longueur de la corde ; d est sa densité et P est la masse dont le poids tend la corde ; g est l'accélération due à la pesanteur (toutes ces grandeurs doivent être exprimées avec des unités appartenant au même système) ; enfin π est le rapport de la circonférence au diamètre, égal à 3,1416 (*).

(*) Proposons-nous, par exemple, de trouver le nombre de vibrations d'une corde de fer, ayant 1 mètre de longueur, 2 dixièmes de millimètre de rayon, et tendue par

444. Vérifications expérimentales des lois précédentes, à l'aide du sonomètre. — Le *sonomètre* (*fig.* 286) se compose d'une caisse en bois

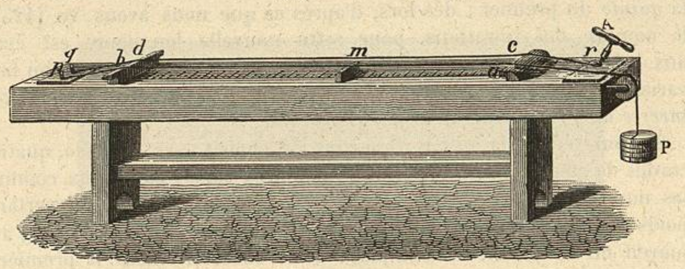

Fig. 286. — Sonomètre.

de sapin, qui porte deux chevalets fixes, *ac*, *bd*, à une distance d'un mètre. Sur ces chevalets s'appuie une première corde métallique *dc*, tendue entre les chevilles q et r : la clef A permet de régler à volonté la tension de cette corde et, par suite, le son qu'elle rend. A la cheville p est assujettie une seconde corde métallique *ba*, qui, s'appuyant sur les chevalets, vient passer sur une poulie et soutient en P un poids. — Un petit chevalet mobile m, qu'on placera au-dessous de cette dernière corde, permettra de limiter à volonté la longueur de la partie vibrante : on mesurera cette longueur au moyen d'une règle fixée sur la caisse et divisée en millimètres.

1° Pour vérifier la *loi des longueurs*, commençons par tendre la corde antérieure *ba* au moyen d'un poids déterminé P, et réglons ensuite tension de la corde postérieure *dc*, à l'aide de la clef A, de manière que les sons produits par les deux cordes soient *à l'unisson*. — Plaçons alors le chevalet mobile m au milieu de la corde antérieure et comparons le son qu'elle produit à celui qu'elle rendait précédemment, c'est-à-dire à celui que rend toujours la corde postérieure. On constate que ce son est l'*octave aiguë* du premier. En d'autres termes, en réduisant la longueur de la corde à *moitié*, on obtient un nombre de vibrations *double* (425). — En limitant de même, sur la corde antérieure, au moyen du chevalet mobile, une longueur égale aux $\frac{2}{3}$ de sa longueur

un poids de 10 kilogrammes. Si l'on fait usage des unités C.G.S., on exprimera l et r en centimètres, P en grammes, on prendra $g = 981$, et $d = 7{,}8$. On aura alors

$$n = \frac{1}{2 \times 0{,}02 \times 100}\sqrt{\frac{10000 \times 981}{3{,}1416 \times 7{,}8}} = 158{,}2.$$

Ce nombre de vibrations correspond à un son compris entre ut_2 et ut_3 ; et si l'on divise 158,2 par le nombre de vibrations de ut_2, savoir 130,5, on trouve 1,212, résultat très peu différent de 1 200 ou $\frac{4}{5} : \frac{25}{24}$, qui mesure l'intervalle de ut à $mi\flat$. La note donnée par la corde se confond donc à peu près avec le $mi\flat_2$.

totale, et comparant le nouveau son qu'elle produit à celui que continue à rendre la corde postérieure, on trouve que le nouveau son est la *quinte* du premier ; dès lors, d'après ce que nous avons vu (425), le nombre des vibrations, pour cette nouvelle longueur, est égal aux $\frac{3}{2}$ du nombre de vibrations primitif. — *En général*, quand on fait varier la longueur d'une corde, *le nombre des vibrations varie en raison inverse de la longueur de la partie vibrante.*

2° Pour vérifier la *loi des diamètres*, on choisit, par exemple, quatre cordes de même matière, dont les diamètres soient entre eux comme les nombres 4, 3, 2, 1. On place la première en *ba*, avec un certain poids tenseur P, et on met la corde fixe *dc* à l'unisson avec elle, au moyen de la clef A. On remplace alors successivement la première corde par les trois autres, en employant toujours le même poids tenseur P, et l'on compare les sons qu'elles rendent avec celui de la corde fixe. — On trouve que les quatre sons peuvent être représentés par les notes

$$ut_1 \quad fa_1 \quad ut_2 \quad ut_3.$$

dont les nombres de vibrations sont entre eux comme 1, $\frac{4}{3}$, 2, 4, ou comme

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 1.$$

Ces nombres de vibrations sont donc *en raison inverse des diamètres.*

3° La *loi des tensions* se vérifie d'une manière analogue. La corde *ba* étant chargée d'un certain poids, on met *dc* à l'unisson avec elle. Puis on charge la corde *ba* de poids égaux à 4, 9, 16 fois le poids primitif. Si le premier son obtenu est ut_1, on trouve, pour les suivants :

Poids tenseurs.	1	4	9	16
Sons rendus par la corde.	ut_1	ut_2	sol_2	ut_3
Nombres de vibrations	1	2	3	4

ce qui démontre que les nombres de vibrations sont *proportionnels aux racines carrées des poids tenseurs.*

4° Enfin, pour la *loi des densités*, on peut faire usage de deux cordes de même diamètre, l'une de platine et l'autre de fer, et constater que, sous l'action de poids égaux, des longueurs égales de ces deux cordes produisent des sons dont l'intervalle est *en raison inverse des racines carrées des densités*, c'est-à-dire sensiblement égal à $\sqrt{\frac{7,8}{23}}$.

445. Harmoniques des cordes. — Lorsque, sur un sonomètre, on attaque une corde AB (*fig.* 287) dans le voisinage de son milieu M, le gonflement apparent que cette corde éprouve pour l'œil, montre que *tous ses points* entrent en vibrations. Le point M prend le nom de *ventre de vibration*, et l'on appelle *nœuds* les extrémités A et B qui, seules, ne vibrent pas.

Si maintenant on presse légèrement avec le doigt sur le milieu M' de la corde, et si l'on attaque avec l'archet l'une des moitiés, A'M' par

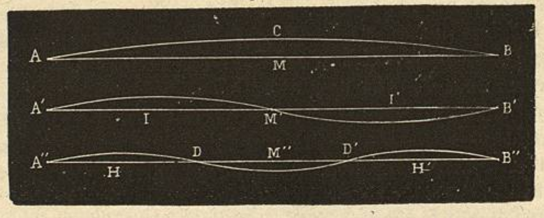

Fig. 287.

exemple, on obtient un son qu'on reconnaît pour l'*octave aiguë* du son fondamental, et qui, par conséquent, correspond à un nombre *double* de vibrations. Or, le milieu M' de la corde, maintenu par la pression du doigt, ne pouvant entrer en vibration, devient un *nœud* ; mais la seconde moitié M'B' entre en vibration, en même temps que A'M'. En effet, si l'on place de petits chevrons de papier sur différents points de M'B', ces chevrons sont renversés, dès qu'on attaque, avec l'archet, un point de A'M'. La corde s'est donc divisée en deux parties, qui vibrent séparément comme le feraient deux cordes de longueur moitié moindre (*).

De même, si l'on presse avec le doigt sur le point D, et si l'on attaque avec l'archet un point de A''D, on obtient un son qui est la quinte de l'octave du son fondamental, qui, par suite, correspond à un nombre triple de vibrations. — En plaçant des chevrons de papier sur différents points de DB'', on constate encore que tous ces chevrons se renversent, à l'exception de celui qui est placé en D'. Le point D' est donc un *nœud*, aussi bien que le point D, et la corde s'est subdivisée en trois parties égales, vibrant chacune séparément.

En généralisant ces résultats, on est conduit à cette loi : *Les nombres de vibrations du son fondamental et des harmoniques d'une même corde, vibrant transversalement, varient comme les nombres entiers successifs.*

446. Notions générales sur les instruments à cordes. — Les instruments à cordes qu'on emploie en musique sont tous fondés sur les lois des vibrations transversales. — Les uns, comme le piano et la

(*) L'expérience suivante, due à Duhamel, montre d'ailleurs que les deux moitiés de la corde vibrent en sens contraire, c'est-à-dire que, tandis que A'M' s'infléchit d'un côté de la position d'équilibre, M'B' s'infléchit de l'autre côté, comme le représente la figure. La corde étant légèrement appuyée par son milieu sur un chevalet, si on l'attaque en même temps des deux côtés de ce point, avec deux archets mis en mouvement *dans le même sens*, on n'obtient aucun son, tandis qu'on obtient l'octave du son fondamental quand on fait mouvoir les deux archets *en sens contraire.*

harpe, sont des instruments *à sons fixes*, et exigent au moins autant de cordes qu'ils doivent produire de notes différentes. — Les autres, comme le violon, le violoncelle, sont des instruments *à sons variables*, et comprennent un nombre de cordes bien moins considérable.

Dans le *piano*, les vibrations sont produites par le choc de petits marteaux garnis de peau, dont chacun correspond à une des touches du clavier. A mesure que l'on abandonne les touches, elles laissent retomber, sur les cordes correspondantes, de petits *étouffoirs* qui éteignent les vibrations. — Au moyen de la *pédale*, on peut éloigner à volonté tous les étouffoirs : les vibrations des cordes ébranlées se prolongent alors beaucoup plus longtemps.

La *harpe* établit le passage entre les instruments à sons fixes et les instruments à sons variables. Les cordes, qu'on fait vibrer en les pinçant avec les doigts, correspondent aux notes naturelles de la gamme ; à l'aide des pédales, on peut modifier légèrement les longueurs des parties vibrantes, de manière à obtenir les dièses et les bémols.

Dans le *violon*, le *violoncelle*, la *contrebasse*, chaque corde peut produire un grand nombre de sons, suivant la longueur que l'exécutant laisse à la partie vibrante, en appuyant avec les doigts de la main gauche sur tel ou tel point de la corde ; la main droite fait mouvoir l'archet. — Dans ces trois instruments, les vibrations se communiquent à la face supérieure de la caisse ; de celle-ci, à la face inférieure, soit par les côtés, soit à l'aide d'une pièce intermédiaire qu'on appelle l'*âme* ; enfin, des deux faces, à l'air intérieur. Toutes ces vibrations simultanées produisent un renforcement du son : le mérite de l'instrument dépend surtout de l'égalité avec laquelle le renforcement s'opère pour les sons de diverses hauteurs ; il est subordonné à la qualité des bois et à la disposition relative des parties.

447. Vibrations longitudinales des cordes. — Pour faire vibrer longitudinalement une corde, on la frotte, dans le sens de sa longueur, avec un morceau de drap imprégné de colophane.

La formule suivante donne le nombre de vibrations n' du son fondamental ; on a :

$$n' = \frac{v'}{2l},$$

l, étant la longueur de la corde, et v' la vitesse de propagation du son dans la substance dont est faite la corde.

Cette formule est identique à celle qui donne le nombre de vibrations dans un tuyau ouvert (note de la page 344). Le mouvement vibratoire longitudinal d'une corde est donc comparable au mouvement vibratoire de l'air d'un tuyau ouvert. On doit remarquer seulement que, tandis qu'un tuyau ouvert présente deux *ventres* à ses extrémités, une corde vibrant longitudinalement présente deux *nœuds* à ses extrémités.

Si la corde est faite d'un métal élastique, comme l'acier, dans lequel la vitesse du son v' est très grande, le son produit par ses vibrations longitudinales doit être très aigu. — C'est ce que l'expérience confirme.

Enfin, le nombres de vibrations qui correspondent au son fondamental et aux harmoniques successifs sont, comme pour les tuyaux ouverts, représentés par la série des nombres entiers successifs.

II. — VIBRATIONS DES VERGES, DES PLAQUES, ETC.

448. Vibrations transversales des verges. — Diapason. — Les verges, ou tiges rigides, se distinguent des cordes en ce qu'elles ont, par elles-mêmes, une forme déterminée, et qu'on peut les mettre en vibration sans leur appliquer de poids tenseur.

Pour des verges prismatiques *semblablement assujetties* (*), l'expérience montre que les nombres de vibrations *transversales* qui correspondent au son fondamental sont *inversement proportionnels aux carrés des longueurs*, et *directement proportionnels aux épaisseurs*. On entend ici par *épaisseur*, celle des deux dimensions transversales qui est parallèle au plan dans lequel s'effectuent les vibrations. — Le nombre des vibrations est indépendant de la *largeur*, c'est-à-dire de la dimension perpendiculaire à ce plan.

Pour vérifier ces lois, dans le cas où la verge est encastrée à l'une de ses extrémités et libre à l'autre, on prend une verge AB (*fig.* 254), dont on fixe un point C dans un étau : on la fait vibrer en la frottant avec un archet perpendiculairement à sa longueur.

Le *diapason* est une verge d'acier, courbée en forme de fourche, que l'on fait vibrer transversalement, soit à l'aide d'un archet, soit en frappant l'une des branches contre un corps dur, soit enfin en introduisant de force un petit cylindre de bois ou de métal entre les deux branches (*fig.* 253), et le faisant sortir vivement par l'extrémité libre de la fourche. — On emploie le diapason pour accorder les instruments : le diapason *normal* donne, comme on l'a vu (431), la note la_3 qui correspond à 435 vibrations par seconde.

449. Vibrations longitudinales des verges. — On produit les vibrations *longitudinales* des verges, en les frottant dans le sens de la longueur avec les doigts imprégnés de colophane (*fig.* 288), ou avec un morceau de drap

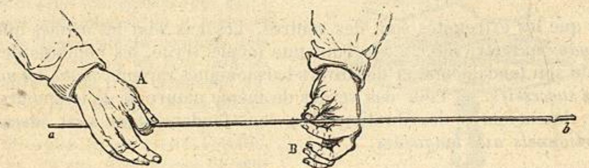

Fig. 288.

mouillé. — Si la verge est fixée en son milieu K (*fig.* 289) et que l'extrémité A s'appuie contre une bi d'ivoire C suspendue à un fil FC, on constate que la bille est vivement projetée, par la vibration même, dans le sens de l'axe. — Les sons obtenus sont remarquables par leur douceur et leur pureté.

(*) Les divers modes d'*assujettissement* consistent, soit à encastrer la verge à l'une de ses extrémités, en la laissant libre à l'autre ; soit à l'encastrer à ses deux extrémités ; soit à l'appuyer par une de ses extrémités contre un plan fixe, etc. — Lorsqu'on assujettit successivement une même verge de diverses manières, le son fondamental varie avec le mode d'assujettissement.

Il est particulièrement intéressant de signaler les rapprochements que présentent les lois de ces vibrations, soit avec celles des tuyaux fermés, soit avec celles des tuyaux ouverts, selon que l'une des extrémités de la verge est fixée, ou que les deux extrémités sont libres :

1° *Une extrémité de la verge est fixée, et l'autre est libre.* — Quel que soit le son produit, l'extrémité fixée correspond toujours à un nœud; l'extrémité libre correspond à un ventre. Les lois sont les mêmes que celles des *tuyaux fermés* (438, 1°). — Pour une même verge, les nombres de vibrations du son fondamental et des harmoniques successifs varient *comme les nombres impairs consécutifs.* — Pour des verges de même nature et de longueurs différentes, les nombres de vibrations des sons fondamentaux *sont inversement proportionnels aux longueurs.*

2° *Les deux extrémités sont libres.* — Pour maintenir la verge, on la fixe par son milieu (*fig.* 288 ou 289); le point fixe devient un nœud de vibration,

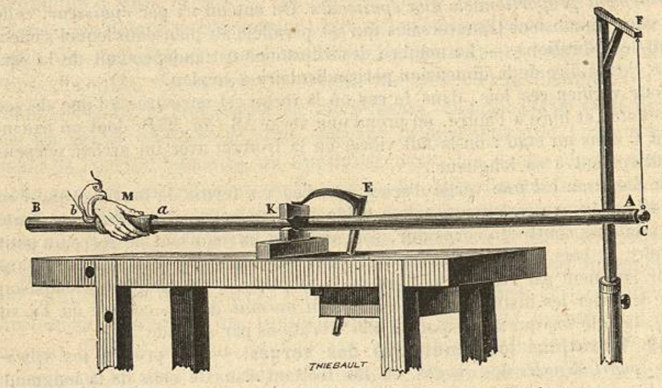

Fig. 289. — Vibrations longitudinales des verges élastiques.

tandis que les extrémités sont des ventres. Les lois sont les mêmes que pour les *tuyaux ouverts* (438, 2°). — Pour une même verge, les nombres de vibrations du son fondamental et des divers harmoniques varient *comme les nombres entiers successifs.* — Pour des verges de même nature et de longueurs différentes, les nombres de vibrations des sons fondamentaux sont *inversement proportionnels aux longueurs.*

450. Vibrations des plaques. — Lignes nodales. — Une plaque métallique circulaire (*fig.* 290) étant fixée sur un pied, par son centre de figure, faisons-la vibrer en frottant avec l'archet l'un des points de son contour, et en appuyant fortement le doigt sur un autre point : selon que ces deux points occuperont telle ou telle position, on obtiendra un son ou un autre. — Si, dans chaque cas, on couvre de sable fin la surface de la plaque, on voit le sable prendre des mouvements rapides, qui le portent vers certaines lignes où il s'accumule. Ces *lignes nodales* partagent la plaque en un certain nombre de parties, qui vibrent

séparément comme le font les diverses parties d'une corde donnant un de ses harmoniques (*).

Mais, tandis qu'une corde peut vibrer transversalement sans qu'il se produise de nœuds entre ses extrémités, une plaque présente toujours des lignes nodales, même quand elle donne le son le plus grave qu'on puisse lui faire rendre.

L'expérience montre que, pour une même plaque, *la production d'une même figure nodale est toujours accompagnée du même son.* —

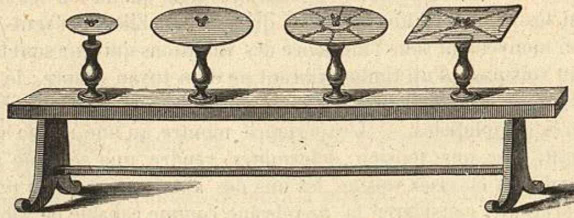

Fig. 290. — Vibrations des plaques. Lignes nodales.

Mais la réciproque n'est pas vraie : *un même son peut correspondre à des dispositions différentes des lignes nodales.*

451. Timbres et cloches. — Les timbres, les cloches, les tamtams, etc., se subdivisent, comme les plaques, en parties vibrantes,

(*) Cette comparaison peut se poursuivre plus loin encore. Lorsqu'une corde se divise en deux ou plusieurs parties vibrantes, séparées par des nœuds, les vibrations sont de sens contraire dans deux segments consécutifs (*Note* de la page 351); il en est de même pour les plaques. — Supposons qu'on fasse rendre à une plaque circulaire un son correspondant à un système de 4 lignes nodales diamétrales (*fig.* 291) : la plaque sera divisée en 8 secteurs égaux. Si deux secteurs contigus, tels que A et B, vibrent en sens inverse, c'est-à-dire si l'un d'eux s'infléchit au-dessous du plan primitif de la plaque au moment où l'autre se courbe au-dessus de ce plan, ils enverront à l'oreille, à chaque instant, des vitesses de sens contraires; en d'autres termes, le son dû aux vibrations des secteurs A, A', A'', A''' et le son dû aux vibrations des secteurs B, B', B'', B''' se détruiront en partie. Pour le vérifier, Lissajous a eu l'idée de fixer, un peu au-dessus de la plaque, un carton formé de quatre secteurs *a*, *a'*, *a''*, *a'''*, qui correspondent aux parties A, A', A'', A'''; il suffit, pour cela, de placer le cône creux O' sur le pivot O. Le carton arrête les vibrations déterminées dans l'air par les secteurs A, et ne laisse arriver à l'oreille que les mouvements concordants déterminés par les secteurs B : on constate que l'on entend alors un son *beaucoup plus intense.*

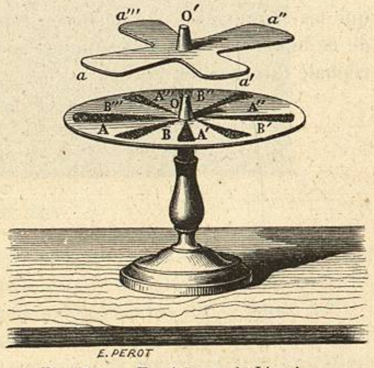

Fig. 291. — Expérience de Lissajous.

séparées par des lignes nodales. — On peut le démontrer en mettant de l'eau dans un verre à pied, et en attaquant avec un archet l'un des points du bord du verre : on voit la surface de l'eau se partager en un certain nombre de parties, dans lesquelles le liquide éprouve une vive agitation ; entre ces parties, se trouvent des lignes de repos, où le liquide reste immobile.

452. Vibrations des membranes. — Les membranes flexibles, comme les peaux que l'on tend sur les tambours, les feuilles de papier collées sur des cadres de bois, rendent des sons quand on les frappe ou qu'on les ébranle d'une manière quelconque. Elles peuvent aussi entrer en mouvement sous l'influence des vibrations qui leur sont transmises, au voisinage d'un timbre vibrant ou d'un tuyau sonore : le sable répandu à leur surface accuse la formation de lignes nodales, généralement très compliquées. — L'expérience montre qu'une même membrane peut, avec une tension déterminée, rendre une série de sons, assez nombreux et assez voisins les uns des autres pour qu'on puisse, dans la pratique, considérer la membrane comme capable de vibrer à l'unisson de tous les sons qui ne s'écartent pas trop du son fondamental. — Lorsqu'on fait varier la tension, on modifie à la fois le son fondamental et toute la série des sons que la membrane peut rendre.

Ces propriétés trouvent leur application dans la perception des sons. Sous l'action des ondes sonores recueillies par le pavillon de l'oreille, la *membrane du tympan* entre en vibration ; son mouvement se communique, soit par la chaîne des *osselets*, soit par l'air de l'*oreille moyenne*, aux membranes de la *fenêtre ronde* et de la *fenêtre ovale*, l'une et l'autre en contact avec le liquide qui remplit l'*oreille interne* ; on conçoit donc que les ramifications du nerf acoustique, qui s'épanouissent à l'intérieur de ce liquide, entrent elles-mêmes en vibration, et transmettent à l'encéphale l'impression sonore.

CHAPITRE V

TIMBRES DES SONS

453. Sons composés. — Causes générales du timbre. — Lorsqu'on écoute avec attention le son rendu par une corde de piano ou par une corde de violon, vibrant dans toute sa longueur, on entend généralement, en même temps que le son fondamental, un ou plusieurs de ses harmoniques : en d'autres termes, la sensation perçue par l'oreille est celle d'un *son composé*.

Pour se rendre compte de ce phénomène, il suffit de répéter l'expérience sur la corde d'un sonomètre : il n'est pas difficile de constater que la corde, tout en exécutant ses mouvements de totalité, se subdivise en un certain nombre de parties, dont les mouvements propres se superposent au mouvement d'ensemble. — Lorsque, par exemple, la corde donne *simultanément* les sons 1 et 2, elle vibre tout d'une pièce comme la corde AB (*fig.* 292) et produit ainsi le son fondamental ; mais,

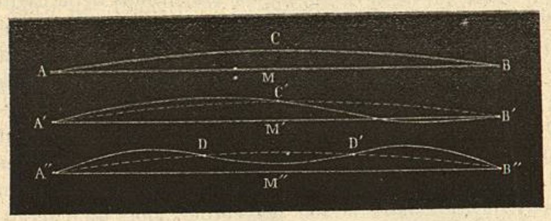

Fig. 292.

en même temps, elle se partage en deux parties A'C', C'B', dont chacune vibre en même temps comme une corde de longueur moitié moindre ces deux mouvements simultanés sont représentés sur la corde A'B'. — De même, quand on entend à la fois les sons 1 et 3, la corde se subdivise, comme A''B'', en trois parties égales, qui exécutent trois vibrations pendant que la corde tout entière en fait une seule (*).

(*) Les mouvements vibratoires sont toujours de sens contraire dans deux segments consécutifs de la corde ; on le démontrerait en répétant, sur une corde entièrement libre entre ses extrémités, l'expérience de Duhamel (*Note* de la page 351). — Par là s'explique l'observation suivante, faite par Delezenne. Quand on attaque une corde