formée par n de ces séries a la même force électromotrice me que chacune des séries, mais sa résistance est n fois plus petite, $\frac{m\rho}{n}$; si r est la résistance extérieure, l'intensité du courant est alors

$$i=\frac{me}{\frac{m\rho}{n}+r}=\frac{e}{\frac{\rho}{n}+\frac{r}{m}}.$$

Pour que l'intensité i ait une valeur maximum, il faut que le dénominateur soit minimum. Or remarquons que le produit de ses deux termes est constant, puisqu'il est égal à $\rho\frac{r}{N}$; dès lors, d'après un théorème connu, la somme des deux termes sera minimum quand ils seront égaux entre eux. Donc l'intensité sera maximum quand on aura

$$\frac{\rho}{n}=\frac{r}{m}, \quad \text{ou} \quad \frac{m}{n}=\frac{r}{\rho}.$$

On devra adopter la disposition pour laquelle le rapport des nombres m et n sera le plus voisin de cette valeur.

Si cette relation est satisfaite, on a $\frac{m\rho}{n}=r$; la résistance de la pile est donc *égale à la résistance du conducteur extérieur.*

806. Courants dérivés. — Supposons que, dans un circuit contenant une pile P, se trouvent intercalés deux fils, F, F′, aboutissant aux mêmes points C et D (*fig.* 574). Les courants qui traversent ces fils dans le même sens, et qu'on nomme *courants dérivés*, acquièrent des intensités dont les lois ont été données par Ohm.

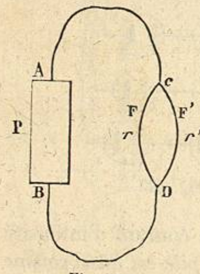

Fig. 574.
Courants dérivés.

Et d'abord, la *somme* des quantités d'électricité qui traversent les fils F et F′, pendant un temps déterminé, étant égale à la quantité d'électricité qui traverse la partie non divisée DPC pendant le même temps (787), si l'on désigne par i et i' les intensités du courant dans les deux fils de dérivation, et par I l'intensité dans la partie non divisée, on doit avoir

$$(1) \qquad \mathrm{I}=i+i'.$$

Or, si v est la différence des potentiels aux points C et D, et si l'on désigne par r et r' les résistances des fils F et F′, on a, d'après ce qu'on a vu (793, formule 3), $i=\frac{v}{r}$, $i'=\frac{v}{r'}$; par suite l'équation (1 devient

$$\mathrm{I}=v\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)=v\,\frac{r+r'}{rr'}.$$

Si l'on veut exprimer ce résultat en langage ordinaire, on peut dire que l'ensemble des deux fils de dérivation se comporte comme un *conducteur unique* dont la résistance serait $\frac{rr'}{r+r'}$. Il s'ensuit que, si E est la force électromotrice

de la pile, et si R est la résistance totale de la partie non divisée du circuit, l'intensité I du courant, dans la partie non divisée, est exprimée par

$$(2) \qquad \mathrm{I}=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}+\frac{rr'}{r+r'}}.$$

Quant aux intensités i et i' dans les deux fils de dérivation, elles sont *en raison inverse de leurs résistances*, $\frac{i}{i'}=\frac{r'}{r}$; par suite, en tenant compte de la relation (1), il vient:

$$(3) \qquad i=\mathrm{I}\,\frac{r'}{r+r'}, \qquad i'=\mathrm{I}\,\frac{r}{r+r'}.$$

Remarque. — Pour *un nombre quelconque de dérivations*, on obtiendrait les valeurs des intensités dans chaque fil, en faisant usage du théorème suivant, qui a été démontré par M. Kirchoff, et que nous nous contenterons d'énoncer :

Lorsque, dans un réseau quelconque de conducteurs, on considère une suite continue de conducteurs, de résistances r, r', r''..., *formant un circuit fermé* et contenant une force électromotrice E, si l'on désigne par i, i', i''... les intensités du courant dans chacun des conducteurs, on a toujours

$$\mathrm{E}=ir+i'r'+i''r''....$$

Dans le cas où les dérivations sont au nombre de deux, on a, en appliquant successivement le théorème aux deux circuits fermés CFDPC et CF′DPC,

$$(4) \qquad \mathrm{E}=ir+\mathrm{IR} \qquad \mathrm{E}=i'r'+\mathrm{IR}.$$

Ces deux équations, combinées avec l'équation (1), conduisent aux relations (2) et (3).

807. Pont de Wheatstone. — Supposons que, les pôles d'une pile P aboutissant à des points C et D (*fig.* 575), on réunisse ces points par deux dérivations formées, l'une de deux conducteurs A et R, dont les résistances seront a et r, et qui seront placés bout à bout; l'autre, de deux conducteurs B et S, dont les résistances seront b et s, et qui seront également placés bout à bout. Supposons enfin que les points de jonction M et N des deux systèmes soient réunis par un conducteur MN comprenant un galvanomètre G; c'est ce conducteur MN qu'on appelle le *pont*.

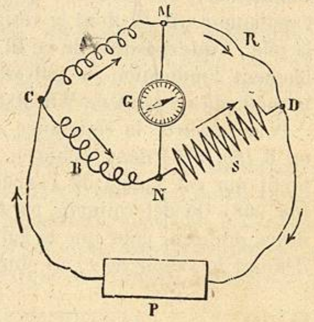

Fig. 575. — Pont de Wheatstone.

Cherchons quelle est la relation qui doit exister entre les résistances a, b, r, s, pour que, dans ce réseau de conducteurs, le fil MN ne soit traversé par *aucun courant*, c'est-à-dire pour que l'aiguille du galvanomètre n'éprouve aucune déviation. Pour cela, remarquons que, s'il ne passe aucune quantité d'électricité par MN, on peut affirmer que le courant a une même intensité i dans le conducteur A et dans le conducteur R, et une même intensité i' dans le conducteur B et dans le conducteur S. Dès lors, si l'on désigne par c, m, d, n, les valeurs des potentiels aux points C, M, D et N, on a identiquement :

$$i=\frac{c-m}{a}=\frac{m-d}{r},\qquad i'=\frac{c-n}{b}=\frac{n-d}{s};$$

or, puisqu'il n'y a pas de courant de M en N, les potentiels en M et N sont égaux, c'est-à-dire que l'on a $m=n$; on en déduit

$$\frac{i}{i'}=\frac{b}{a}=\frac{s}{r};$$

c'est-à-dire que, s'il ne passe aucun courant par le pont, les résistances des conducteurs situées *au delà du pont* sont dans le même rapport que les résistances des conducteurs situés *en deçà*.

Nous allons voir comment on fait usage de ce résultat, pour la détermination expérimentale des résistances des conducteurs.

III. — MESURE DES RÉSISTANCES DES CONDUCTEURS. CONSTANTES DES PILES.

808. Détermination expérimentale de la résistance d'un conducteur par la méthode du pont de Wheatstone. — La méthode qui a été indiquée précédemment (796), pour déterminer la résistance d'un conducteur, ne présente qu'une précision insuffisante, quand on l'applique à un fil dont la résistance est faible par rapport à celle de la pile : l'interposition de ce fil dans le circuit ne fait pas varier sensiblement l'indication du galvanomètre. — Il est préférable d'employer la méthode du pont de Wheatstone.

Pour mesurer la résistance d'un fil déterminé, on placera en A et en B (*fig.* 575) deux bobines, de résistances connues a et b; en R, le fil qui est l'objet de l'expérience ; en S, une *boîte de résistances* (*fig.* 568). On déterminera, par tâtonnements, le nombre d'ohms s qu'on devra prendre, pour que le galvanomètre du pont reste au zéro ; on en déduira la valeur de r, en ohms :

$$r=s\frac{a}{b}$$

Remarque. — On emploie quelquefois une disposition un peu différente, qui dispense de l'emploi d'une boîte de résistances. — On place en A (*fig.* 576) une bobine, dont la résistance a est connue en ohms;

en R, le fil qui est l'objet de l'expérience; entre C et D, est un fil rectiligne, tendu sur une règle divisée. Sur ce fil est disposée une petite pièce métallique N, qui est mobile sur le fil lui-même, et à laquelle vient aboutir l'extrémité du conducteur MGN qui forme le *pont*. On règle, par tâtonnements, la position de la pièce N sur le fil, de manière que

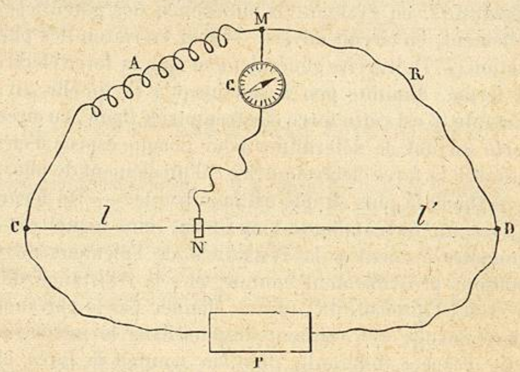

Fig. 576. — Pont à corde.

l'aiguille du galvanomètre reste au zéro; en lisant alors sur la règle divisée les deux longueurs CN et ND, et désignant ces longueurs par l et l', on a

$$\frac{r}{l'}=\frac{a}{l}\qquad\text{ou}\qquad r=a\frac{l'}{l};$$

la résistance a de la bobine étant donnée en ohms, on obtient ainsi la valeur de r, évaluée avec la même unité.

809. Détermination expérimentale des constantes d'une pile. — D'après ce que nous avons vu (800), une pile placée dans un circuit intervient à la fois par sa *résistance* et par sa *force électromotrice*. Ce sont les deux *constantes* qui caractérisent la pile, et qu'il importe, dans la pratique, de déterminer expérimentalement.

Une fois la pile installée, on en peut mesurer la *résistance* par diverses méthodes. La plupart de ces méthodes consistent à mesurer les variations qu'éprouve l'intensité du courant, quand on le fait passer dans des conducteurs de résistances connues, que l'on intercale successivement entre les deux pôles de la pile. La formule déduite des lois d'Ohm, $i=\frac{E}{R+r}$, fournit autant d'équations qu'on a effectué d'expériences : il suffit, en général, de deux équations, entre lesquelles on élimine la force électromotrice E, pour déterminer la résistance R de la pile. — On trouve ainsi, comme on pouvait le prévoir, que la résistance R présente des valeurs très diverses, même pour des éléments de piles d'un même système, selon les dimensions de ces éléments, les épaisseurs des couches liquides, etc.

Au contraire, la *force électromotrice* d'un élément de pile dépend uniquement de la *nature* des substances qui le composent, et nullement de ses dimensions. On peut la déterminer au moyen de l'électromètre à quadrants, en évaluant la différence des potentiels aux deux pôles de l'élément, en circuit ouvert. — Mais, en raison des phénomènes de polarisation (777), il arrive généralement que la force électromotrice, en circuit fermé, diminue peu à peu jusqu'à ce qu'elle ait pris une valeur constante. C'est cette force électromotrice *limite*, en circuit fermé, qu'il importe surtout de déterminer pour chaque espèce d'éléments.

Pour mesurer la force électromotrice e d'un élément de pile, *en circuit fermé*, la méthode la plus simple est la suivante. — On ferme d'abord le circuit avec un fil métallique long et fin, dans lequel est intercalé un galvanomètre : soient ρ la résistance de l'élément de pile, que nous supposons préalablement connue, et r la résistance de la partie extérieure; soit I l'intensité du courant, donnée par le galvanomètre. — On remplace ensuite cet élément de pile, dans le même circuit, par un élément d'espèce différente, dont on connaît la force électromotrice e' en volts : ce sera, par exemple, un élément de Daniell, ou l'élément à azotate de cuivre que nous avons indiqué (763, *Rem.*) ; soient ρ' la résistance de cet élément, et I′ l'intensité du courant, fournie par le galvanomètre. — Les lois d'Ohm donnent :

$$\mathrm{I} = \frac{e}{\rho + r}, \qquad \mathrm{I}' = \frac{e'}{\rho' + r}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{e}{e'} = \frac{\mathrm{I}(\rho + r)}{\mathrm{I}'(\rho' + r)}.$$

La valeur de e' étant supposée connue en volts, on en déduira la valeur de e, évaluée avec la même unité. — On voit que, si la résistance extérieure r est choisie de manière qu'elle soit très grande par rapport à ρ et à ρ' (*), on pourra considérer les termes $\rho + r$ et $\rho' + r$ comme sensiblement égaux, et poser simplement

$$\frac{e}{e'} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}'}.$$

Le tableau suivant donne les forces électromotrices, classées par ordre de valeurs croissantes, pour les éléments de pile les plus employés :

	FORCE ÉLECTROMOTRICE en volts.
Élément de Daniell	1,08
— de Grove	1,9
— de Bunsen	1,9
— de Leclanché	1,5
— de pile secondaire de Planté (au début)	2,5

(*) Pour que la résistance extérieure soit très grande par rapport à celle de l'élément de pile, on peut intercaler dans le circuit une boite de résistances (*fig.* 568), dont on a enlevé la cheville marquée *infini* (*fig.* 569).

810. Force électromotrice des piles thermo-électriques. — Les éléments de piles *thermo-électriques* (767) sont remarquables par la faiblesse de leur force électromotrice, qui est toujours une très petite fraction de volt.

Pour chaque espèce d'élément thermo-électrique, la force électromotrice est sensiblement *proportionnelle à la différence de température des deux soudures*, au moins tant que cette différence ne dépasse pas certaines limites.

IV. — CHOIX DES UNITÉS ÉLECTRIQUES.

811. Unités électrostatiques C.G.S. rejetées par le Congrès des électriciens. — Les unités électrostatiques C.G.S. de masse électrique et de potentiel ont été choisies (644 et 668) de manière que les formules auxquelles on est conduit, dans l'étude de l'*Électricité statique*, ne contiennent aucun facteur numérique différent de l'unité. — Par exemple, entre deux masses électriques q et q', placées dans l'air, à une distance de r centimètres, s'exerce une force répulsive représentée, en dynes, par $f = \frac{qq'}{r^2}$. — Pour amener l'unité de masse électrique depuis l'infini jusqu'à une distance r d'une masse électrique q située en un point déterminé, il faut dépenser un travail représenté, en ergs, par $\mathrm{V} = \frac{q}{r}$.

On pourrait, en faisant usage de ce même système d'unités, définir *l'unité électrostatique d'intensité de courant* : ce serait l'intensité d'un courant qui transporterait l'unité de masse électrique en une seconde. — Étant donné un circuit parcouru par un courant dont l'intensité serait égale à l'unité ainsi définie, on pourrait trouver deux points du circuit, A et B, présentant une différence de potentiel égale à l'unité de potentiel électrostatique : la résistance du conducteur AB serait *l'unité électrostatique C.G.S. de résistance.*

Mais l'emploi de ces unités électrostatiques, pour l'établissement des formules de l'*Électromagnétisme* et de l'*Électro-dynamique*, exigerait l'introduction d'un facteur numérique dans chacune de ces formules. — C'est pour éviter cette complication que le Congrès des électriciens s'est déterminé à adopter d'autres unités, dérivées des unités fondamentales C.G.S. d'après d'autres conventions, et dites *unités électromagnétiques.*

812. Unités absolues électromagnétiques C.G.S. adoptées par le Congrès des électriciens. — A la suite des travaux effectués par l'Association britannique, le Congrès international des électriciens, réuni à Paris en 1881, a fixé les diverses unités électriques absolues en les rattachant aux unités fondamentales du système C.G.S. par les considérations suivantes :

On définit comme il a été dit (727) l'*unité de masse magnétique :* c'est la masse magnétique qui, agissant sur une masse identique, placée à une distance de *un centimètre*, produit une répulsion égale à *une dyne.*

Imaginons maintenant un conducteur *d'un centimètre de longueur*, ayant la forme d'un *arc de cercle d'un centimètre de rayon*; si ce conducteur est parcouru par un courant, on verra plus loin (816) qu'il exerce, sur une masse magnétique placée en son centre, une action représentée par une force perpendiculaire au plan du cercle, et variable avec l'intensité du courant; si, pour *l'unité de masse magnétique*, cette force est égale à *une dyne*, l'intensité du courant sera, par définition, *l'unité absolue d'intensité de courant*.

Pour définir maintenant *l'unité de résistance*, imaginons que, dans un circuit parcouru par un courant d'intensité égale à l'unité, se trouve une colonne de mercure de *un millimètre carré de section;* et considérons une longueur de cette colonne telle, que la quantité de chaleur qui y est dégagée, par seconde, soit précisément celle qui est équivalente à *un erg*, c'est-à-dire $\frac{1}{41\,700\,000}$ de petite calorie; la résistance de cette colonne sera, par définition, *l'unité absolue de résistance*.

Enfin, la différence de potentiel des deux extrémités de cette colonne est, par définition, *l'unité absolue de potentiel* ou *de force électromotrice*.

813. Unités pratiques. — Pour les applications, les *unités absolues* de potentiel et de résistance que nous venons de définir seraient beaucoup trop petites : dans les évaluations numériques, elles conduiraient à des nombres beaucoup trop grands pour être d'un emploi commode. — Les *unités pratiques* qui ont été adoptées sont des multiples de ces unités absolues.

L'*ohm* vaut 10^9 unités absolues de résistance. — Le *volt* vaut 10^8 unités absolues de force électromotrice.

Cherchons quelle est, en unités absolues, la valeur de l'*ampère*, définie comme l'intensité du courant que produit une force électromotrice d'un volt, dans un circuit ayant pour résistance totale un ohm. D'après les définitions des unités absolues, quand la force électromotrice est 1, et la résistance 1, l'intensité du courant est 1; si la force électromotrice devient un *volt*, c'est-à-dire 10^8 unités, et si la résistance devient un *ohm*, c'est-à-dire 10^9 unités, d'après les lois d'Ohm, l'intensité du courant devient $\frac{10^8}{10^9} = \frac{1}{10}$; l'*ampère* vaut donc $\frac{1}{10}$ d'unité absolue d'intensité. — Le *coulomb* est la quantité d'électricité débitée, en une seconde, par un courant d'un ampère.

Le *farad* serait la capacité d'un conducteur, qui, chargé d'un coulomb, serait porté au potentiel d'un volt.

Ce qu'il importe de retenir, c'est que les unités pratiques, *coulomb, volt, ampère, ohm, farad*, constituent, avec le *joule* (unité pratique de travail, valant 10^7 ergs), un système cohérent d'unités.

CHAPITRE V

ÉLECTROMAGNÉTISME

I. — CHAMPS MAGNÉTIQUES PRODUITS PAR LES COURANTS.

814. Champ magnétique produit par courant rectiligne indéfini. — Loi de Biot et Savart. — Il résulte de l'expérience d'Œrsted (789) qu'un courant rectiligne indéfini crée autour de lui un *champ magnétique* de même nature que celui qui est produit par un aimant.

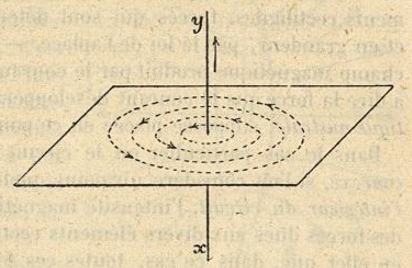

Fig. 577.

Si l'on place verticalement un fil rectiligne *xy* parcouru par un courant (*fig.* 577), et si l'on projette de la limaille de fer sur une feuille de carton horizontale traversée par ce fil, on voit se former un spectre magnétique : les *lignes de force* sont des circonférences concentriques, ayant leur centre sur l'axe du fil. En chaque point, le *sens* de la force magnétique est donné par la règle d'Ampère (789).

Quant à la loi suivant laquelle varie l'*intensité magnétique* dans les divers points de ce champ, les expériences de Biot et Savart ont établi que l'action d'un courant rectiligne indéfini sur un même pôle d'aimant, placé à diverses distances, est *proportionnelle à l'intensité du courant*, et qu'elle varie *en raison inverse de la distance* de ce pôle au courant. — C'est la loi de variation de l'intensité magnétique, aux divers points du champs créé par le courant rectiligne *xy*.

815. Action d'un élément de courant sur un pôle d'aimant. — Loi de Laplace. — En soumettant la question au calcul, Laplace a montré que l'on peut expliquer les résultats des expériences de Biot et Savart en admettant que l'action exercée individuellement *par chaque élément* MN du courant *xy*, sur un pôle A (*fig.* 578), est une force *f*, perpendiculaire au plan AMN, dirigée vers la gauche du courant, suivant