hasta con el modo de ensayarla, pues que hay cuerpos que ceden á la percusion ó choque, y son casi inatacables por la presion y el rozamiento: este segundo medio es el que se emplea para conocer la dureza. es decir, viendo el cuerpo que ataca ó raya á otro, en cuyo sentido decimos, que el diamante es el mas duro de los cuerpos.

51. Cuando se estudia esta propiedad bajo el aspecto de colocar las moléculas de los cuerpos en nuevas posiciones, da lugar á la *maleabilidad*, ó facultad de extenderse en láminas por medio del martillo ó de los laminadores; y á la *ductilidad*, ó facultad de dejarse estirar en hilos por medio de la hilera.

MECÁNICA DE SÓLIDOS.

LECCION VII.

Explicacion de lo que entendemos por fuerza, de lo que lleva el nombre de resultante y de componente.—Diferentes casos que ocurren en el problema general de la composicion de fuerzas.

52. Los diversos agentes que actúan sobre los cuerpos reciben el nombre de *fuerzas* cuando se les considera como causas de movimiento; así podemos decir, que *fuerza es todo lo que comunica ó tiende á comunicar un movimiento*. A poco que reflexionemos sobre esta definicion, nos convenceremos de su exactitud, puesto que observamos cuerpos que no adquieren movimiento sensible, aun cuando nos conste que se hallan solicitados por fuerzas considerables.

53. Las fuerzas son cantidades, puesto que pueden sufrir aumento ó disminucion, y no solo son cantidades, sino que son medibles, y por tanto del dominio de las matemáticas. Una fuerza queda determinada cuando se da su *direccion*, su *magnitud ó intensidad*, y su *punto de aplicacion*; representándose lo primero por líneas, lo segundo por partes tomadas sobre las mismas, y el punto de aplicacion por las coordenadas correspondientes.

54. Un cuerpo sobre el cual actúan fuerzas en mas ó menos número, y no logran imprimirle un movimiento, decimos que está en *equilibrio*; lo cual no debe nunca confundirse con el *reposo*, que nos indica la carencia de toda fuerza. Si el cuerpo solicitado no está en equilibrio, adquirirá un movimiento; pero observaremos que cualquiera que sea la relacion de las fuerzas, el cuerpo no seguirá mas de un camino, puesto que es imposible que siga dos ó mas á la vez; y de aquí concluimos, que el sistema de fuerzas podrá ser reemplazado por una fuerza única, estimada en la direccion del movimiento adquirido, y capaz de producir por sí sola el mismo efecto que todas las demas reunidas: á esta fuerza denominamos *resultante* del sistema, y las que han concurrido á su determinacion reciben el nombre de *componentes*. En el caso del equilibrio la resultante es cero.

55. Consideradas las fuerzas del modo que antecede, todo cuanto á las mismas

concierne está reducido á simples cuestiones de Geometría; y la ciencia que se ocupa de examinar las relaciones de estas fuerzas entre sí, y con las resultantes respectivas, es la que conocemos con el nombre de *Mecánica*, que se divide en mecánica de sólidos y en mecánica de fluidos, comprendiendo en esta denominacion los líquidos y los aeriformes: y se subdivide luego en *Estática*, que trata del equilibrio de los sólidos, y en *Dinámica*, que considera su movimiento, en *Hidrostática*, que se ocupa del equilibrio de los fluidos, y en *Hidrodinámica*, que tiene por objeto el estudio de sus movimientos.

56. Considerada la Mecánica con toda generalidad, podemos decir que tiene por objeto la resolucion de este problema: dadas las componentes, determinar la resultante; y considerarle tambien inversamente, esto es, dada la resultante, hallar las componentes que la han producido. La Mecánica es una ciencia aparte, y para cuyo estudio son necesarios conocimientos algo superiores de matemáticas; pero procuraremos exponer con la mayor sencillez posible todas las cuestiones de esta ciencia que, perteneciendo igualmente á la Física, son de todo punto indispensables, si se ha de progresar en su estudio.

57. Las fuerzas pueden formar ángulos, ó ser paralelas, y en el primer caso pueden estar situadas en un mismo plano, ó en planos diferentes; y de aquí los diferentes casos que ocurren en la composicion de fuerzas, todos los cuales examinaremos sucesivamente del modo físico que hace á nuestro propósito.

58. Por lo que va dicho respecto al equilibrio y al movimiento, se viene en conocimiento de que *un cuerpo solicitado por una fuerza única nunca podrá estar en equilibrio*, pues que obedeciendo el cuerpo, en virtud de la inercia, á la fuerza que le solicita, necesita otra por lo menos que destruya el efecto de la primera. El caso mas sencillo, pues, de equilibrio es el de dos fuerzas, que para producirle es indispensable que sean iguales y directamente opuestas, pues solo estando el cuerpo solicitado igualmente y en sentidos opuestos, es como únicamente podrá permanecer fijo por la accion de dos solas fuerzas, porque entonces éstas se destruyen y nos dan un resultante cero.

LECCION VIII.

Determinacion de la resultante en las fuerzas concurrentes cuando se hallan situadas en un mismo plano.

59. Las diferentes fuerzas que suponemos solicitan á un cuerpo pueden actuar en la prolongacion de una misma recta, y en este caso pueden verificarlo siguiendo todas una misma direccion, ó actuando en direcciones opuestas. Si todas actúan en una misma direccion, la resultante es igual á la suma de todas ellas, y actúa en la direccion única en que lo verifican las componentes. Si fuesen dos solas fuerzas actuando sobre un punto en sentidos contrarios, la resultante será igual á su diferencia y actuará en el sentido de la mayor, en razon á que la fuerza mayor puede imaginarse descompuesta en dos, una igual á la menor, que se destruirá con ella, y otra que vendrá representada por el exceso ó diferencia, que obrará como si estuviese sola, y por consiguiente será la resultante del sistema. Si las dos fuerzas fuesen iguales, su resultante seria cero, como ya hemos dicho, y el sistema estaria en equilibrio. Si en vez de ser dos solas fuerzas, fuesen en gran número, hallariamos la resultante de las que actuasen en un sentido, que sabemos seria igual á su suma; y procediendo del mismo modo, buscariamos la resultante de las que fuesen en el sentido opuesto, y vendriamos á parar en el caso anterior de dos solas fuerzas, que serian ahora las dos resultantes determinadas; de modo que la resultante final estará representada por la diferencia entre las dos sumas verificadas. Esta resultante actuará en el sentido de la mayor de las resultantes parciales ó de la mayor suma; pero no es seguro que lo verifique en el sentido del mayor número de fuerzas, pues que puede muy bien suceder que dos solas fuerzas, actuando en un sentido, produzcan una suma mayor que la que resulte de un gran número si éstas son mas pequeñas y obran en sentido opuesto.

60. Si las fuerzas fuesen dos y formasen ángulo, la resultante pasaria necesariamente por dentro del mismo, y tomaria por tanto una direccion intermedia, que la observacion y la experiencia nos dicen que estará representada siempre por *la diagonal del paralelógramo construido sobre las intensidades de las fuerzas*. Continuamente estamos viendo ejemplos que lo confirman; así es como la marcha de un barco con remos, marcando estos la direccion de las componentes, sigue aquel la direccion de la diagonal.

61. Si las fuerzas concurrentes fuesen en gran número, pero situadas todas en un mismo plano, se hallaria la resultante final construyendo un paralelógramo sobre dos de las fuerzas dadas y marcando su diagonal, con lo que el sistema quedaria reducido á una fuerza menos; luego se repetiria igual operacion con la resultante hallada y otra de las fuerzas, y así continuando hasta hallar la última diagonal, que será la resultante pedida.

Sean cuatro fuerzas P, P', P'' y P''' (*fig.* 4ª que concurren en el punto A; sobre las P y P' construiremos el paralelógramo APBP', cuya diagonal AB será la resultante; sobre AB y P'' trazaremos el ABCP'', y su diagonal AC será resultante de las AB y P'': sobre esta diagonal AC y P''' se construirá el ACRP''', y su diagonal AR será la resultante final que buscábamos. Si las fuerzas fuesen en mayor número se procederia del mismo modo, de forma que la operacion seria en este caso mas larga, pero no mas dificil.

62. Si las fuerzas, siendo concurrentes, no se hallasen en un mismo plano, la resultante se determinaria construyendo un paralelipípedo sobre tres de ellas, cuya diagonal seria su resultante; y continuando del mismo modo análogamente á lo verificado en el caso anterior.

63. Las fuerzas en general pueden constituir equilibrio, en cualquier número que se hallen, siempre que se encuentren de modo que el efecto de cada una sea aniquilado por el concurso de las demas; lo que se expresa diciendo que, cuando un sistema de fuerzas producen equilibrio, cada una es igual y directamente opuesta á la resultante de todas las demas.

Sean para esto tres fuerzas P, Q, S (*fig.* 5ª) que concurren en el punto A,

y que producen equilibrio, las fuerzas PQ darán una resultante S′ que debiendo producir el mismo efecto que las componentes, se equilibrará con la fuerza S, y como dos fuerzas no pueden producir equilibrio mas que en el caso de ser iguales y directamente opuestas, la fuerza S es igual y directamente opuesta á la resultante de las otras dos. Si ahora consideramos la resultante P′ de las Q y S, aplicando el mismo razonamiento, será igual y directamente opuesta á P; sucediendo lo mismo á la Q′ respecto de la fuerza Q.

64. Si dada una fuerza y considerada como resultante se nos pidiesen las componentes, el problema seria indeterminado, aun en el caso de ser dos las fuerzas pedidas, puesto que la geometría nos dice que una recta puede ser diagonal de infinito número de paralelógramos.

65. La magnitud de la resultante en el caso del paralelógramo de las fuerzas pende de la que corresponda á las componentes, pero tambien tiene una gran influencia el ángulo que forman; imaginémonos para esto (*fig.* 6ª) el paralelógramo APRQ, del cual es diagonal la R, resultante de las P y Q; si permaneciendo la misma magnitud de estas fuerzas llegan á tomar la posicion P′, Q′, la resultante será R, menor que la anterior y estaria representada por R″ cuando las fuerzas, conservando su intensidad, se hallasen en las posiciones P″ y Q″. Si estas fuerzas llegasen á ser directamente opuestas por ir aumentando el ángulo, la resultante seria igual á su diferencia; y si las componentes, en el caso contrario de ir disminuyendo el ángulo que forman, llegasen á superponerse, entonces la resultante vendria representada por la suma; de modo que los límites de la resultante ó diagonal están dados por las uma y la diferencia de las componentes.

LECCION IX.

Determinacion de la resultante de las fuerzas paralelas cuando van en un mismo sentido.

66. Las fuerzas paralelas han de considerarse siempre aplicadas á un mismo cuerpo; ó en el caso de que sean cuerpos diferentes, que se hallen invariablemente unidos; es decir, que siempre ha de haber un enlace invariable entre sus puntos de aplicacion, porque de no ser así cada fuerza obraria por sí con entera independencia de las demas, y no resultaria lo que entendemos por sistema de fuerzas, sin el cual no existe la resultante en ningun caso.

67. Cuando las fuerzas paralelas sean dos y vayan en un mismo sentido, darán una resultante igual á su suma, paralela á las componentes y en el mismo sentido que ellas; lo cual debe por precision ser así, pues que las dos fuerzas dadas no pueden destruirse total ni parcialmente en la disposicion que las suponemos; de modo que la resultante de las P y Q (*fig.* 7ª) será la fuerza R paralela á ellas, y tal que R=P+Q. Su punto C de aplicacion dividirá en dos partes iguales á la línea AB que une los de aplicacion de las componentes, en el solo caso de que éstas sean iguales; pero si no lo fuesen se acercaria siempre á la mayor hasta el caso de confundirse con ella cuando la menor hubiese desaparecido, de modo que existirá una

relacion siempre entre la intensidad de las componentes y las distancias AC y CB, que por lo que va expuesto se podrá representar por P : Q :: BC : AC, de donde resulta P×AC=Q×BC; lo cual nos dice que el punto de aplicacion de la resultante se obtendrá dividiendo la línea que une los de aplicacion de las componentes en partes recíprocamente proporcionales á las intensidades de las mismas; y que si se multiplican las componentes por sus distancias al punto de aplicacion de la resultante, se obtendrán productos iguales de cada lado; cuyos productos se denominan *momentos* de las fuerzas.

68. Como las fuerzas paralelas pueden ser en mayor número, la determinacion de su resultante final se verifica por procedimientos análogos á los empleados en las fuerzas concurrentes; es decir, se halla la resultante de dos de las componentes, y luego la que corresponde á la resultante hallada y á otra de las fuerzas dadas, prosiguiendo del mismo modo hasta venir á parar à dos fuerzas únicas, cuya resultante lo será de todo el sistema propuesto.

Sean cuatro fuerzas P, P′ P″ y P‴ aplicadas á los puntos A, B, D, E (*fig.* 8), que por lo dicho arriba se hallarán invariablemente unidos; hallaremos la resultante S de las P y P′, la cual será igual á la suma de las componentes, paralela á ellas y aplicada á un punto G que dividida la AB en partes inversamente proporcionales á las fuerzas P y P′: por el mismo procedimiento determinaremos la T, que será resultante de S y P″, y cuyo punto de aplicacion será L: y del mismo modo hallaremos la R que corresponde á las T y P‴, y que es la resultante buscada en este sistema; porque S lo es de P y P′, y siéndolo T de S y P″, R lo será de P, P′, P″ y P‴, y por tanto es la resultante final buscada. Esta resultante es paralela á las componentes, pues que S lo es á P y P′, T á S y P″, y R á T y P‴. Es al mismo tiempo igual á la suma de las componentes, porque S=P+P′, y T=S+P″=P+P′+P″, de donde R=T+P‴=P+P′+P″+P‴.

69. Si estas fuerzas girasen de un modo cualquiera en el espacio, pero conservasen su paralelismo y sus puntos de aplicacion, la resultante giraria tambien del mismo modo, permaneciendo paralela á las componentes y pasando siempre por el mismo punto de aplicacion, el cual punto C por esta razon ha recibido el nombre de centro de fuerzas paralelas.

Podemos repetir aquí lo que dijimos en el problema correspondiente á las fuerzas que concurren en un punto; y es que en el caso de ser mayor el número de fuerzas, seria la operacion mas larga, pero no mas complicada ni dificil.

70. Si se nos diese la resultante y se pidiesen las componentes, nos hallariamos, como sucedió en la cuestion igual propuesta para las fuerzas concurrentes, con un problema indeterminado; pues que, aun en el caso mas sencillo de ser dos solas las fuerzas pedidas y con la condicion de iguales, debiendo los puntos de aplicacion hallarse á distancias iguales del de aplicacion de la resultante propuesta, son infinitos los puntos que cumplen con esta condicion.

71. Lo que sí es posible y necesario en muchas ocasiones es descomponer una fuerza dada en tantas otras paralelas como sea necesario, iguales dos á dos y simétricamente colocadas. Sea para esto la fuerza dada R (*fig.* 9ª) aplicada al punto C de la recta AB, y supongamos que se nos pide su descomposicion en número

de fuerzas iguales todas, y colocadas dos á dos simétricamente. Para conseguirlo descompondremos el valor de R en sumandos iguales, que serán y representarán las fuerzas p, p'', p''' y q, q', q'', q''', y las colocarémos en los puntos tomados á distancias iguales, puesto que lo son las fuerzas a, b; a', b'; a'', b''; a''', b'''; con lo cual quedarán satisfechas las condiciones pedidas.

LECCION X.

Determinacion de la resultante de las fuerzas paralelas cuando van en sentidos opuestos. Pares de fuerzas.

72. Supongamos dos fuerzas paralelas (*fig.* 10) que van en un mismo sentido P y Q, cuya resultante será R; es evidente que este sistema producirá equilibrio, puesto que da lugar á una resultante que estando representada por la suma de las componentes nunca llegará á ser cero. Si nos propusiésemos contrabalancear este sistema con el objeto de que el cuerpo estuviese en equilibrio, tendriamos dos medios para conseguirlo, ó destruir cada una de las fuerzas del sistema por medio de otra igual y directamente opuesta, ó introducir una fuerza única igual y directamente opuesta á la resultante. Elijamos este segundo medio, é introduciendo la fuerza R' igual y directamente opuesta á R', tendremos que el sistema de las tres fuerzas P, Q, y R' se halla evidentemente en equilibrio.

Sabemos que cuando un sistema de fuerzas está en equilibrio, cada una de ellas es igual y directamente opuesta á la resultante de las demas; así que la fuerza R' es igual y directamente opuesta a la resultante de P y Q, y efectivamente es la condicion con que ha sido introducida: la fuerza P será por consiguiente igual y directamente opuesta á la resultante de Q y R', así como la fuerza Q se hallará en el mismo caso respecto de las R' y P.

73. Sean las dos fuerzas dadas las P y R' paralelas y actuando en sentidos contrarios; su resultante por lo que va dicho será igual y directamente opuesta á Q, y vendrá representada por Q'; su magnitud, siendo igual con Q; y teniendo de antes $R=P+Q$, será $Q'=R'-P$, es decir que estará dada por la diferencia entre las componentes. Será paralela á las mismas, puesto que su direccion, si bien en sentido contrario, es la misma que Q, y se hallará actuando en el sentido de la mayor, que es evidentemente R', pues que teniamos $R=P+Q$.

74. Su punto B de aplicacion no se halla entre los de las componentes, sino fuera; pero no ofrece dificultad su determinacion, porque teniendo de antes $P\times AC=Q\times BC$, resultará ahora que $BC=\frac{P\times AC}{Q}$.

75. En el caso de que las dos fuerzas dadas fuesen iguales, su resultante seria cero; pero el sistema, si bien no tendria movimiento de traslacion, le adquiriria de rotacion; circunstancia notable que ha hecho que se dé un nombre particular á la combinacion de fuerzas que la produce: así es que dos fuerzas iguales, paralelas y en sentidos contrarios constituyen lo que llamamos un *par de fuerzas*.

76. Como en el problema de la composicion de fuerzas paralelas puede ocurrir que vayan unas en un sentido y otras en el opuesto, en este caso se determinará la resultante de las que van en un sentido por el procedimiento explicado, é igualmente se verificará con las que van en el opuesto, y vendremos á parar á un sistema de dos fuerzas únicas, paralelas y en sentidos contrarios, cuya resultante sabemos ya determinar.

De lo expuesto en el problema general de la composicion de fuerzas se deduce, que todo sistema de éstas viene siempre á reducirse á una resultante única ó á un par de fuerzas.

LECCION XI.

Aplicacion de las fuerzas paralelas á la investigacion del centro de gravedad, y determinacion de este punto en los diferentes cuerpos.—Explicacion de las diferentes clases de equilibrio relativamente á esta cuestion.

77. Hemos examinado la accion de la gravedad considerándola como una fuerza que actúa sin cesar sobre los cuerpos, tendiendo á dirigirlos al centro de la tierra. Esta fuerza no solo actúa sobre masas considerables, sino que se hace sensible y ejerce su accion sobre los átomos de la materia; y se concibe sin dificultad que debe ser así, por cuanto los cuerpos caen, no solo cuando forman un todo coherente, sino reducidos á polvo impalpable; y ademas las moléculas, que como sabemos no se hallan en contacto inmediato, caen todas del mismo modo, como lo prueba el que el cuerpo, por el solo acto de su descenso, no cambia nunca de forma, lo que quiere decir que las moléculas conservan sus posiciones anteriores.

78. Ejerciéndose esta fuerza sobre las mas pequeñas moléculas de los cuerpos, se advierte, considerando como va dicho, que la forma del cuerpo no sufre alteracion, que todas las acciones son iguales, paralelas, y en una misma direccion; de donde resulta que nos hallamos con un sistema de fuerzas paralelas, iguales y en un mismo sentido; su resultante, pues, será igual á su suma, tambien paralela y en la misma direccion: efectivamente, el cuerpo cae en la direccion vertical en que lo verificarian sus partículas separadas; y por lo que respecta á la suma, puesto que todas son iguales, la resultante será tanto mayor cuanto mas considerable sea el número de las componentes; esto es, cuanto mayor sea el número de moléculas; ó en otros términos, cuanto mayor sea la masa del cuerpo. El valor de esta resultante es lo que se llama *peso* del cuerpo; así que pesar es medir una fuerza, la cual no es otra que la resultante de las acciones que la gravedad comunica á todas las moléculas del cuerpo.

79. Siendo el peso del cuerpo el que mide la intensidad de la resultante de este sistema de fuerzas paralelas, esta resultante tendrá un punto de aplicacion, que será el centro de fuerzas paralelas, el cual en este caso recibe el nombre de *centro de gravedad*. La determinacion de este punto es del mayor interes para la estabili-

dad de los cuerpos, puesto que sabemos que para hacer que un sistema de fuerzas se destruya y el cuerpo esté en equilibrio, ó debemos introducir otro en que cada una de las fuerzas sea igual y directamente opuesta á cada una de las del sistema primitivo, ó introducir una fuerza única que equilibre á la resultante; de aquí se sigue que para impedir que la fuerza de la gravedad imprima movimiento á los cuerpos, ó lo que es lo mismo, para que no caigan, es indispensable ó sostener todas las partículas del cuerpo una por una, ó sostener el centro de gravedad, lo que es lo mismo que destruir la resultante.

80. Al ocuparnos en las fuerzas paralelas en general, deciamos que su centro permanecia siempre el mismo, aun cuando las fuerzas girasen de un modo cualquiera; y aplicándolo al caso presente, diremos que el centro de gravedad no cambia nunca, y permanece siempre el mismo, cualquiera que sea la posicion del cuerpo, puesto que por una parte el centro de gravedad y el de fuerzas paralelas son aquí una misma cosa, y por otra, que es enteramente lo mismo para el caso, que la direccion de las fuerzas cambie y los puntos de aplicacion permanezcan fijos; ó que, permaneciendo inalterables las direcciones de las fuerzas, sean los puntos de aplicacion los que giren, que es lo que tiene lugar cuando los cuerpos cambian de posicion de un modo cualquiera.

81. El centro de gravedad es un punto que se halla siempre dentro de la figura del cuerpo, y comunmente en lo interior de su masa; así es como el centro de gravedad de una esfera se halla siempre en su centro, ya sea el cuerpo hueco ó sea macizo. En los casos en que los cuerpos son homogéneos, y que su forma es un cu r o geométrico regular, la determinacion de su centro de gravedad no ofrece dificultad alguna; así es que el centro de un paralelipípedo se halla en el concurso de sus diagonales, ó lo que es lo mismo, á la mitad de su altura; el de un cilindro á la mitad de su eje; y si consideramos las simples figuras geométricas y aun las líneas como poseyendo un centro de gravedad, veremos que el de todo polígono regular se halla en su centro, y el de toda línea en su mitad.

82. Hemos indicado la necesidad de considerar los cuerpos como homogéneos para la determinacion del centro de gravedad, y con efecto, este punto se halla siempre en el centro en una esfera homogénea; pero no lo estara ya si un hemisferio fuese de un cuerpo diferente del que formase el otro, ó si un hemisferio fuese hueco y otro macizo etc. Tanto en estos casos como cuando los cuerpos no tengan un centro geométrico, se puede descubrir la colocacion del centro de gravedad suspendiendo el cuerpo por un punto v. gr. A (*fig.* 11) por medio de un hilo AP, y como para el equilibrio el centro de gravedad ha de estar sostenido, se hallará precisamente en la prolongacion AS del hilo. Suspendiéndole en seguida por otro punto cualquiera B, el centro de gravedad se encontrará en la prolongacion BT. y por lo mismo se hallará en el punto de concurso G. Este punto se encuentra colocado en el triángulo á la tercera parte de la línea AS, contando desde S, y en la pirámide y como á una cuarta parte de una línea análoga.

83. Los cuerpos pueden estar en equilibrio en dos posiciones, cuando el centro de gravedad está lo mas bajo ó lo mas alto posible, en ambos casos se hallará sostenido; la vertical que pase por él se encontrará dentro de la base de sustentacion, y el

cuerpo no caerá, permaneciendo por lo tanto en equilibrio, el cual será *estable* cuando el centro de gravedad se halle lo mas bajo posible, é *inestable* en el otro caso; así es como una pirámide apoyada sobre una de sus caras se halla en su máximum de estabilidad, porque el centro de gravedad se encuentra á la cuarta parte de la base, por lo que vuelve á recobrar su posicion cuando se la obliga en algun tanto á alterarla; pero esta misma pirámide se hallará en equilibrio inestable, si se apoya por uno de los vértices, en cuyo caso el centro se halla á los tres cuartos de altura; y así es que separada, aunque sea muy poco de su posicion, la abandona para no recobrarla jamas por sí misma.

Vemos por lo que precede que la estabilidad de los cuerpos será tanto mayor cuanto mas bajo se halle el centro de gravedad y mas ámplia sea la base de sustentacion; en lo que está fundada la práctica de colocar planchas de plomo en la parte inferior de los objetos que deseamos que no caigan, ó lo que es lo mismo, que se conserven en su posicion, en atencion á que el cuerpo caerá irremisiblemente en cuanto la vertical tirada por el centro de gravedad salga fuera de la base de sustentacion.

LECCION XII.

Ideas generales sobre las máquinas, y clasificacion de las mismas, segun el apoyo ú obstáculo sobre que insisten.

84. Las *máquinas* son instrumentos que sirven para poner en equilibrio y aun para producir el movimiento de los cuerpos por medio de fuerzas cualesquiera. En toda máquina hay que considerar el *motor* ó fuerza que se emplea, y que denominamos *potencia*, la fuerza que debe vencerse, à la cual se da el nombre de *resistencia*, y la máquina, que es el cuerpo intermedio, que transmite la accion de la una sobre la otra.

Las máquinas no son cuerpos libres, sino cuerpos sujetos á moverse sobre el obstáculo sobre que insisten; de donde viene la clasificacion de las máquinas en tres clases: una que comprende aquellas cuyo obstáculo ó punto de apoyo es un punto; otra á la que pertenecen aquellas cuyo punto de apoyo ú obstáculo es una línea, y por último las que se apoyan en un plano ó superficie. A la primera clase pertenecen la *palanca* y la *polea*, á la segunda el *torno*, y á la tercera el *plano inclinado*, la *rosca* y la *cuña*. Esta clasificacion que adoptamos no es seguramente la única que puede establecerse, puesto que el torno se refiere à la palanca, en cuyo caso resultan solo dos máquinas, palanca y plano inclinado; y si aun éste, como fácilmente puede hacerse, se refiere tambien á la palanca, no resulta mas que esta máquina única: así como, si para ordenarlas atendemos solo á su denominacion, resultan siete, que son: palanca, polea, torno, plano inclinado, cuña, tornillo, y las *cuerdas* ó máquinas funiculares.

Las máquinas que dejamos indicadas son las que se denominan simples; resultando las compuestas de las diferentes combinaciones que con las primeras puedan verificarse.

85. Atendiendo á la idea que hemos dado en general de las máquinas, se nota que será posible mover una masa considerable con el intermedio de una máquina, empleando una fuerza incapaz de verificarlo actuando sola é inmediatamente; de donde resulta que las máquinas favorecen á la potencia; pero aunque esto es así, no debe creerse que las máquinas dan fuerza; esto es imposible de todo punto en razon á que no pueden dar lo que no tienen, y que sabemos que son cuerpos inertes que necesitan un esfuerzo exterior para ponerse en movimiento, y por consiguiente consumen una parte de la fuerza que se les aplica; á lo que hay que añadir la que tambien inútilmente consume el razonamiento, como mas adelante examinaremos. Todo consiste en que la disposicion de las fuerzas aplicadas á la máquina sea tal, que la resultante de ellas pase por el punto de apoyo y se destruya con él; de manera que si en este punto imaginamos una nueva fuerza, que en realidad existe, igual y directamente opuesta á la resultante, hallaremos que sumándola con la potencia, se emplea mas fuerza en el uso de las máquinas, que sin ellas; mas como en realidad el esfuerzo empleado es solo al que hemos dado el nombre de potencia, pues que el punto de apoyo está dispuesto de modo que nada hay que hacer por nuestra parte que para la resultante sea destruida, de aquí nace el decir que favorecen la potencia, pero sin aumentar absolutamente su fuerza.

86. Resulta de lo espuesto, que podemos admitir como máquina á todo aparato ó sistema que nos dé medios para cambiar por lo menos una de las tres cosas siguientes.

1ª La direccion del movimiento.
2ª La velocidad.
3ª La especie del movimiento.

El torno, por ejemplo, es uno de los aparatos, que cambian las tres circunstancias espresadas.

87. Partiendo, pues, de estas nociones generales que bastan para prevenir las ideas particulares que deben darse acerca de cada máquina, entraremos á las esplicaciones que demandan las máquinas hasta ahora conocidas, segun el órden con que acabamos de mencionarlas en la leccion presente.

LECCION XIII.

Leyes del equilibrio en la palanca.—Explicacion de la balanza comun y de la romana.—Sistemas de palancas.

88. La *palanca* es una barra inflexible, recta, curva ó angular, sujeta á girar sobre un punto llamado de *apoyo*; la potencia y la resistencia se aplican en general á las extremidades, y las distancias desde el punto de apoyo á la potencia y á la resistencia es lo que se denomina brazos de palanca. En esta máquina, así como en las demas que hemos de considerar, nada en rigor tenemos que establecer de nuevo, bastándonos para su inteligencia la aplicacion de los principios ya establecidos.

Consideremos la palanca PR (*fig.* 12), en la que P nos representa la potencia, R la resistencia y C el punto de apoyo. Sabemos que si la potencia actúa de alto á bajo y se coloca en P', la resistencia se elevará y se situará en R' donde vemos que cambia la direccion del movimiento, y por lo tanto que es una verdadera máquina. La resultante de P y R pasará por el punto C, el cual no solo sufrirá el esfuerzo de esta accion, sino que habrá de sostener la palanca, cuyo peso puede ser en algunas ocasiones considerable. La relacion entre las fuerzas y los brazos de palanca es la que ya conocemos de la fig. 7, esto es, $P : R :: CR : CP$, ó bien, $P \times CP = R \times CR$, ó traduciéndolo al lenguage vulgar, diremos que la *potencia y la rasistencia están en razon inversa de los brazos de palanca.*

89. Al colocarse la palanca en la posicion P'R', el camino andado por la potencia es el arco PP', y el andado por la resistencia el RR'; y como estos arcos tienen la relacion de los brazos de palanca, tenemos que *la potencia multiplicada por el espacio ó camino que anda es igual á la resistencia multiplicada por el camiao ó espacio correspondiente*; ley general de todas las máquinas, tanto simples como compuestas.

90. Si los brazos de palanca fuesen iguales, lo serian tambien la potencia y la resistencia; porque en la proporcion anterior si $CR = PC$, resulta $P = R$. La potencia estará tanto mas favorecida cuanto actúe sobre un brazo de palanca mas considerable, pues que de ser $PC > CR$, resulta $R > P$; mas como R y P están por el supuesto en equilibrio, una potencia menor iguala á una resistencia mayor, por sola la circunstancia de obrar sobre un brazo de palanca mas considerable.

91. Las palancas se dividen en tres géneros, de los que el primero es el representado en la fig: 12, en que el punto de apoyo se halla entre la potencia y la resistencia, la de segundo es aquella (*fig.* 13) en que la resistencia está entre el punto de apoyo y la potencia; y la de tercero (*fig.* 14) tiene situada la potencia entre el punto de apoyo y la resistencia. En todas ellas la relacion entre la potencia y la resistencia es la misma que dejamos establecida. En la de primer género hemos visto que puede favorecerse ó perjudicarse la potencia, segun que actúe sobre un brazo de palanca mas largo ó mas corto que la resistencia; en la de segundo género siempre se halla favorecida la potencia, pues su brazo de palanca PC es la totalidad de la misma, y por tanto siempre mayor que RC; y en la de tercero encontramos que la potencia estará siempre perjudicada, pues que su brazo de palanca PC será siempre menor que el de la resistencia RP que es la totalidad de la palanca; por esta razon las palancas de este género se emplean generalmente solo cuando las resistencias son débiles y hay economía en el empleo de fuerzas que quedarian sin ocupacion en otro caso: sin embargo, tambien pueden emplearse con la mira de evitar volúmenes inútiles ó considerables en la estructura de alguna máquina, como ejemplo de lo cual pudieran citarse nuestros brazos, que son palancas de este género.

92. La *balanza* comun no es mas que una palanca de primer género, cuyos brazos son iguales, y que por lo mismo dé la igualdad entre la potencia y la resistencia, esto es, entre el cuerpo que se quiere pesar y los pesos conocidos que se destinan á conseguir el equilibrio. Para que la balanza esté bien construida se necesita que los dos brazos sean iguales en longitud y en peso, y que tenga mucha libertad en sus movimientos. Con la mira de que la masa del aparato no sea muy

considerable, y al mismo tiempo que los brazos tengan la suficiente resistencia para presentar siempre una palanca de longitud invariable, se hace que la forma de la barra sea semejante á la de una hoja de espada colocada de filo ó canto, y al eje se le da la figura de una hoja de cuchillo apoyada por su filo, con lo cual se consigue que, apoyándose por el menor número de puntos posible, la adherencia que se establece sea muy corta. y por consiguiente tenga el aparato una gran movilidad; ademas, y con el objeto de que no se desgaste con tanta facilidad la arista ó corte, se construye de acero bien templado y se la hace apoyar sobre planos de ágata, sustancia suficientemente resistente para que no se produzca impresion por el rozamiento del eje; y aun para conseguir mejor este objeto llevan las balanzas unas horquillas que sostienen la barra de modo que el eje quede suspendido sin apoyarse en los planos cuando no se hace uso del aparato. En las extremidades de los brazos lleva una disposicion particular para la suspension de los platillos, que consiste en dos ejes en forma de cuchillo, que se cruzan apoyándose uno en otro, con lo que se consigue que desciendan siempre verticalmente, y que el rozamiento sea muy pequeño: los platillos pueden tener formas cualesquiera, y peso tambien cualquiera, siempre que sea igual en ambos, y para su suspension son preferibles las varillas á los cordones ó cadenas, en razon á que el peso de estos cuerpos puede sufrir alteracion por la introduccion de sustancias extrañas en sus intersticios.

93. En la parte de barra que corresponde al eje lleva una aguja perpendicular á éste, la cual recibe el nombre de fiel, y tiene por objeto asegurarse de la horizontalidad de la palanca. Este fiel se coloca por la parte superior cuando la balanza va suspendida de unas láminas metálicas que se denominan armas de la balanza, y entre las cuales se oculta en el caso de equilibrio, y va colocado por la parte inferior cuando el aparato se apoya en un pie cualquiera: en una y otra colocacion se acostumbra poner un arco dividido, cuyo cero señala el fiel en la posicion vertical, y cuyas divisiones de una y otra parte no tienen por objeto la medida de la inclinacion del aparato, sino que sirven para ganar tiempo cuando los pesos se ejecutan: en efecto, para que el peso no sea indicado por la completa inmovilidad de la palanca, necesitamos esperar mucho tiempo, toda vez que en virtud de su gran movilidad las oscilaciones se aniquilan con una gran lentitud; pero podemos dispensarnos de aguardar á que cesen completamente observando el arco que el fiel describe de cada lado, y el equilibrio estará establecido, ó lo que es lo mismo, el peso estará determinado cuando estos sean iguales.

94. La colocacion del centro de gravedad en la balanza debe ser en la vertical que pasa por el eje, pero mas bajo que el punto de suspension. Si coincidiese con el apoyo (*fig.* 15) en C, la vertical que por él pasa se hallaria siempre apoyada, ó el centro de gravedad sostenido, ya tuviese la posicion horizontal AB, ya la situacion inclinada A'B'; es decir, que la balanza permaneceria en equilibrio en todas las posiciones, y nada por consiguiente nos indicaria la igualdad de pesos. Si el centro de gravedad estuviese mas alto, v. gr. en G [*fig.* 16], estaria sostenido en el caso de la horizontalidad AB; pero al inclinarse la balanza y colocarse en A'B', el centro de gravedad pasaria á G' y la vertical tirada por este punto

saldria fuera de la base C de sustentacion, el equilibrio seria inestable, y el aparato descenderia indefinidamente del lado B; seria necesario cargar pesos en el otro lado para sacarle de esta posicion, lo cual conseguido caeria indefinidamente tambien de este lado, y por tanto con una balanza semejante seria imposible pesar los cuerpos. El centro de gravedad por consiguiente debe hallarse mas bajo, tal como en G [*fig.* 17], en cuyo caso el equilibrio subsistirá en la posicion horizontal, por hallarse el centro sostenido, y en el caso de inclinarse la balanza y tomar la posicion A'B', el equilibrio seria estable, pues la vertical que pasa por G sale fuera de la base de sustentacion pero esto lo verifica del lado del brazo que se eleva, tendiendo por consiguiente á hacerle descender y fijarle en su posicion de equilibrio, en la cual queda al cabo de un número mas ó menos considerable de oscilaciones.

95. La palanca es de un uso indispensable y frecuente en las investigaciones de física y de química, por cuya razon nada hay en su estructura y disposicion que no merezca un exámen detenido. Como la circunstancia de ser los brazos de balanza iguales en longitud y en peso no es fácil que se halle matemáticamente satisfecha, debemos á Borda un método de tener el peso de los cuerpos, aun faltando estas condiciones. Consiste en poner en un platillo el cuerpo cuyo peso se busca y hacerle equilibrio colocando en el otro cuerpos cualesquiera, conseguido esto, se quita el cuerpo y se le reemplaza por pesos conocidos que, haciendo equilibrio al otro platillo, representarán el peso exacto que deseamos, independientemente de la longitud y peso del brazo de balanza, puesto que en uno mismo se han colocado sucesivamente el cuerpo propuesto y los pesos que le representan. Como este procedimiento exige dos operaciones, ha recibido el nombre de *método de las dobles pesadas.*

96. La *romana* es una palanca de primer género de brazos desiguales; la potencia consiste en un cilindro ó pilon que puede correr á lo largo del brazo mayor y que produce el equilibrio cuando los momentos son iguales. Nada hay mas sencillo, puesto que de cada lado del punto de apoyo tenemos un factor constante y otro variable; de la parte de la potencia ésta es constante y el brazo de palanca variable; y de la otra parte el brazo de palanca es constante y la resistencia ó cuerpo que se ha de pesar variable en cada caso. Para averiguar el peso seria necesario tener el brazo mayor dividido en partes iguales, multiplicar su longitud por el peso de la potencia y dividir por la longitud del otro brazo; mas como esta operacion, aunque sencilla en sí misma, sea algo dificil de practicar para las personas que han de usar por lo general este aparato, se ha adoptado el medio de señalar sobre el brazo mayor el valor del cuarto término ó del peso correspondiente á la situacion del pilon en cada caso; así y en este sentido se dice que una estension longitudinal, como es la del brazo de la palanca, se halla dividida en arrobas, libras, onzas etc.

97. Se emplean sistemas de palancas cuando se quiere vencer una resistencia muy considerable, las cuales, multiplicando los puntos de apoyo, hacen mas fácil su manejo que lo que seria con una sola palanca de una longitud estraordinaria.

Determinando en cada una la condicion de equilibrio correspondiente, y observando que la resistencia de la primera es la potencia para la segunda, y así continuando, todo está reducido á formar una razon compuesta que nos dirá la relacion entre la potencia y la resistencia en este aparato.

LECCION XIV.

Leyes del equilibrio en la polea. Diversas disposiciones de las mismas. Medios de calcular la relacion entre la potencia.

98. La *polea* ó garrucha es un cilindro de poca altura, sujeto á girar sobre su eje, el cual se apoya en unas chapas ó armas semejantes á las de la balanza. En su superficie convexa lateral lleva una hendidura ó canal donde se aplica la cuerda y que se denomina garganta, carril ó cajera. La polea es un aparato que necesita el concurso de la cuerda para que pueda ser de utilidad: razon por la que algunos no han querido admitirla en el número de las máquinas simples.

99. La polea puede colocarse fija, es decir, sujetas las armas de modo que solo tenga movimiento de rotacion; y puede disponerse móvil, de manera que tenga movimiento de rotacion y de traslacion.

En el primer caso (fig. 18) la potencia se halla en P, la resistencia en R y el punto de apoyo en C. Si imaginamos que la potencia y la resistencia sean trasladadas á P' y R', que es donde realmente ejercen su accion, y consideramos que la parte de polea inferior pudiera suprimirse en el caso de equilibrio, pues solo tiene por objeto facilitar el movimiento, y que el arco superior P' R' en igual caso solo se emplea en sostener el cordon, vemos que quedan únicamente los radios P'C y R'C, es decir, una palanca angular de brazos iguales; por consiguiente tendremos que la potencia será igual á la resistencia.

Si la direccion de los cordones fuese paralela (fig. 19), la palanca seria recta y la relacion la misma, pues la igualdad de los rádios subsistiria siempre. La polea, lo mismo que la palanca, á la cual se refiere, nos da medios de variar la direccion del movimiento; única ventaja que de la polea fija sacamos, pues nunca favorece á la potencia.

100. En la polea móvil (*fig.* 20) la potencia se halla en P, la resistencia en R, cargando inmediatamente sobre aparato, y el punto de apoyo en C. Si consideramos trasladadas las fuerzas P C y R á los puntos P', C' y R' tendremos, uniendo la potencia con el punto de apoyo, y del mismo modo la resistencia, una palanca angular de primer género que nos dará P : R : : C'R' : C'P', esto es, que *la potencia es á la resistencia como el rádio de la polea á la cuerda del arco que abraza el cordon.* En esta polea puede la potencia estar mas ó menos favorecida, segun sea la abertura de los cordones,, y por consiguiente segun sea el arco cuya cuerda es el brazo de palanca; así, cuando el arco sea la sesta parte de la circunferencia, la cuerda C'P', será igual al rádio, y por consiguiente la potencia y la resistencia iguales; y cuando la cuerda sea un diámetro (*fig.* 21) que se verificará cuando los cordones sean paralelos, pue-

de considerarse como palanca de segundo género. En este caso la relacion es P=R : : 1=2: es decir, que habrá equilibrio con una potencia igual á la mitad de la resistencia.

101. Para saber cual es la intensidad relativa de la potencia en un sistema de poleas movibles y separadas, como el que se representa en la fig. 22, debe considerarse que cada una transmite á la que le precede el peso reducido á su mitad, y por lo mismo, llamando P á la potencia, R á la resistencia y N al número de poleas movibles, tendrémos para una sola P ; R : : 2 : 1, es decir, que siendo iguales la potencia y resistencia en el caso de que obren de una manera comun, cuando se las aplica á la polea, ésta duplica la potencia; pero como habiendo muchas movibles y separadas, tal duplicacion se verifica en cada una de ellas, inferirémos que la proporcion anterior, aplicable á la primera polea, en la segunda se transformará en esta P : R: : 4: 1=P: R: : 2^2 : 1; en la tercera será P: R:: 8 : 1=P: R : : 2^3 : 1 etc. En general, para un número N de poleas, obtendrémos esta fórmula P : R : : 2^n : 1, y por consecuencia, P=R×2^n .

102. Puede en la polea fija suceder que P=R, lo que tendrá lugar cuando la cuerda del arco ó brazo de palanca de la potencia sea lado del exágono. Si la abertura de los cordones aumentase el arco disminuiria y la potencia quedaria perjudicada; sucediendo lo mismo si se cerrasen por la parte superior abrazando un arco mayor que la semi-circunferencia.

LECCION XV.

Condiciones para el equilibrio en el torno.—Necesidad indispensable de la rueda espresa ó suplida.—Ruedas dentadas, medios de disponerlas, y aplicaciones notables á que da lugar.—Cric ó gato.

103. *El torno es un cilindro que gira al rededor de su eje, y que lleva una rueda espresa ó suplida, que gira con él y cuyo centro se halla en el mismo eje.* Demos (*fig.* 23) una seccion al cilindro y rueda, y traslademos la potencia P y la resistencia R á los puntos P' R' y unámoslos con el apoyo C. Esto originará una palanca de primer género que dará P : R : : CR' : CP'; es decir, *potencia es á resistencia como el rádio del cilindro es al de la rueda.* Si la potencia actuase siguiendo otra direccion P'' se trasladaria á P''', y la relacion seria la misma.

104. Siendo lo mas ventajoso para la potencia el que aumente el rádio de la rueda, y si es posible disminuya el del cilindro, esto hace que se empleen en vez de ruedas manubrios ó palancas, que van colocándose succesivamente en la direccion de los rádios. Existe ademas el llamado *torno chino*, con el cual puede aumentarse considerablemente el efecto de la potencia; consta de dos cilindros con un mismo eje, pero de diferente rádio, y despues la cuerda de modo que se desarrolle en el cilindro menor y se arroye en el mayor: el efecto es el mismo que con un cilindro cuyo radio fuese igual á la diferencia de ambos.

105 El torno recibe el nombre de *cabrestante* cuando su eje es vertical; y tanto en éste como en los otros casos su efecto, en cuanto á favorecer á la potencia, se aumenta por medio de sistemas de poleas convenientemente dispuestas.

Se supone en el torno aplicada la resistencia al eje de la cuerda, lo cual hace que sea necesario aumentar el rádio del cilindro con el valor del rádio de la cuerda. Por esta razon se construye el cilindro de altura bastante para que la cuerda no tenga que arrollarse sobre sí misma, pues si esto sucediese se hallaria el rádio del cilindro aumentado en la segunda vuelta con el diámetro de la cuerda arrollada, mas el rádio de la que se envuelve ahora; y en la vuelta siguiente con dos veces el diámetro de la cuerda igual número de veces arrollada, mas el rádio de la vuelta que consideramos, y así continuando, lo cual llevaria consigo la necesidad del aumento de la potencia.

106. Las *ruedas dentadas* son verdaderos tornos que deben actuar unos sobre otros, y llevan para conseguirlo unas salidas ó dientes, que pueden situarse en el plano de la circunferencia de la rueda, ó bien, segun la necesidad, perpendiculares ó inclinadas sobre el mismo. El cilindro lleva tambien unas estrías ó canales profundas para engranar en las ruedas, y entonces recibe el nombre de *piñon*. En este aparato, siendo un verdadero torno, la potencia es á la resistencia como el rádio del piñon es al de la rueda; y de aquí resulta que en un sistema de ruedas dentadas *la potencia es á la resistencia como el producto de los rádios de los piñones es al producto de los rádios de las ruedas.*

Las ruedas dentadas son de un uso muy frecuente en la maquinaria, lo cual observamos en los relojes, que no son otra cosa que ruedas dentadas, dispuesto en ellas el diámetro y el número de dientes respectivos, de modo que pueda una de ellas describir una circunferencia cuando otra recorra solo una dozava parte de la misma

107. El *cric ó gato* se compone de una barra metálica, dentada por uno de sus lados, colocada dentro de una caja, en la que se mueve en el sentido de su longitud; los dientes de la barra engranan en los de un piñon, que gira por medio de un manubrio, al que se aplica la potencia. La resistencia que un diente de la barra opone al diente correspondiente del piñon puede ser considerada como un peso aplicado à un cilindro del mismo rádio que el piñon, y el rádio del manubrio como una barra fijada en el mismo; de modo que tenemos un torno cuyo cilindro es estriado y que engrana con los dientes de la barra; así que *la potencia es á la resistencia como el rádio del piñon es al rádio de la circunferencia que el manubrio describe.*

Muchas veces se ponen dos tornos, es decir, los dientes del piñon engranan en los de una rueda, cuyo piñon lo verifica en los de la barra. Entonces la potencia es al esfuerzo que se ejerce sobre un diente de la rueda, como el rádio del piñon es al de la circunferencia descrita por el manubrio; y el esfuerzo mencionado es al peso que la barra sostiene, como el rádio del piñon de la rueda es al rádio de la misma. Multiplicando estas dos proporciones, se tiene que *la potencia es á la resistencia, como el producto de los rádios de los piñones es al producto de los de la rueda y del manubrio.*

LECCION XVI.

Condiciones para el equilibrio de los cuerpos en planos inclinados.—Idem de la cuña.

108. Damos el nombre de *plano inclinado* á todo el que forma con el horizonte un ángulo que no llegue á 90°. En el plano inclinado (*fig.* 24) AB es la base, BC la altura, y AC la longitud. Si colocamos un cuerpo sobre el plano inclinado, la accion de la gravedad, siendo oblicua al mismo, no podrá mantenelle en el equilibrio; pero no pudiendo tampoco el cuerpo seguir la direccion vertical correspondiente DE, ésta se descompondrá en dos, una DH perpendicular al plano y que se destruirá por la resistencia del mismo, y otra DF paralela, que producirá todo su efecto para dirigir al cuerpo á lo largo de AC.

Esta descomposicion se verificará real y efectivamente, por cuanto vemos que el plano sufre una presion, lo que hace que no sea indiferente la resistencia que le demos, y prueba la existencia de una fuerza perpendicular que tiende á romperle ó doblarle; y por lo que respecta á la paralela, no podemos dudar de su existencia toda vez que nos señala la direccion en que el cuerpo se mueve, y no puede concebirse el movimiento en una direccion en que no actúe fuerza alguna.

109. Si la altura del plano aumentase, ó hablando con propiedad, el ángulo BAC, la componente DH iria disminuyendo, y la DF acercándose á la resultante DE; llegado el ángulo á 90º, la componente DH desaparece y la DE se confunde con de DF; efectivamente en este caso la accion de la gravedad no sufre descomposicion alguna, el cuerpo no se apoya en el plano, y éste por tanto no sufre presion ninguna: y por el contrario, si el ángulo disminuye, el valor de DH aumenta, y el de DF disminuye hasta que, siendo el ángulo de 0º, la DH se confunde con DE y la DF desaparece; y así debe ser, en razon á que siendo el plano horizontal, la accion de la gravedad se destruye por entero, y no queda accion paralela que pueda producir movimiento alguno.

110. Para determinar la relacion de la potencia con la resistencia en esta máquina recordaremos el principio general expuesto anteriormente, que nos dice que la potencia multiplicada por el espacio ó camino que anda, es igual á la resistencia multiplicada por el espacio ó camino correspondiente. En esta máquina el camino que realmente anda, la potencia es la longitud AC, y el que corresponde á la resistencia es BC, ó altura del plano, que es lo que se eleva, y en virtud del principio, anterior, tendremos $P \times AC = R \times BC$, de donde $P : R :: BC : AC$; esto es, *la potencia es à la resistencia, como la altura del plano es á su longitud.*

111. Podemos considerar el caso en que la potencia sea paralela á la base (*fig.* 25), cuyo caso realmente está comprendido en el anterior, pues que una direccion paralela á la base es oblicua respecto de la longitud, y por lo mismo sufrirá una descomposicion; pero es útil tener en cuenta este caso que recibe aplicacion inmediata, considerando el plano inclinado del modo que luego veremos. En este caso la resistencia anda como antes la altura BC del plano; y la potencia P

anda la base AB, de donde resulta $P \times AB = R \times BC$; $P : R :: BC : AB$, que nos dice que *la potencia es á la resistencia, como la altura es á la base.*

112. La *cuña* es un plano inclinado que se introduce para alzar los cuerpos, ó para separar sus partes (*fig.* 26). La diferencia entre el plano inclinado propiamente dicho y la cuña está reducida á que en el plano éste se halla fijo, y el cuerpo marcha á lo largo del mismo; y en la cuña el cuerpo solo tiene movimiento ascensional, y la máquina se desliza por la parte inferior del cuerpo que se quiere elevar. En la cuña se verifican diferentes ciscunstancias que penden de la naturaleza de los cuerpos á que se aplica, y que hace variar notablemente las condiciones del equilibrio ó del movimiento; hay cuerpos en los que el filo ó corte C de la cuña no ejerce accion, pasados los primeros momentos, porque el cuerpo se abre delante del corte, como se ve en la figura, al paso que en otros el filo va produciendo siempre efecto útil, y sufriendo el aparato un gran rozamiento y presion en toda la extension de sus caras. La potencia P se aplica siempre sobre la cabeza AB de la cuña, y la accion se trasmite en las direcciones Q y S sobre las partes laterales.

Tal vez no hay un aparato de uso mas comun, pues que los clavos, los alfileres, los cuchillos, y en general todo instrumento punzante ó cortante, no son otra cosa que cuñas que se introducen para verificar la separacion de las moléculas de los cuerpos segun la necesidad.

LECCION XVII.

Generacion del tornillo y leyes para el equilibrio en el mismo.—Explicacion del tornillo sin fin.—De las cuerdas ó máquinas funiculares.

113. El *tornillo* es un cilindro recto, rodeado de un filete uniforme y saliente, que hace en todas sus posiciones un mismo ángulo con la generatriz.

Se llama *paso del tornillo ó de la rosca* el intérvalo AB (*fig.* 27) comprendido entre dos filetes consecutivos medido paralelamente al eje del cilindro. Si sobre AB se construye un triángulo rectángulo en B, cuya base BM sea igual á la circunferencia del cilindro, y hacemos que el triángulo se arrolle al mismo, el punto M vendrá á confundirse con B; la hipotenusa AEB conservará constantemente la misma inclinacion sobre AB y sus paralelas, y marcará la posicion del filete sobre el cilindro, cuyo filete en las vueltas sucesivas debe ser hipotenusa de triángulos, como BFI, perfectamente iguales al primero, para que la inclinacion sobre la generatriz sea la misma, y los filetes sean por consiguiente paralelos; de donde se sigue que todos pasos de rosca son iguales.

Un punto pesado en equilibrio sobre el filete del tornillo se encuentra sobre un plano inclinado, cuya altura es el paso de la rosca, y la base la rectificacion de la circunferencia del cilindro. Se puede concebir el filete del tornillo como compuesto de tantas líneas paralelas entre sí, como puntos tenga la seccion del mismo,

suponiendo que cada una de éstas rodea un cilindro de un rádio igual á la distancia que existe entre ella y el eje del tornillo.

114. La *tuerca* es un sólido horadado cilíndricamente y rodeado en lo interior por un filete igual al que exteriormente lleva el tornillo á que se aplica. Podemos representarnos la parte interior de la tuerca como el molde de la parte de tornillo que abraza. La potencia actúa en la extremidad de una palanca, colocada en la tuerca ó en el cilindro perpendicularmente al eje.

115. Si imaginamos el tornillo fijo y vertical (*fig.* 28), la tuerca, abandonada á la accion de la gravedad, debe recorrer todos los filetes inferiores; á lo que solo puede oponerse una potencia horizontal F aplicada á la tuerca misma. Supongamos que el peso P de la tuerca se descomponga en tantos mas pequeños representados por *p* como puntos de los filetes de ésta se apoyen en los correspondientes del tornillo, y al mismo tiempo imaginemos que la potencia F se descomponga en tantas otras horizontales como puntos hemos considerado. Sea *f* la fuerza elemental que ha de hacer equilibrio al pequeño peso *p* colocado en A. Tírese por el eje la horizontal IAD, pasando por el punto A, y supongamos que la fuerza *f* actúa perpendicularmente á ID, y ademas, que el peso *p* esté detenido por una fuerza paralela á F: llamemos H el paso de la rosca como altura del plano inclinado que consideramos; hagamos IA=r, como rádio del cilindro, é ID=R, como rádio de la circunferencia que ha de describir la potencia. Puesto que la fuerza *s* sostiene al peso *p* por medio de un plano inclinado, en el que *s*, siendo horizontal, es paralela á la base tendremos $s : p :: H : 2 \pi r$.

Considerando á IAD como una palanca, cuyo punto de apoyo es I, y observando que la fuerza *f* ha de producir el mismo efecto que *s*, tendremos $f : s :: r : R$.

Multiplicando ambas proporciones $f : p :: H : 2 \pi R$ vemos que esta relacion es independiente de *r*, y por tanto será la misma entre la totalidad de las fuerzas *f* ó F y la de los pesos *p* ó P; luego $F : P :: H : 2 \pi R$; lo que nos dice, que *la potencia es á la resistencia, como el paso de la rosca es á la circunferencia descripta por la potencia.*

De aquí se deduce que podemos favorecer á la potencia aumentando el brazo de palanca, ó disminuyendo el paso de la rosca.

116. Si tenemos un torno cuya rueda sea dentada, y que engrane en el paso de rosca ó tornillo, al cual se aplica la potencia por medio de un manubrio, tendremos lo que se llama *tornillo sin fin.*

Para determinar la relacion entre la potencia y la resistencia en el tornillo es lo que constituye la potencia en el torno. En la primera máquina la potencia es á la resistencia que se opone uno de los dientes de la rueda, como el paso de la rosca es á la circunferencia descripta por la potencia; y en la segunda la resistencia del diente de la rueda, que aquí es la potencia, es al peso ó resistencia aplicada al cilindro, como el rádio de este cilindro es al rádio de la rueda. Multiplicando ordenadamente, tendremos que en esta máquina *la potencia es á la resistencia, como el paso de la rosca multiplicado por el rádio del cilindro es al rádio de la rueda multiplicado por la circunferencia que describe la potencia.*

117. Las *cuerdas* ó máquinas funiculares tienen muy poco uso consideradas en sí mismas; pero le tienen muy frecuente acompañando, como hemos visto, al torno