De même, nous prouverons que la force P''_2, qui sollicite le point b_2, peut être transportée en ee'.

En résumé, la machine est sollicitée uniquement par les forces P', P'''_1, P''_2 appliquées en ee', c'est-à-dire par la force P ; tout se passe comme si le corps placé sur le tablier était suspendu en ee'.

Si donc on établit l'horizontalité du fléau *dof* par des poids marqués Q, placés dans le plateau, on aura la relation :

$$\frac{P}{Q} = \frac{of}{oe}.$$

Par suite, si l'on connaît le rapport des longueurs *of* et *oe*, on aura aisément le poids P inconnu.

En général ce rapport est 10 ou 100, de sorte qu'il suffit de multiplier par 10 ou par 100 le poids placé dans le plateau pour obtenir l'inconnue P.

267. — Nous représentons cet appareil en relief dans la figure 124.

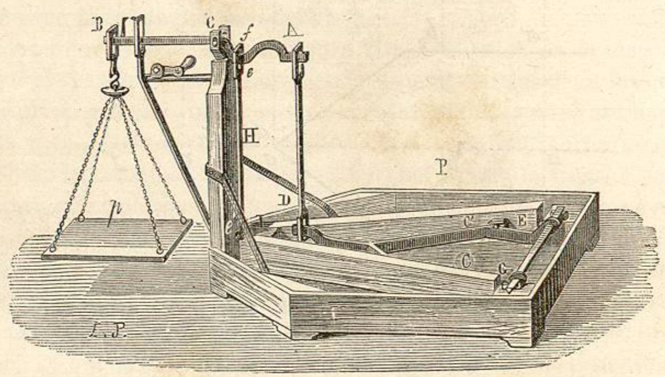

Fig. 124.

On a enlevé le tablier pour montrer la disposition des leviers dont nous venons de voir le fonctionnement.

On remarquera une manette placée au-dessous du levier CB et qui étant relevée lorsque la bascule ne fonctionne pas, fait reposer le tablier sur le socle de l'appareil de manière à épargner les arêtes vives des couteaux.

§ V. — * BASCULE ROMAINE, PONTS A BASCULE.

268. — BASCULE ROMAINE (système Béranger).

Cet appareil, représenté en relief figure 125, diffère de la bascule du commerce par le système des leviers, qui permet d'apprécier des poids très considérables ; une *romaine* adaptée à cet appareil permet

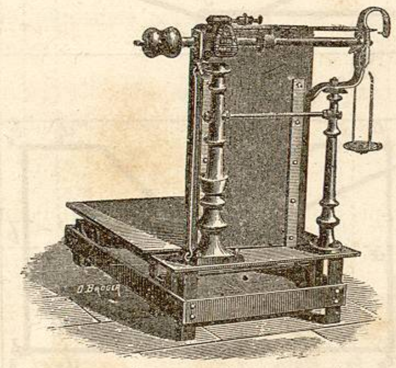

Fig. 125.

d'arriver très rapidement à la mesure de ces poids. Nous représentons (fig. 126) les deux projections des leviers en les réduisant à la partie théoriquement nécessaire.

Deux leviers du second genre ayant pour axes fixes, l'un $a_1 a_2$, l'autre $b_1 b_2$, supportent le tablier $r's'$: les points d'appui sont au nombre de quatre : $c_1 c_2$, $d_1 d_2$; enfin ces deux leviers sont réunis aux points e, f par une bride qui les oblige à prendre un mouvement commun ; au moyen d'une barre eh, fixée au levier $eb_1 b_2$, les deux leviers sont reliés à une tige verticale $h'k'$, qui est accrochée à un levier du premier genre $k'm'$ dont le point fixe est en oo' ; c'est le long de la tige $o'm'$ que se déplace un curseur formant romaine, et d'ailleurs un plateau accroché en m' permet aussi d'obtenir une plus grande puissance.

En plaçant un corps pesant sur le tablier, la bride ef tend à s'abaisser, il en résulte une traction de haut en bas, au point kk' du levier $k'm'$, et l'on produit l'horizontalité de ce levier par le déplacement du curseur ou par des poids marqués placés dans le plateau.

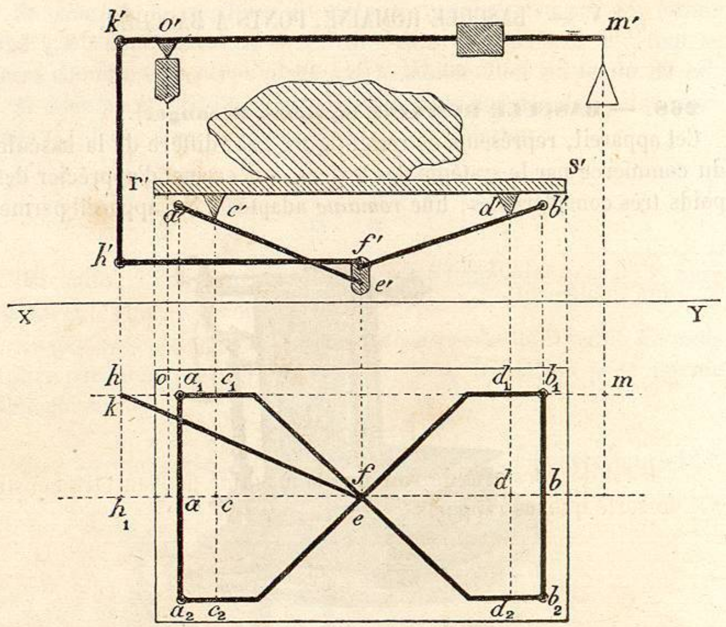

Fig. 126.

269. — Cherchons la relation entre la puissance et la résistance au moment de l'équilibre.

Le poids Q du corps placé sur le tablier se décompose en quatre forces verticales q_1, q_2, q_3, q_4, sollicitant les points d_1, d_2, c_1, c_2 de l'axe :

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4.$$

Nous pouvons remplacer la force q_1 par une force verticale x_1 agissant en e ; elle sera telle que les moments par rapport à $b_1 b_2$ soient égaux :

$$\frac{x_1}{q_1} = \frac{bd}{be};$$

il en sera de même des trois autres, et nous aurons en ee' une force verticale ayant pour intensité :

$$X = (q_1 + q_2 + q_3 + q_4) \times \frac{bd}{be},$$

ou :

$$X = Q \times \frac{bd}{be}.$$

Nous remplaçons cette force par la force verticale y agissant en hh' et par suite en kk' ; elle sera telle que l'on ait :

$$Y \times hb_1 = X \times be,$$

d'où :

$$Y = Q \times \frac{bd}{hb_1};$$

Soit P la puissance agissant en mm', la condition d'équilibre sera finalement :

$$P \times om = Q \times \frac{bd}{hb_1} \times oh,$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{bd}{hb_1} \times \frac{oh}{om}.$$

$y = q \times \frac{bd}{be}$

Il est dès lors aisé de voir que la machine pouvant être construite de sorte que les rapports

$$\frac{bd}{hb_1} \quad \text{et} \quad \frac{oh}{om}$$

aient des valeurs très petites, on fera équilibre à un poids considérable placé sur le tablier au moyen de poids marqués aussi faibles que l'on voudra.

270. — Il faut remarquer dans la romaine adaptée à la bascule de la figure 125, un système commode pour évaluer rapidement les fractions de 10 kilogrammes.

Cette romaine se compose de trois tiges parallèles, dont l'une intermédiaire est terminée par une pointe ; sur cette tige sont marquées les dizaines de kilogrammes : le curseur qui se déplace sur la tige inférieure indique ces dizaines au moment de l'équilibre, tandis qu'un autre curseur plus petit se déplaçant sur la tige supérieure indique les kilogrammes. Ainsi l'équilibre s'obtient par le déplacement des deux curseurs.

On emploie depuis peu de temps dans les gares de chemins de fer des bascules automatiques à cadran, inventées par M. A. Dujour. Dans ces appareils qui réalisent un progrès très important, la charge en kilogrammes du tablier est indiquée par la position d'une aiguille mobile sur un cadran fixe divisé en parties égales.

271. — PONTS A BASCULE. Le système adopté pour peser les wagons, les charrettes et les bestiaux est analogue au précédent.

L'appareil (fig. 127) se compose de deux leviers du second genre, dont les axes fixes sont $a_1 b_1$, $a_2 b_2$, sur lesquels s'appuie le pont à l'aide de quatre couteaux c_1, c_2, d_1, d_2 : ces leviers sont liés l'un à l'autre par une bride $e_1 e_2$ qui les oblige à un mouvement commun. Cette bride repose elle-même sur un levier hk dont le point fixe est en hh' ; ce second levier agit au moyen d'une tringle $k'i'$ sur le levier $i'm'$, dont le point fixe est oo' ; la tige $o'm'$ de ce levier est sollicitée en m' par des poids marqués placés sur un plateau.

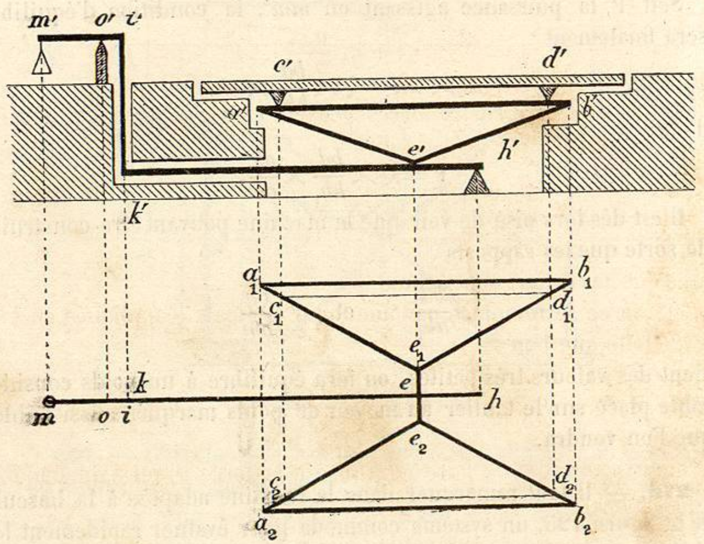

Fig. 127.

La charge que supporte le pont agit de façon à abaisser la bride $e_1 e_2$; par suite le point kk' du second levier tend à descendre, et il est suivi dans ce mouvement par le point ii' du levier $i'm'$; on amène alors l'horizontalité du fléau $i'm'$ par des poids marqués agissant en m'.

272. — Cherchons actuellement la relation entre le poids Q du wagon et la puissance P agissant en m'.

Le poids Q se décompose en quatre forces verticales sollicitant les poids $c_1 d_1 c_2 d_2$: soit $q_1 q_2 q_3 q_4$; la force q_1, qui sollicite le point c_1,

peut être remplacée par une force verticale x_1 appliquée en e_1, telle que l'on ait :

$$\frac{x_1}{q_1} = \frac{a_1 c_1}{a_1 e_1},$$

Les deux forces q_1 et q_2, appliquées en $c_1 d_1$, sont donc remplacées par la force verticale :

$$(q_1 + q_2) \times \frac{a_1 c_1}{a_1 e_1}$$

tirant sur le point e_1 : de même, les deux forces q_3 et q_4 seront remplacées par la force verticale

$$(q_3 + q_4) \frac{a_2 c_2}{a_2 e_2}$$

appliquée en e_2 ; ces deux forces peuvent être remplacées par leur somme agissant en ee', c'est-à-dire :

$$Q \times \frac{a_1 c_1}{a_1 e_1},$$

parce que les leviers sont égaux.

Cette force se remplace par une force verticale y appliquée en kk' ou ii', telle que l'on ait :

$$y \times kh = Q \times \frac{a_1 c_1}{a_1 e_1} \times eh,$$

et, la puissance devant faire équilibre à la force y, on a finalement l'équation d'équilibre :

$$P \times o'm' = y \times o'i',$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{a_1 c_1}{a_1 e_1} \times \frac{eh}{kh} \times \frac{o'i'}{o'm'}.$$

Comme le constructeur de l'appareil donne la valeur de ces trois rapports, on peut évaluer Q connaissant P.

Nous donnons (fig. 128) le modèle le plus récent de la romaine adaptée aux ponts à bascule. On remarquera leur disposition analogue à celle que nous avons déjà indiquée pour les bascules Béranger. Toutefois, la tige horizontale intermédiaire est graduée en mètres et fractions décimales, et les deux curseurs peuvent parcourir toute la longueur du mètre, en sorte que la lecture du poids se fait avec une grande facilité.

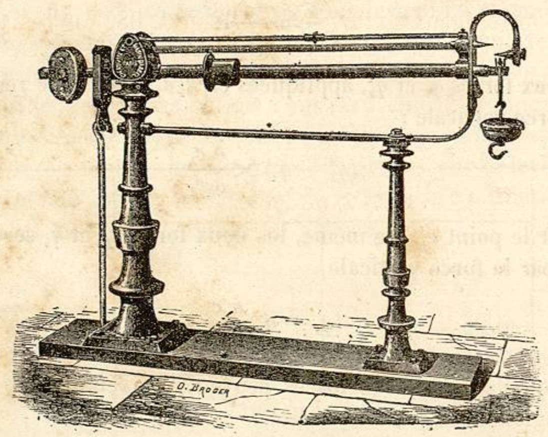

Fig. 128.

§ VI. — * BALANCES DE ROBERVAL ET DE BÉRANGER.

273. — BALANCE DE ROBERVAL. Le but de cette balance est de remplacer les plateaux de la balance ordinaire suspendus au-dessous du fléau par des plateaux placés au-dessus. A cet effet (fig. 129), deux leviers égaux AB, A_1B_1 peuvent osciller autour de leurs points milieux O, O_1 qui sont fixes, et leurs extrémités AA_1 et BB_1 sont reliées par des brides qui les rendent solidaires; lorsque le levier AOB s'incline, les points A et B décrivent des circonférences, mais AA_1 et BB_1 restent parallèles à la verticale OO_1, en sorte que les plateaux fixés perpendiculairement aux brides AA_1 et BB_1 restent horizontaux. Nous allons prouver que l'action du poids d'un corps placé en C sur l'un des plateaux est remplacée par une force verticale égale à ce poids appliquée en A, et cela quelle que soit la position du corps pesant sur le plateau.

En effet, soit C le point où la verticale du point G rencontre le plateau horizontal ; nous décomposons le poids Q en deux forces CE, CF dirigées suivant CA_1 et AC : ces forces agissent directement sur les points A_1 et A en A_1S et AM; nous décomposons de nouveau chacune de ces forces en deux : A_1P et A_1R, puis AN et AL : il est visible que les composantes A_1P et AN sont détruites par la fixité des points O_1

et O ; il reste donc les forces verticales A_1R et AL de sens contraire : or, si nous menons FI parallèle à OA, les triangles FCI et FDI seront respectivement égaux aux triangles AML et A_1RS, car ces triangles

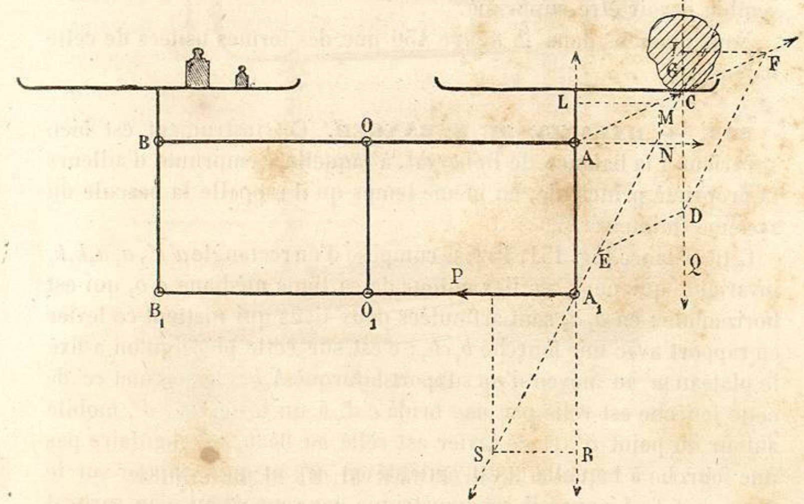

Fig. 129.

sont semblables et les hypoténuses sont égales entre elles deux à deux; donc :

$$A_1R - AL = DI - CI = CD = Q.$$

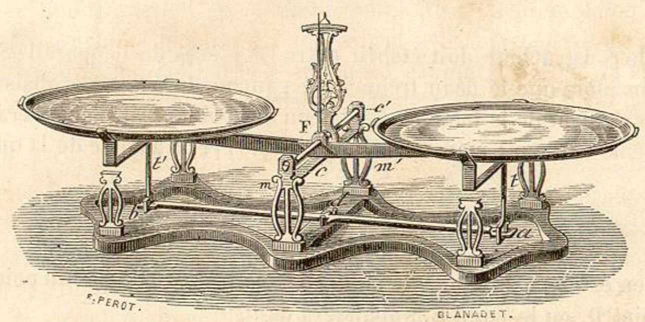

Fig. 130.

Tout se passe donc comme si le corps était suspendu au point A. Par suite, en établissant l'horizontalité de AB avec des poids marqués placés dans l'autre plateau, on aura la mesure du poids du corps.

Nous ferons remarquer que cet instrument est très défectueux dans la pratique : le principe dont il dépend est exact, mais il suppose des assemblages de leviers qui ne sont pas réalisables avec une précision suffisante : il en résulte que l'usage de cette balance nous semble devoir être supprimé.

Nous donnons dans la figure 130 une des formes usitées de cette balance.

274. — BALANCE DE BÉRANGER. Cet instrument est bien supérieur à la balance de Roberval, à laquelle il emprunte d'ailleurs la propriété principale, en même temps qu'il rappelle la bascule du système Quintenz.

Cette balance (fig. 131, 132) se compose d'un rectangle $a'k'$, $a_1a_2k_1k_2$ invariable qui peut osciller autour de sa ligne médiane o_1o_2 qui est horizontale : en a_1a_2 sont articulées deux tiges qui mettent ce levier en rapport avec une fourche b_1cb_2 : c'est sur cette pièce qu'on a fixé le plateau m' au moyen d'un support bifurqué h_1h_2 ; le sommet cc' de cette fourche est relié par une bride $c'd'$ à un levier $id\,i'd'$, mobile autour du point ii', et ce levier est relié au fléau rectangulaire par une fourche à laquelle il est articulé en ee', et qui s'appuie sur le fléau en f_1f_2. L'appareil est symétrique par rapport au plan vertical qui passe par o_1o_2.

Il est d'abord important de voir que la fourche b_1cb_2 reste horizontale pendant l'oscillation du fléau ; cela résulte de la proportion :

$$\frac{id}{ie}=\frac{o_1a_1}{o_1f_1} \qquad (1)$$

que le constructeur doit établir entre les pièces de l'appareil. Supposons alors que le fléau trébuche à gauche, le point A s'abaissant verticalement de la hauteur h, chacun des points B_1B_2 s'abaissera de la même hauteur ; mais chacun des points F_1F_2 s'abaisse de la quantité :

$$h\times\frac{o'f'}{o'a'},$$

Il en est donc de même du point E ; par suite de la fixité du point I, le point D, ou le point C, s'abaissera de :

$$h\times\frac{o'f'}{o'a'}\times\frac{i'd'}{i'e'}.$$

laquelle quantité est égale à h, puisque les deux autres facteurs sont inverses l'un de l'autre d'après (1).

Donc le plan de la fourche restera horizontal pendant le mouvement d'oscillation du fléau.

Supposons alors un corps de poids Q posé sur le plateau M : la force verticale Q pourra être décomposée en trois forces verticales $Q'Q''_1Q''_2$ appliquées aux points $C_1B_1B_2$: les forces Q''_1 et Q''_2 agissant directement aux points A_1A_2 du fléau, occupons-nous de la composante Q' : nous l'appliquons en D, elle peut alors être remplacée par une force verticale x sollicitant le point E, de sorte que l'on ait : moments en relation à I

$$x\times ie=Q'\times id,$$

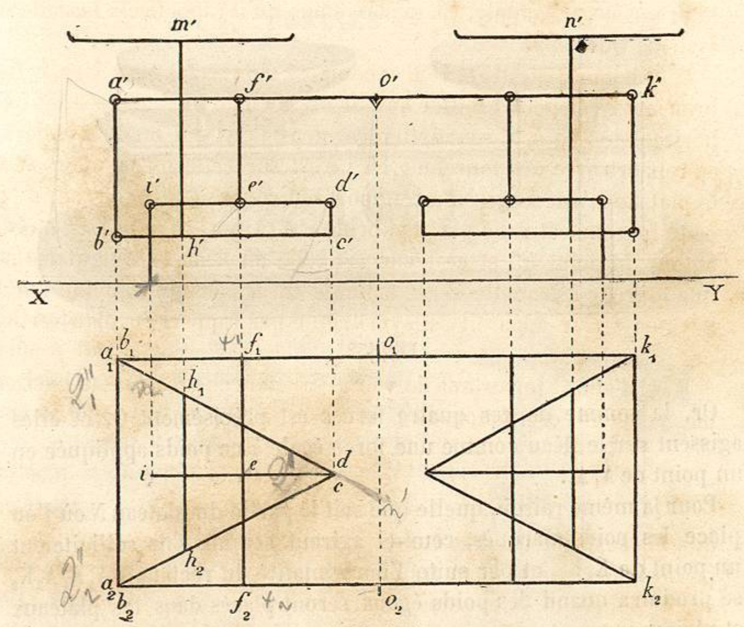

Fig. 131.

Cette force x peut alors être décomposée en deux forces verticales et égales x_1 et x_2, appliquées au fléau en F_1 et F_2 ; on aura donc :

$$x_1\times ie=\frac{Q'}{2}\times id, \qquad (2)$$

Or, la force x_1 sollicitant le fléau en F_1, peut être remplacée par une force verticale y_1 appliquée en A_1, et telle que l'on ait :

$$y_1\times o_1a_1=x_1\times o_1f_1, \qquad (3)$$

et alors, en multipliant membre à membre (2) et (3), on obtient :

$$y_1 = \frac{Q'}{2},$$

à cause de la relation (1). De même, la composante x_2 se remplace par une force égale à $\frac{Q'}{2}$ et appliquée en A_2:

En résumé, l'appareil est sollicité par les forces Q''_1 et $\frac{Q'}{2}$ appliquées en A_1, et par les forces Q''_2 et $\frac{Q'}{2}$ appliquées en A_2.

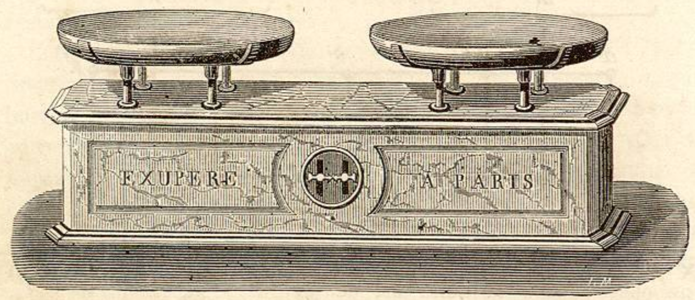

Fig. 132.

Or, la somme de ces quatre forces est précisément Q, et elles agissent sur le fléau comme une force égale à ce poids appliquée en un point de $A_1 A_2$.

Pour la même raison, quelle que soit la partie du plateau N où l'on place les poids marqués, ceux-ci agiront comme s'ils sollicitaient un point de $K_1 K_2$, et par suite l'horizontalité du rectangle $A_1 K_1 A_2 K_2$ se produira quand des poids égaux seront placés dans les plateaux et réciproquement.

Nous donnons (fig. 132) le modèle usité de la balance Béranger.

CHAPITRE VI

POULIES

§ I. — POULIE FIXE.

275. — La POULIE FIXE représentée figure 133 est un cylindre dont la hauteur est une fraction du rayon ; elle est mobile autour de son axe de figure, et cet axe est supporté par une pièce métallique appelée *chape*, laquelle est suspendue à un support fixe ; enfin la surface latérale du cylindre est creusée en *forme de gorge* sur laquelle s'enroule une corde ; c'est aux extrémités de cette corde que sont appliquées la puissance et la résistance.

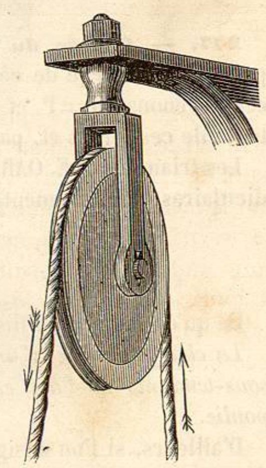

Fig. 133.

276. — Nous réduisons cette machine à un cercle (fig. 134) mobile dans son plan autour de son centre, et la corde à une ligne mathématique.

Soit P la puissance et Q la résistance : on peut les supposer appliquées aux points A et B, tangentiellement à la poulie ; la machine est alors un levier dont O est le point fixe : or les bras de levier des deux forces sont égaux, donc il faut et il suffit que ces forces soient égales.

On voit que cette machine peut servir uniquement à transformer la direction dans laquelle agit la puissance ; ainsi, nous pouvons