CHAPITRE VII

TREUIL

§ I. — ÉQUILIBRE DU TREUIL.

284. — Le TREUIL ou TOUR (fig. 143) est une machine simple composée d'un corps solide qui ne peut que tourner autour d'une droite : on lui donne la forme d'un cylindre ou ARBRE qui peut tourner autour de son axe de figure : une corde fixée en l'un des points de

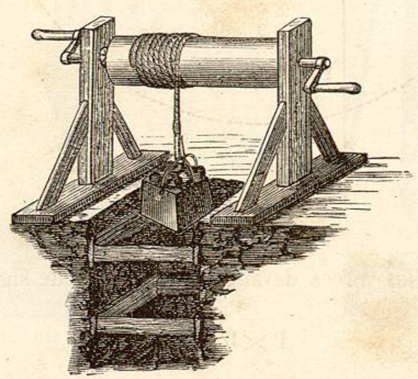

Fig 143.

l'arbre s'enroule sur ce cylindre, l'autre extrémité est sollicitée par la résistance. Une pièce appelée MANIVELLE est fixée à l'arbre perpendiculairement à son axe : c'est à l'extrémité de cette barre et normalement à sa direction qu'agit la puissance.

285. — Condition d'équilibre du treuil. Il faut et il suffit, d'après la condition générale d'équilibre d'un corps solide qui ne peut que tourner autour d'un axe, que la somme des moments des forces par rapport à l'axe soit nulle.

Nous sommes ainsi conduit à projeter la figure sur un plan per-

pendiculaire à l'axe : soit O (fig. 144) la projection de l'axe, le cercle OA représente la projection de l'arbre, OB celle de la manivelle, dont l'extrémité décrit la circonférence figurée en pointillé ;

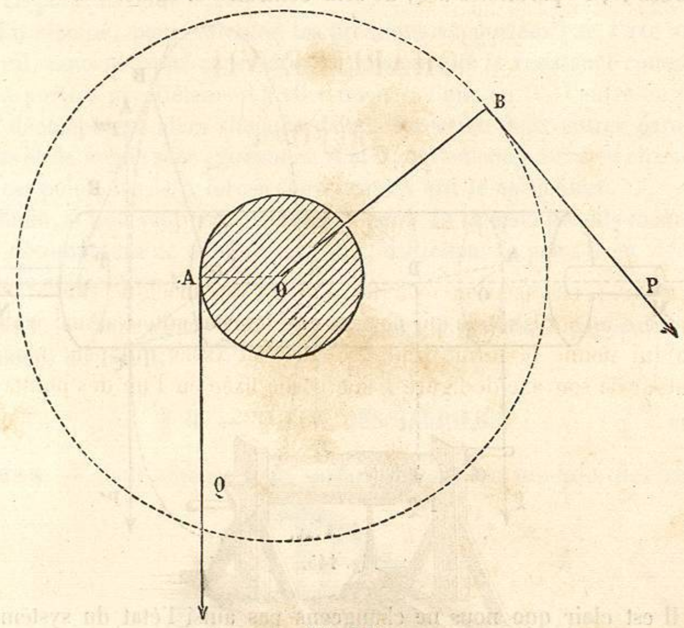

Fig. 144.

les moments des forces devant être égaux et de signes contraires, on a :

$$P \times R = Q \times r.$$

L'équilibre du treuil exige donc que la puissance soit à la résistance comme le rayon de l'arbre est à la longueur de la manivelle.

On voit ainsi que pour équilibrer une résistance donnée, on pourra utiliser une puissance beaucoup moindre : il suffira de prendre les rayons r et R dans un rapport très faible. Toutefois il faut que l'arbre puisse résister à la force Q, et que la circonférence décrite par le point B ne soit pas trop grande.

286. — Pressions supportées par l'axe du treuil. Soit B (fig. 145) le point d'action, à un moment quelconque, de la puissance. Nous menons par l'axe MN un plan perpendiculaire à la direction de la résistance, qui coupe en OA le cercle suivant lequel la corde est enroulée, et qui détermine le rayon OC dans le cercle que décrit l'extrémité de la manivelle.

Appliquons au point C supposé lié invariablement au treuil deux forces P′, P″ parallèles à Q, de sens contraire et égales à P.

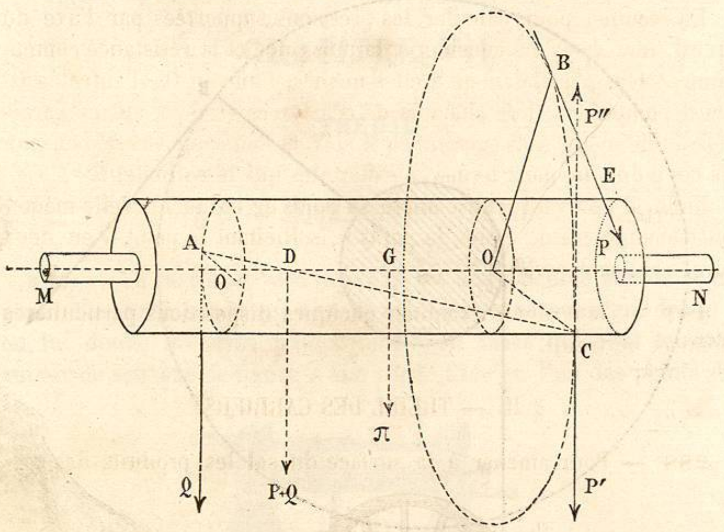

Fig. 145.

Il est clair que nous ne changeons pas ainsi l'état du système; mais alors les forces P et P″ admettent une résultante qui, étant dirigée suivant la bissectrice de l'angle que forment les directions de ces forces égales, rencontre l'axe en O.

D'autre part, les forces P′ et Q admettent une résultante qui passe par le point D où MN est rencontrée par AC, parce que l'on a, dans les triangles semblables OAD, O′CD :

$$\frac{DA}{DC}=\frac{r}{R},$$

et par suite de la condition d'équilibre :

$$\frac{DA}{DC}=\frac{P}{Q}.$$

D'ailleurs, comme on a aussi :

$$\frac{DO}{DO'}=\frac{DA}{DC}=\frac{P}{Q},$$

tout se passe comme si les deux forces Q et P′ étaient appliquées aux

points O et O′ de l'axe; il reste à tenir compte de la résultante O′E des forces P et P″ : celle-ci, que l'on peut appliquer en O′, se décompose de nouveau en deux forces P_1 et P''_1, égales et parallèles à P et P″ : donc la force P''_1 détruit la force P′ agissant en O′, et il reste en ce point la force P_1.

En résumé, pour calculer les pressions supportées par l'axe du treuil, nous pouvons considérer la puissance et la résistance comme transportées parallèlement à elles-mêmes, l'une en O′, l'autre en O. On décomposera alors chacune de ces forces en deux autres parallèles et de même sens agissant en M et N, et l'on composera en chacun de ces points les deux forces concourantes qui le sollicitent.

Enfin, si l'on veut tenir compte du poids de la machine elle-même, on décomposera de même le poids π, sollicitant le point G en deux forces agissant en M et N.

287. — Nous allons examiner quelques dispositions particulières données au treuil.

§ II. — TREUIL DES CARRIERS.

288. — Pour amener à la surface du sol les produits des car-

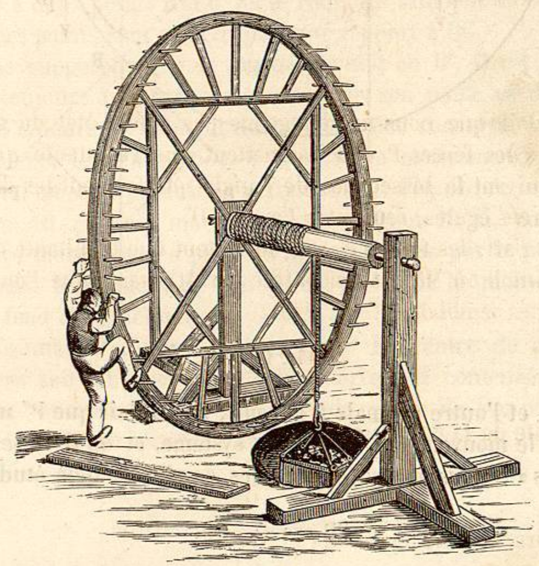

Fig. 146.

rières, on utilise souvent le poids de l'homme; à cet effet, on centre sur l'axe de l'arbre d'un treuil une grande roue dont la circonférence est munie de chevilles (fig. 146) : le manœuvre monte le long de cette sorte d'échelle, et son poids équilibre à tout instant le poids des corps que l'on veut amener au niveau du sol.

289. — Condition d'équilibre. L'équilibre peut se déduire aisément des résultats trouvés : en effet, le manœuvre étant en B (fig. 147), son poids P se décompose en deux forces P′ et P″, l'une

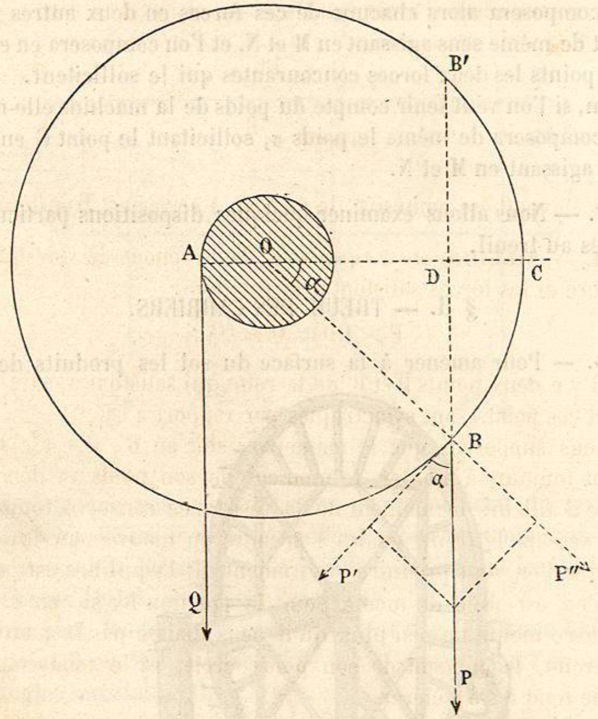

Fig. 147.

tangente, et l'autre normale à la roue ; il est clair que P″ n'a aucun effet sur le mouvement possible du système, et qu'il reste la force $P' = P\cos\alpha$; nous rentrons dans les conditions déjà étudiées, qui donnent :

$$PR\cos\alpha = Qr,$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{r}{R\cos\alpha}.$$

D'ailleurs on peut encore dire qu'il faut et il suffit pour l'équilibre que les deux forces P et Q aient des moments égaux et de signes contraires par rapport à l'axe, ce qui donne :

$$P \times OD = Q \times OA.$$

Or, $OD = R\cos\alpha$; donc nous retrouvons :

$$PR\cos\alpha = Qr.$$

Mais il ne pourra y avoir équilibre que si l'angle α existe, c'est-à-dire si l'on a :

$$Qr < PR$$

ou :

$$Q < P \times \frac{R}{r}.$$

Dans l'hypothèse contraire, le fardeau à élever est trop lourd.

290. — Stabilité de l'équilibre. Nous venons de voir qu'il y a équilibre si les forces satisfont à la relation :

$$P \times OD = Q \times OA ;$$

Or il y a deux points B et B′ de la roue qui satisfont à cette condition, et ces points sont symétriques par rapport à OC.

Si nous supposons que le manœuvre soit en B′, il est clair que tendant toujours à monter, le moment de son poids va décroître : comme d'ailleurs le moment de la résistance conserve toujours la même valeur, le treuil tendra à prendre un mouvement inverse de celui que l'on veut produire : autrement dit l'équilibre est *instable*.

Il n'en est plus de même pour la position B ; si, en effet, le manœuvre monte un peu plus qu'il ne s'abaisse par le mouvement de la roue, le moment de son poids croît, et le mouvement du système tend à s'accélérer.

En résumé, il faudra toujours que le centre de gravité du manœuvre soit au-dessous du plan horizontal contenant l'axe du treuil, et on utilisera une plus grande partie de son poids en le mettant le plus près possible de ce plan.

§ III. — MANÈGE, CABESTAN.

291. — Ces machines sont des treuils à axes verticaux : par exemple, dans le CABESTAN (fig. 148) on fixe à l'arbre des manivelles horizontales : à l'extrémité de chacune d'elles un ou plusieurs manœuvres exercent une force horizontale. Si donc on représente par n le nombre des puissances supposées égales à P, par R la distance de

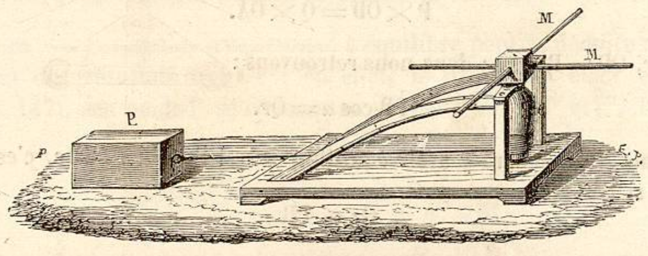

Fig. 148.

chacune à l'axe, par r le rayon de l'arbre et par Q la résistance, on aura pour l'équilibre :

$$nPR = Qr;$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{r}{nR}.$$

Cette disposition est toujours employée en marine, par exemple lorsque l'on veut lever l'ancre.

§ IV. — *CHÈVRE.

292. — La CHÈVRE est une combinaison du treuil et de la poulie : on en fait un usage fréquent dans les travaux de maçonnerie pour porter les matériaux jusqu'aux étages supérieurs des édifices.

Le système le plus communément employé se compose d'un grand châssis triangulaire en bois (fig. 149) dont les deux montants sont maintenus par de fortes traverses : un treuil est placé près de sa base, et la corde qui est attachée à la surface de l'arbre va s'engager sur une poulie fixe placée à la partie supérieure du châssis ; à l'autre extrémité est suspendu le corps qu'il s'agit d'élever.

Dans d'autres cas on emploie en même temps une poulie mobile, et la corde est alors fixée au montant de l'appareil ; dans la disposition (fig. 150) qu'on appelle *chèvre verticale*, on a remplacé le châssis triangulaire par un mât, ou longue poutre, qui est tenu verticalement par des cordes ou *haubans :* au sommet se trouvent trois

poulies fixes disposées en triangle dont le but est évident, enfin le treuil et le fardeau étant placés de part et d'autre du mât, les tractions du treuil et du poids soulevé s'exercent symétriquement, de sorte que les haubans supportent un faible effort pour maintenir le mât vertical.

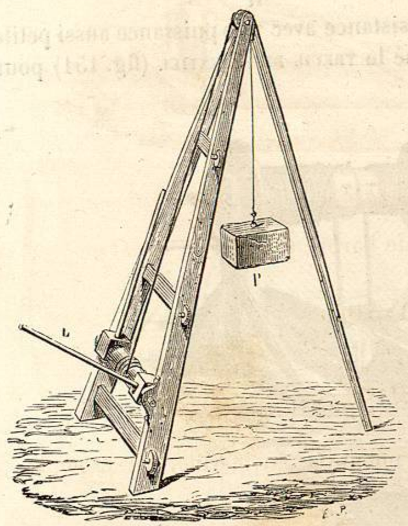

Fig. 149.

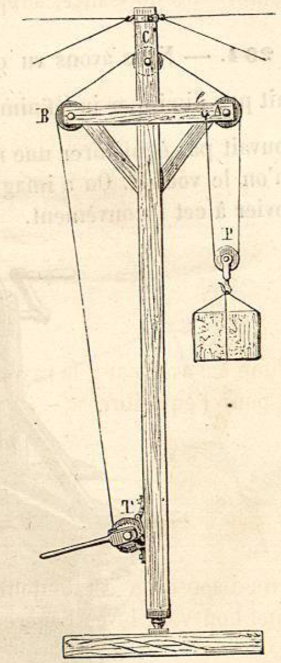

Fig. 150.

293. — Condition d'équilibre. La condition d'équilibre est évidente : soit P le poids à soulever, r le rayon de l'arbre, R la longueur de la manivelle et Q la force puissance; nous devrons avoir :

$$\frac{P}{2} \times r = Q \times R;$$

d'où :

$$Q = P \times \frac{r}{2R}.$$

§ V. — *TREUIL DIFFÉRENTIEL.

294. — Nous avons vu que dans le treuil ordinaire on ne pouvait pas diminuer indéfiniment le rapport $\frac{r}{R}$, et que par suite on ne pouvait pas équilibrer une résistance avec une puissance aussi petite qu'on le voulait. On a imaginé le TREUIL DIFFÉRENTIEL (fig. 151) pour obvier à cet inconvénient.

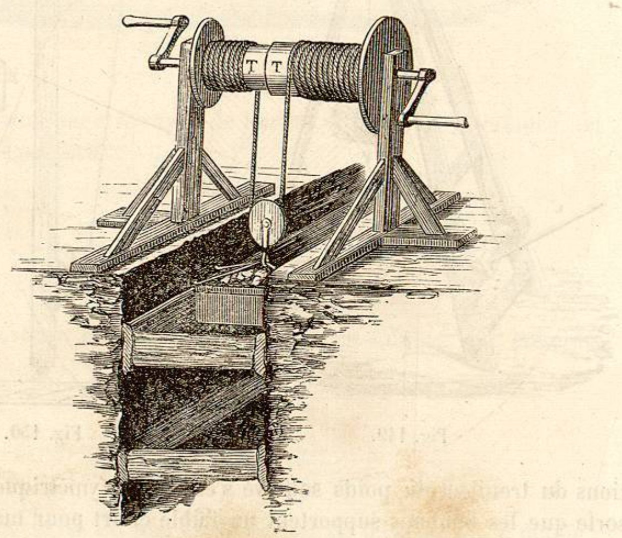

Fig. 151.

Il se compose de deux arbres solidaires l'un de l'autre, ayant même axe, mais des diamètres différents.

Les extrémités de la corde sont fixées sur les arbres; elle s'enroule sur l'un et se déroule sur l'autre; enfin la résistance agit sur la chappe d'une poulie mobile sur la gorge de laquelle s'engage la corde.

295. — Condition d'équilibre. Projetons la figure sur un plan perpendiculaire à l'axe; soit (fig. 152) $r > r'$ les rayons des deux arbres, R la longueur de la manivelle, P la puissance et Q la résistance. Nous supposons les brins de corde de la poulie parallèles à la résistance : la somme des moments par rapport à l'axe devant être nulle, on a :

$$\frac{Q}{2}r = \frac{Q}{2}r' + PR;$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{r - r'}{2R}.$$

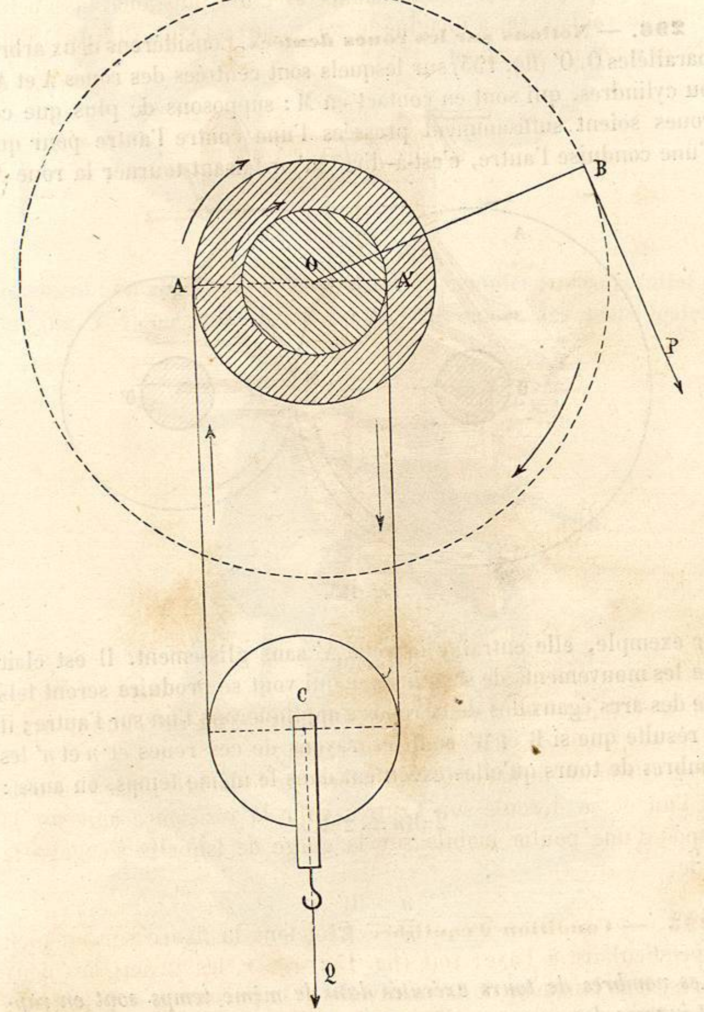

Fig. 152.

On conçoit donc que l'on puisse équilibrer la résistance avec une puissance aussi faible que l'on voudra : pour cela il suffira de donner à $(r - r')$ une valeur suffisamment petite ; on pourra le faire sans compromettre la solidité de l'arbre.

§ VI. — TREUIL A ROUES DENTÉES.

296. — Notions sur les roues dentées. Considérons deux arbres parallèles O, O′ (fig. 153) sur lesquels sont centrées des roues A et A′, ou cylindres, qui sont en contact en M : supposons de plus que ces roues soient suffisamment pressées l'une contre l'autre pour que l'une conduise l'autre, c'est-à-dire qu'en faisant tourner la roue A,

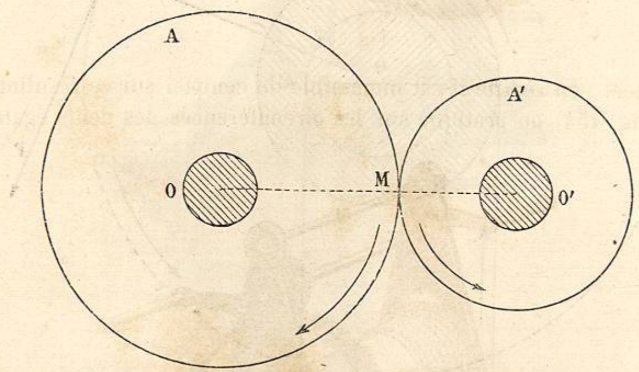

Fig. 153.

par exemple, elle entraîne la roue A′ sans glissement. Il est clair que les mouvements de sens inverse qui vont se produire seront tels que des arcs égaux des deux roues s'appliqueront l'un sur l'autre ; il en résulte que si R et R′ sont les rayons de ces roues et n et n' les nombres de tours qu'elles exécutent dans le même temps, on aura :

$$2\pi R n = 2\pi R' n'$$

ou :

$$\frac{n}{n'} = \frac{R'}{R}.$$

Les nombres de tours exécutés dans le même temps sont en rapport inverse des rayons.

297. — Nous avons supposé *a priori* que la pression de l'une des roues sur l'autre était suffisante pour produire le mouvement sans

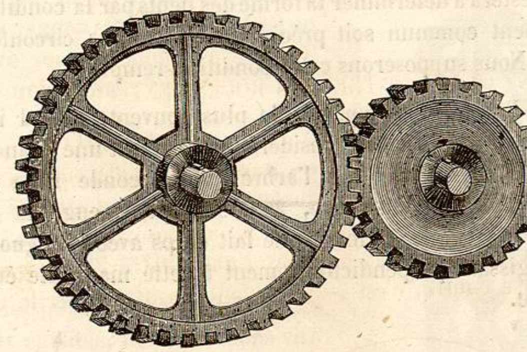

Fig. 154.

glissement : en réalité il est impossible de compter sur ce résultat ; alors (fig. 154) on pratique sur les circonférences des dents égales

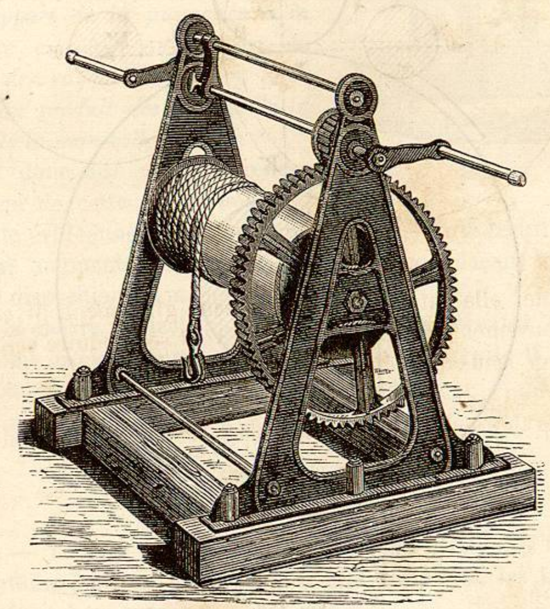

Fig. 155.

et des creux alternatifs ; il est évident que si l'on s'arrange de manière que les dents de l'une des roues s'engagent successivement dans les creux de l'autre, le mouvement de l'une des roues entraînera l'autre.

Mais il restera à déterminer la forme des dents par la condition que le mouvement commun soit précisément celui des circonférences primitives. Nous supposerons cette condition remplie.

298. — Les treuils employés le plus souvent, quand il s'agit d'équilibrer des résistances considérables, portent une grande roue dentée (fig. 155) centrée sur l'arbre; une seconde roue dentée, d'un rayon beaucoup moindre, appelée *pignon*, engrène avec la première et la conduit : la manivelle fait corps avec le pignon, et la puissance agissant perpendiculairement à cette manivelle équilibre la résistance.

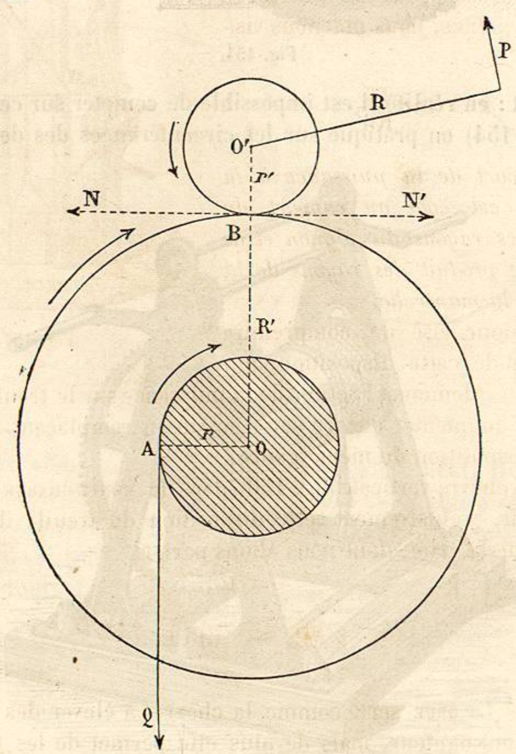

Fig. 156.

Cherchons la condition d'équilibre d'un pareil système : pour cela projetons la figure sur un plan perpendiculaire à l'axe du treuil (fig. 156), en réduisant les roues aux circonférences primitives.

Au point de contact B la dent du pignon exerce sur la dent de la roue une pression N′ qui est équilibrée par une pression égale N exercée par la dent de la roue sur celle du pignon. Or, le pignon est en équilibre sous l'action des forces P et N, ce qui donne :

$$PR = Nr';$$

puis le treuil est en équilibre sous l'action des forces Q et N′, d'où :

$$NR' = Qr.$$

En multipliant membre à membre les deux égalités, nous obtenons visiblement :

$$P = Q \times \frac{rr'}{RR'}.$$

Le rapport de la puissance à la résistance est égal au rapport du produit des rayons du pignon et de l'arbre au produit des rayons de la roue et de la manivelle.

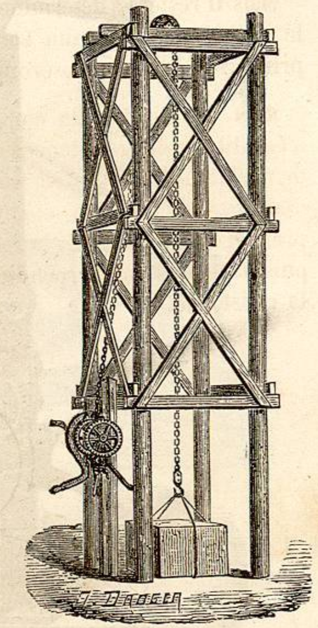

Fig. 157.

Il est donc aisé de comprendre l'avantage de cette disposition, qui augmente évidemment l'action de la puissance sur le treuil. On peut d'ailleurs augmenter encore cette action en remplaçant le treuil O′ par une disposition du même genre.

Dans la chèvre verticale (fig. 150), dans le MONTE-CHARGE (fig. 157), on emploie exclusivement cette disposition du treuil; il en est de même pour la grue, dont nous allons parler.

§ VII. — *GRUE.

299. — La GRUE sert, comme la chèvre, à élever des fardeaux à une certaine hauteur, mais de plus elle permet de les transporter d'un endroit à un autre.

La partie de l'appareil (fig. 158 et 159) qui sert à l'élévation du poids présente les mêmes dispositions que la chèvre; mais tout l'appareil peut tourner sur une crapaudine, de sorte que le fardeau

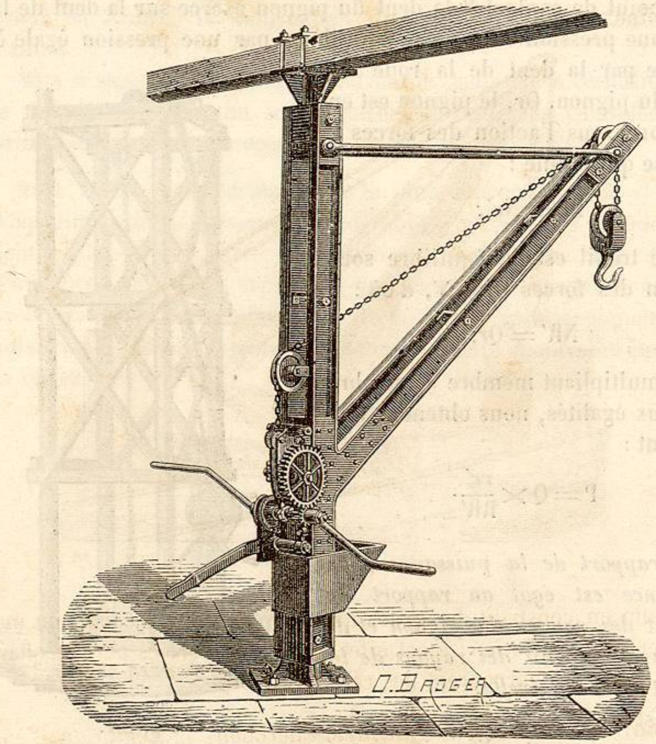

Fig. 158

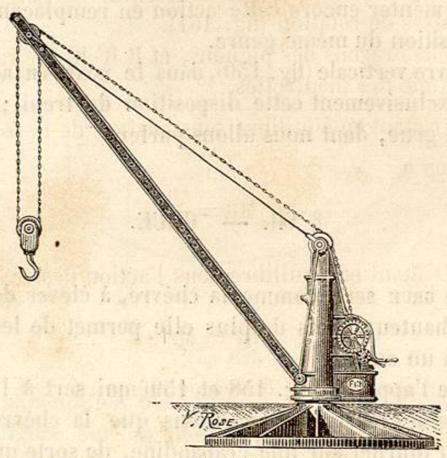

Fig. 159.

une fois enlevé peut être transporté en un point quelconque d'une certaine circonférence.

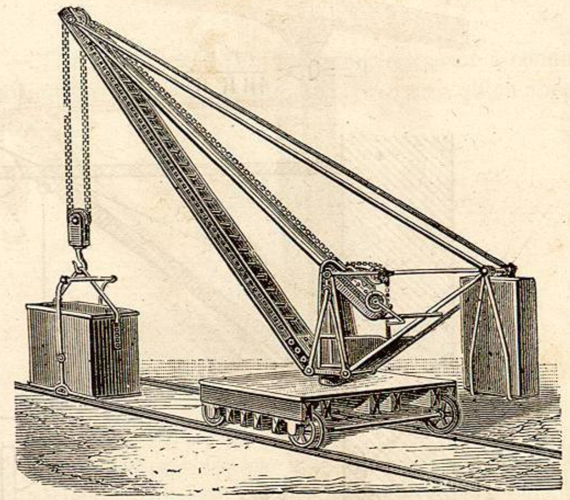

Fig. 160.

Enfin on construit des grues qui peuvent aussi recevoir un mouvement de translation ; à cet effet, elles sont portées par un chariot dont les roues parcourent des rails (fig. 160).

300. — Condition d'équilibre. Cherchons la condition d'équilibre en supposant une double manivelle et en employant deux pignons au lieu d'un. Projetons la machine sur un plan perpendiculaire aux axes de rotation (fig. 161).

Soit $r\ r'\ r''$ les rayons des pignons, et $R\ R'\ R''$ les rayons des deux roues et de l'une des manivelles.

Le treuil O étant en équilibre sous l'action de la force $\frac{Q}{2}$ et de la réaction M, on a :

$$MR = \frac{Q}{2}r.$$

Le treuil O′ étant en équilibre sous l'action des réactions M′ et N, on a :

$$NR' = Mr',$$

et enfin le dernier treuil O″ donne de même :

$$2PR'' = Nr'',$$

en multipliant membre à membre :

$$4PRR'R'' = Qrr'r'',$$

d'où :

$$P = Q \times \frac{rr'r''}{4RR'R''}.$$

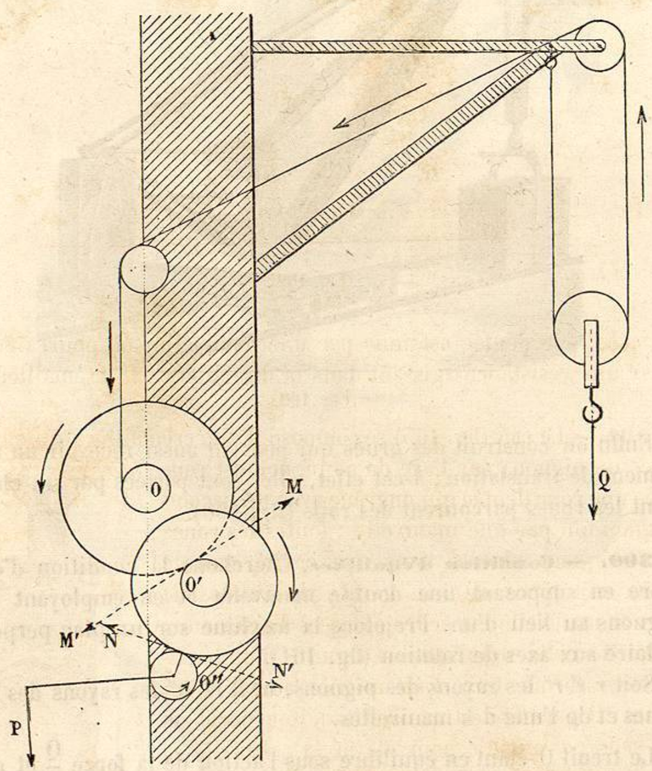

Fig. 161.

Par exemple, supposons que l'on veuille soulever avec cette machine un poids de 3600 kilogrammes : soit $R = 3r$, $R' = 3r'$, $R'' = 10r''$. Nous aurons, d'après la relation précédente :

$$P = 3600 \times \frac{1}{360},$$

ou :

$$P = 10^k.$$

Gato

§ VIII. — CRIC.

301. — Une roue dentée peut évidemment servir à conduire une tige rectiligne armée de dents (fig. 162) ; c'est ce qu'on appelle une *crémaillère*.

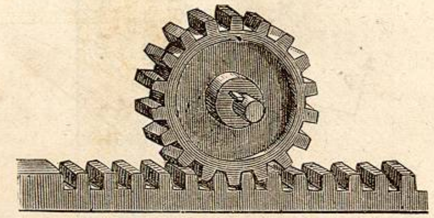

Fig. 162.

Si la roue dentée est mue par une manivelle, on pourra équilibrer une résistance agissant dans la direction de la crémaillère.

302. — Le CRIC (fig. 163) se compose d'une crémaillère qui engrène avec un pignon ; sur l'axe de ce pignon est centrée une roue dentée qui engrène avec un second pignon mû par une manivelle : toutes les roues dentées sont placées dans une cavité creusée dans une pièce de bois garnie de bandes de fer, la manivelle est seule placée à l'extérieur : l'axe de cette manivelle est muni d'un *encliquetage* formé d'un *doigt* mobile autour d'un point ; il permet à la manivelle de tourner dans le sens convenable pour élever la crémaillère, mais empêche le mouvement inverse ; quand on veut faire descendre la crémaillère, il suffit de retourner le *doigt* afin de le dégager des dents de la roue à rochets.

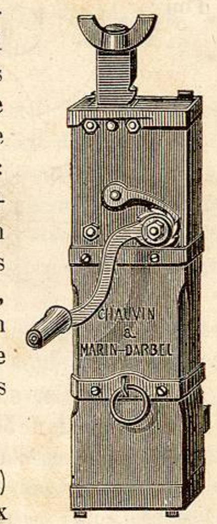

Fig. 163.

303. — **Condition d'équilibre.** Soit (fig. 164) la projection sur un plan perpendiculaire aux axes de rotation. Au point A agissent deux forces égales et contraires tangentes aux circonférences primitives : en représentant par r et r' les rayons des