Ainsi, m étant la masse d'un point matériel, et v sa vitesse acquise au temps t, la *quantité de mouvement* qu'il possède est mv.

La quantité de mouvement d'un corps qui pèse 10 kilogrammes tombant en chute libre, dans le vide, est au bout de 20 secondes :

$$\frac{10}{g} \times g \times 20 = 200.$$

419. — THÉORÈME. *Deux forces constantes sont dans le même rapport que les quantités de mouvement qu'elles font acquérir au bout du même temps d'action à deux points matériels.*

Soient en effet F et F′ les intensités en kilogrammes de deux forces agissant sur des points matériels de masses m et m', et leur imprimant des accélérations représentées par γ et γ'. Nous avons par définition :

$$F = m\gamma,$$
$$F' = m\gamma'.$$

Or, au temps t, les vitesses des points matériels, que nous supposons partir du repos, sont :

$$V = \gamma t,$$
$$V' = \gamma' t;$$

donc :

$$\frac{F}{F'} = \frac{mV}{m'V'}.$$

420. — Corollaire. *Deux forces constantes égales agissant sur des points matériels, leur communiquent au bout du même temps d'action des vitesses inversement proportionnelles aux masses.*

Car les forces F et F′ étant supposées égales, le théorème précédent donne :

$$mV = m'V',$$

et par suite :

$$\frac{V}{V'} = \frac{m'}{m}.$$

421. — *EXPRESSION DES FORCES VARIABLES AU MOYEN DES MASSES ET DES ACCÉLÉRATIONS.

Supposons une force d'intensité variable agissant sur un point matériel de masse m, auquel elle imprime un mouvement rectiligne; soit F la valeur de la force au temps t, et γ l'accélération que possède le point matériel à cette même époque.

Nous avons montré (406) que si à cet instant la force devient constante, le point matériel prend un mouvement uniformément varié dont l'accélération est précisément γ. Donc on aura dans ces circonstances la relation :

$$F = m\gamma. \qquad (1)$$

D'où il suit qu'à toute époque du mouvement l'accélération du point matériel est le quotient de la valeur de la force à cet instant par la masse du point.

La formule (1) est donc toujours vraie, que la force soit constante ou variable, pourvu que F et γ soient les valeurs au même moment de la force et de l'accélération.

422. — Exemple. Considérons une arme à feu, et supposons que l'arme soit libre comme le projectile; pendant tout le temps que le projectile reste dans l'arme, il est sollicité par la force variable que produisent les gaz de la poudre, et une force d'égale intensité agit sur l'arme; donc, à tout instant de l'intervalle limité dont nous parlons, les accélérations imprimées au projectile et à l'arme seront dans le rapport inverse des masses, car on aura à tout instant :

$$M\Gamma = m\gamma.$$

C'est ainsi qu'il faut expliquer le recul des armes, sans tenir compte toutefois des frottements.

§ IV. — *MOUVEMENT D'UN CORPS PESANT SUR UN PLAN INCLINÉ.

423. — Nous supposons un point matériel pesant placé sur un plan incliné parfaitement poli. Nous décomposons le poids p de ce point en deux forces, dont l'une est normale au plan; l'autre composante sera dirigée suivant la ligne de plus grande pente du plan, puisqu'elle est dans un plan perpendiculaire à la fois au plan horizontal et au plan incliné. Ainsi, soit AB (fig. 210) la ligne de plus grande pente qui passe par la position initiale A du point matériel, les composantes du poids P seront P_1 et P_2, et si α est l'angle de AB avec le plan horizontal, nous aurons :

$$P_1 = P \sin \alpha.$$

C'est la seule force qui produit le mouvement du point, l'autre composante étant détruite par la résistance du plan, on l'appelle la *pesanteur relative au plan incliné.*

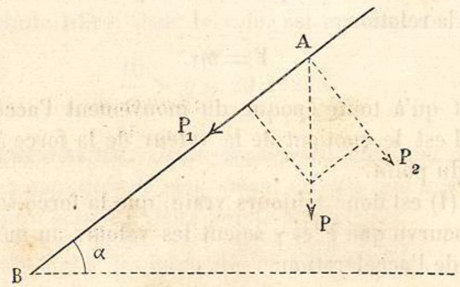

Fig. 210.

Le point matériel étant soumis à l'action de la force constante $P \sin\alpha$ va prendre un mouvement rectiligne uniformément accéléré suivant la direction AB; l'accélération γ de ce mouvement s'obtient par la considération de la masse :

$$P \sin\alpha = \frac{P}{g} \times \gamma,$$

d'où :

$$\gamma = g \sin\alpha.$$

Cette accélération est indépendante du poids du point matériel; elle dépend uniquement de l'inclinaison du plan.

424. — Les formules du mouvement uniformément accéléré que prend le mobile sont donc :

$$V = gt \sin\alpha,$$
$$e = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha.$$

Si nous supposons au point matériel une vitesse initiale dans la direction de AB, et dans le sens de la force P_1 les formules du mouvement deviendront :

$$V = V_0 + gt \sin\alpha,$$
$$e = V_0 t + \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha.$$

Enfin, si la vitesse initiale est de sens contraire à P^1 les formules seront :

$$V = V_0 - gt \sin\alpha,$$
$$e = V_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha.$$

Il faut remarquer que les circonstances du mouvement, dans l'un quelconque de ces cas, seront analogues à ce que nous avons trouvé dans le mouvement vertical des corps pesants; seulement l'accélération du mouvement sera $g \sin\alpha$ et non la constante g.

425. — Ainsi, en lançant un corps pesant de B en A (fig. 210) avec la vitesse initiale V_0, son mouvement commence par être uniformément retardé jusqu'à l'époque :

$$t_1 = \frac{V_0}{g \sin\alpha},$$

et alors la longueur BA parcourue sur le plan sera :

$$BA = \frac{V_0^2}{2g \sin\alpha}.$$

Puis le point matériel descendra d'un mouvement uniformément accéléré, de sorte qu'il mettra un temps égal à t_1 pour revenir en B, et qu'il possédera à ce moment la vitesse V_0 qu'il avait en partant.

D'ailleurs il y a symétrie complète des deux mouvements, et θ secondes avant et après l'époque à laquelle il se trouve en A, le mobile sera au même point de la droite AB, et possédera des vitesses d'égale intensité, mais de sens contraires.

Il faut remarquer que les deux formules :

$$V = V_0 + gt \sin\alpha$$
$$e = V_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$$

sont absolument générales, comme il a été dit (352).

426. — Actuellement étudions le mouvement lorsque le point descend le long de AB sans vitesse initiale. Soit t le temps qu'il emploie pour descendre de A en B (fig. 211), la distance verticale de ces points étant h; on aura :

$$\frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$$

ou :

$$t=\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}};$$

sa vitesse sera donc à ce moment :

$$V=g\sin\alpha\times\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ou :

$$V=\sqrt{2gh}.$$

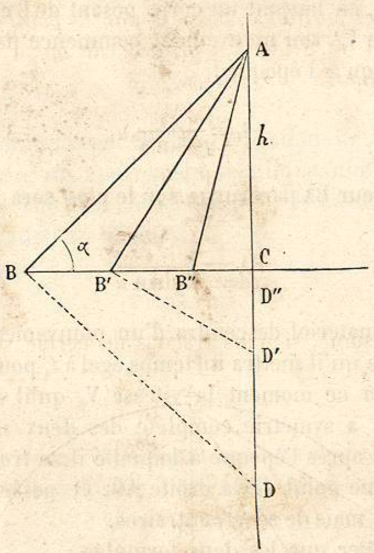

Fig. 211.

Nous retrouvons ainsi la *vitesse due à une chute de hauteur h*, c'est-à-dire qu'à toute époque du mouvement le point matériel aura la même vitesse que s'il était descendu verticalement en chute libre de la même hauteur.

La vitesse acquise quand le point arrive dans le plan horizontal BC *ne dépend donc pas de l'inclinaison du plan ;* nous généraliserons encore ce résultat plus loin (453).

Le chemin parcouru en chute libre pendant le même temps serait :

$$H=\frac{1}{2}g\times\frac{1}{\sin^2\alpha}\times\frac{2h}{g},$$

ou :

$$H=\frac{h}{\sin^2\alpha}.$$

On obtient aisément $AD=H$ en élevant en B la perpendiculaire BD à AB.

Ainsi, en laissant tomber verticalement un corps pesant du point A à l'instant où le point matériel part de ce point sur le plan incliné, les positions occupées au même moment par ces deux corps seront toujours situées sur une même perpendiculaire à AB. Autrement dit encore, *les positions du point matériel sur* AB *seront les projections sur cette ligne des positions occupées par le point qui tombe librement ;* ce résultat est évident *a priori*, car on a, pour les espaces parcourus au temps t :

$$e=\frac{1}{2}gt^2\sin\alpha,$$

$$e'=\frac{1}{2}gt^2;$$

donc :

$$e=e'\sin\alpha.$$

427. — En résumé, si nous traçons un cercle vertical (fig. 212)

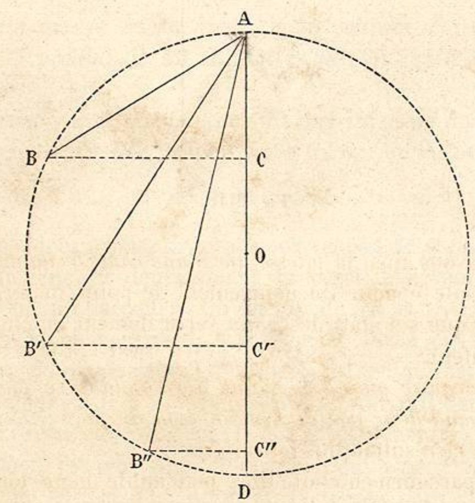

Fig. 212.

dont AB est le diamètre vertical, et si nous considérons les plans inclinés qui passent par la perpendiculaire en A au plan de la figure, et qui ont pour lignes de pente les cordes AB, AB′, AB″..., ces points matériels partant en même temps du point A parcourent ces plans de manière à parvenir au même moment aux points B, B′, B″..., et le temps est précisément celui qu'il faudrait à un corps en chute libre pour parcourir AD. Enfin les vitesses à l'instant considéré sont les mêmes que dans la chute libre lorsque le point passe par les positions C, C′, C″.

CHAPITRE II

DU TRAVAIL MÉCANIQUE

§ I. — TRAVAIL D'UNE FORCE CONSTANTE.

428. — Travail d'une force constante dont le point d'application se déplace dans la direction de la force.

Supposons d'abord un point matériel parcourant la droite XY (fig. 213) sous l'action d'une force constante dirigée suivant XY et dans le sens du déplacement du point.

Fig. 213.

On appelle TRAVAIL DE LA FORCE, *pour amener le point matérie de* A *en* B, *le produit de* AB *en mètres par l'intensité de la force en kilogrammes.*

Ainsi, en supposant que la force ait une intensité de 20 kilogr. et que la longueur AB soit 30 mètres, le travail de la force sera :

$$30 \times 20 = 600.$$

Dans le cas très particulier que nous venons de supposer, la force agit dans le sens du déplacement du point, elle contribue à augmenter le chemin parcouru. On dit qu'elle est MOUVANTE.

Considérons, au contraire, le cas où la force constante agit en sens inverse du déplacement rectiligne du point matériel : quand le point se déplace de A en B (fig. 213), la force agit dans le sens BA, ce qu'on exprime en disant que la force est RÉSISTANTE ; alors le travail de la force est une quantité négative qui a pour valeur absolue le produit de AB par l'intensité de la force ; dans l'hypothèse des données numériques faites plus haut, ce travail sera :

$$-600.$$