CHAPITRE III

TRANSMISSION DU TRAVAIL DANS LES MACHINES

461. — Forces mouvantes et forces résistantes. Il est rare que les machines aient uniquement pour but de tenir certaines forces en équilibre. Le plus souvent elles doivent produire le déplacement des points d'application des forces que nous avons déjà appelées résistantes. Autrement dit, les machines doivent exécuter un *travail*. Par suite, la puissance produit un travail, et il s'agit de transformer ce *travail moteur* en *travail utile*, c'est-à-dire que l'on cherche à transmettre ce travail de la puissance, par l'intermédiaire des organes, à la partie de la machine qui s'appelle l'*outil*.

On appelle FORCES MOUVANTES *les forces dont le travail est positif*, c'est-à-dire dont les directions font un angle aigu avec le déplacement du point d'application. Au contraire, les FORCES RÉSISTANTES ont *un travail négatif*

*462. — En représentant par T_m la somme des travaux des forces mouvantes et par T_r la somme des valeurs absolues des travaux des forces résistantes, nous aurons pour la somme totale des travaux de toutes les forces qui sollicitent la machine :

$$\sum TF = T_m - T_r.$$

Donc, en vertu du principe général des forces vives :

$$\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} = T_m - T_r.$$

*463. — **ÉGALITÉ DU TRAVAIL MOTEUR ET DU TRAVAIL RÉSISTANT.** Les machines sont généralement animées de mouvements uniformes, ou de mouvements périodiquement uniformes.

Dans le premier cas, à tout instant on a :

$$V = V_0,$$

et par suite, l'équation précédente se réduit à :

$$T_m = T_r.$$

Dans l'autre hypothèse, $V = V_0$ après des intervalles de temps égaux, et par suite dans chacun de ces intervalles, on a encore :

$$T_m = T_r.$$

Donc, *dans toute machine le travail moteur se transforme complètement en travail résistant.*

464. — Nous allons nous proposer de vérifier ce principe dans les machines simples que nous avons étudiées.

1° LEVIER. — En désignant par p et q les bras de levier de la puissance et de la résistance, nous avons trouvé, pour l'équilibre, la condition :

$$Pp = Qq.$$

Soit ω l'angle dont la machine a tourné; les chemins parcourus par les points d'application des deux forces seront $p\omega$, $q\omega$, et les forces restant tangentes aux chemins parcourus exécuteront des travaux qui ont pour valeur absolue :

$$Pp\omega, \qquad Qq\omega.$$

Donc ces travaux sont égaux.

465. — 2° POULIE MOBILE. — Considérons le cas des brins de corde parallèles; la puissance doit être moitié de la résistance pour l'équilibre :

$$2P = Q.$$

Supposons que le centre de la poulie se soit déplacé d'une hauteur verticale égale à h: les chemins parcourus par les points d'application des forces P et Q seront $2h$ et h, donc les valeurs absolues des travaux exécutés sont :

$$2Ph \qquad \text{et} \qquad Qh\,;$$

donc ces travaux sont égaux.

466. — 3° Treuil. — En représentant par r et R les rayons de l'arbre et de la manivelle, l'équilibre exige que l'on ait entre la puissance et la résistance la relation :

$$P.R = Qr.$$

Or, si l'appareil tourne de l'angle ω, les chemins parcourus par les points d'application des forces P et Q seront $R\omega$ et $r\omega$, et les valeurs absolues des travaux seront :

$$PR\omega \quad \text{et} \quad Qr\omega,$$

donc le travail moteur égale le travail résistant.

467. — 4° Plan incliné. — En représentant par P la puissance qui fait l'angle θ avec la ligne de plus grande pente, et Q le poids du corps qui est la résistance, l'inclinaison du plan étant α, nous avons pour l'équilibre :

$$P\cos\theta = Q\sin\alpha.$$

Si donc le corps parcourt le chemin e suivant la ligne de plus grande pente, les travaux des forces auront pour valeur absolue :

$$e \times P\cos\theta \quad \text{et} \quad e \times Q\sin\alpha;$$

donc ces travaux sont encore égaux.

468 — RÉSISTANCES PASSIVES. Dans les vérifications que nous venons de faire, nous n'avons considéré comme forces résistantes que celles que nous avions pour but de vaincre en établissant la machine; mais c'est là une hypothèse qui n'est jamais vérifiée. D'autres forces absorbent le travail moteur : ainsi le frottement des organes les uns sur les autres, les chocs, la raideur des cordes, la résistance qu'oppose l'air au déplacement des corps, sont autant de causes de perte du travail moteur.

On est ainsi conduit à diviser les forces résistantes en deux catégories : les résistances *utiles*, et les résistances *passives*. De sorte que le travail résistant est la somme du travail utile et du travail passif :

$$T_r = T_u + T_p.$$

Il en résulte que dans le cas du mouvement uniforme de la machine, on a :

$$T_m = T_u + T_p,$$

puisque nous avons démontré que le travail moteur est toujours égal au travail résistant.

Comme on ne peut jamais annuler les résistances passives, il en résulte que l'on a toujours :

$$T_m > T_u;$$

c'est-à-dire que *le travail moteur est toujours supérieur au travail utile*.

469. — Rendement. On appelle rendement d'une machine le rapport du travail utile au travail moteur :

$$\frac{T_u}{T_m} = 1 - \frac{T_p}{T_m}$$

Ce rapport est donc toujours inférieur à l'unité, et plus il est voisin de l'unité, plus les résistances passives sont faibles ; le rendement est donc une donnée qui permet d'apprécier une machine.

Dans les circonstances les plus favorables le rendement ne dépasse pas 0,80 ; il est généralement 0,60 et même 0,40.

470. — Cheval-vapeur. Dans beaucoup de cas on caractérise la machine par le travail utile qu'elle peut produire ; mais alors le temps doit intervenir dans cette évaluation.

On appelle cheval-vapeur *le travail de* 75 *kilogrammètres effectué en une seconde.*

On conçoit aisément qu'il soit indispensable, au point de vue de l'usage industriel des machines, de pouvoir connaître le travail exécuté dans un temps donné. Mais, en mécanique, nous avons dit que la notion de temps ne figure pas dans le travail des forces.

***471. — Impossibilité du mouvement perpétuel.** Le problème du mouvement perpétuel consiste à construire une machine *qui, étant mise en mouvement une fois pour toutes par une force mouvante, ait la propriété de fournir indéfiniment du travail utile.*

Il est évident qu'une pareille machine ne peut exister, puisqu'on ne peut même pas transformer tout le travail moteur en travail utile.

Il est également impossible de construire une machine qui, sans exécuter de travail utile, conserve toujours un certain mouvement.

Nous avons, en effet, à une époque quelconque, la relation :

$$\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} = T_m - T_p$$

V_0 étant la vitesse initiale de chaque point matériel, et V la vitesse à l'instant considéré.

Or, T_m est une constante par hypothèse et T_p est une quantité toujours croissante. On ne peut, en effet, annuler les résistances passives que dans les machines de pure théorie, et la notation T_p représente des quantités toutes de même signe. Par suite, il y aura toujours un temps au bout duquel T_p atteindra T_m, et à ce moment l'équation précédente donne :

$$\sum \frac{mV^2}{2} = \sum \frac{mV_0^2}{2};$$

donc la machine s'arrêtera.

CHAPITRE IV

EXERCICES PROPOSÉS SUR LE LIVRE IV

1. — On considère la projection sur un diamètre fixe d'un point matériel parcourant uniformément une circonférence.

1° Donner l'équation du mouvement de ce point.

2° Calculer l'expression de la vitesse à un instant quelconque.

3° Trouver l'expression générale de la force variable qui produisait le mouvement oscillatoire du point projection.

2. — Sur un plan horizontal parfaitement poli est placé un corps pesant 1200 kilogrammes :

1° Quelle est la force nécessaire pour lui faire parcourir une longueur de 35 mètres en 3 secondes?

2° Quel sera le chemin parcouru en 10 secondes par ce corps si l'on fait agir une force de 500 kilogrammes?

3. — Une arme à feu pesant 3 tonnes lance un projectile de 80 kilogrammes avec une vitesse initiale de 350 mètres par seconde : calculer le chemin parcouru par l'arme supposée placée sur un plan horizontal parfaitement poli.

4. — Deux corps placés sur un plan horizontal parfaitement poli pèsent respectivement 45 et 36 kilogrammes. Quel est le rapport des forces qu'il faut faire agir sur ces corps pour qu'ils prennent le même mouvement?

5. — Un cordon qui passe sur une poulie fixe est sollicité à ses extrémités par les poids $P+p$ et Q, tels que l'on ait :

$$P+p > Q > P;$$

θ secondes après l'origine du mouvement on supprime le poids p et l'on demande d'étudier le mouvement du système à partir de cet instant.

6. — Un cordon qui passe sur une poulie fixe est sollicité à ses extrémités par des poids dont la somme est P : on sait que ce système parcourt la longueur h dans les θ premières secondes de son mouvement : en déduire les intensités des poids inconnus.

7. — On considère deux plans inclinés qui se coupent suivant l'horizontale XY et qui forment avec l'horizon des angles α et β : d'un point O pris sur XY on laisse partir au même instant trois points matériels pesants : M sur la verticale, N sur l'un des plans, et P sur l'autre.

1° Après le temps t les trois points matériels occupant les positions $M_1N_1P_1$, calculer les côtés et les angles du triangle $M_1N_1P_1$.

2° Prouver que l'aire de ce triangle est en rapport constant avec t^4.

8. — Étant donnés un point A et un plan P, déterminer le plan sur lequel on doit abandonner un point matériel pesant partant de A, avec la condition qu'il atteigne le plan P dans le temps le plus court.

9. — Étant donné une verticale XX′ et une droite horizontale YY′ qui ne rencontre pas XX′, déterminer le point de cette verticale duquel il faut laisser glisser un corps pesant sur un plan incliné contenant YY′ pour atteindre cette horizontale dans le temps le plus court.

10. — Deux points matériels pesants se meuvent suivant la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné : le premier qui descend de A a une vitesse V, le second, qui monte, part de B θ secondes après avec une vitesse initiale V′ : déterminer le point C de AB où a lieu la rencontre, connaissant $AB = a$ et l'angle α que fait cette ligne avec l'horizon.

11. — Sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizon, et dont la ligne de plus grande pente AB a pour longueur a, se meut un point matériel de poids P qui est lié par un cordon passant sur une poulie de renvoi à un second point matériel de poids Q : le système se meut de sorte que le premier point monte de A vers B. Calculer l'époque à laquelle on devra supprimer l'action du poids Q de sorte que l'autre point matériel arrive en B sans vitesse.

12. — Quel est le travail moteur nécessaire pour imprimer à un corps pesant 10 kilogrammes une vitesse de 300 mètres ?

13. — Quel est le travail résistant nécessaire pour arrêter un corps pesant 1200 kilogrammes qui possède une vitesse de $21^{m},5$?

14. — Un manège de maraîcher est mis en mouvement par un cheval dont l'effort moyen est 68 kilogrammes : le diamètre de la roue du manège est 6,8 : le seau contenant 450 litres d'eau que monte ainsi le cheval, est amené du fond du puits à la surface du sol par 6 tours du cheval, et la profondeur de ce puits est 14 mètres.

Calculer le rendement de la machine.

15. — Une machine de la force de 200 chevaux-vapeur a pour rendement 0,72 : calculer le travail moteur à dépenser pour la faire travailler pendant 10 heures.

FIN.