d'équilibre de la balance soit indépendant de la position de la charge dans les bassins, condition qui existe théoriquement dans la balance de Roberval, mais qui n'a pas rigoureusement lieu dans la pratique, à cause des frottements.

Le mécanisme adopté par M. Béranger se compose, pour chaque bassin, de trois leviers AB, EF et DC (fig. 23). Le levier DC, qui porte le bassin P, s'abaisse ou se relève en même temps de quantités égales à ses deux bouts, quand l'extrémité B descend ou remonte, comme il est facile de s'en rendre compte à l'inspection de la figure. Ce levier DC se meut donc parallèlement à lui-même, et par suite la tige $a$ va et vient exactement dans le sens de la verticale. Quant à la position de la charge dans les plateaux, elle n'a pas la même influence que dans la balance de Roberval, d'après la combinaison des trois leviers. Cependant, dans toute balance, il est préférable de placer la charge au milieu des bassins. Deux tringles recourbées $m$ et $n$, fixées de chaque côté au levier horizontal DC, montent et descendent avec lui, et se trouvent en regard l'une de l'autre quand la balance est en équilibre.

51. **Méthode des doubles pesées.** — On doit à Borda, physicien français, mort à Paris, en 1799, un procédé qui permet d'obtenir des pesées exactes avec une balance dont les bras sont inégaux. Pour cela, on place le corps dont on veut connaître le poids dans un des plateaux, et on lui fait équilibre, dans l'autre, avec de la grenaille de plomb ou du sable; puis on enlève du premier plateau le corps à peser, et on le remplace par des grammes et des subdivisions de gramme jusqu'à ce que l'équilibre s'établisse de nouveau. Le poids obtenu ainsi est exactement celui du corps; car, dans cette double pesée, le corps et les grammes agissent tour à tour sur le même bras du fléau pour faire équilibre à la même résistance.

On peut aussi déterminer le poids d'un corps avec précision par la méthode suivante, qui consiste à peser deux fois le corps, en le plaçant successivement dans chacun des plateaux, ce qui revient encore à une double pesée; puis à déduire par le calcul le poids cherché des deux résultats obtenus.

En effet, ayant posé le corps à peser dans l'un des plateaux, et dans l'autre des grammes jusqu'à ce qu'il y ait équilibre, soient $x$ le poids cherché, $p$ le nombre des grammes qui lui font équilibre, et $a$ et $b$ les longueurs des bras de levier correspondant respectivement aux poids $x$ et $p$. D'après le principe d'équilibre du levier donné plus haut (45), on a $\frac{x}{p}=\frac{b}{a}$, ou $ax=bp$ [1]. De même, si l'on représente par $p'$ le nombre des grammes qui font équilibre au corps après l'avoir changé de plateau, on a $bx=ap'$ [2]. Multipliant membre à membre les égalités [1] et [2], et supprimant le facteur commun $ab$, on a :

$$x^2=pp',\ \text{d'où}\ x=\sqrt{pp'}.$$

Ce qui fait voir que *le poids cherché est moyen proportionnel entre les deux poids $p$ et $p'$.*



Les deux bras d'une balance n'étant jamais parfaitement égaux, on doit toujours, dans les pesées de précision, faire usage de l'une des deux méthodes ci-dessus. Toutefois cela ne suffit pas pour obtenir rigoureusement le poids d'un corps. En effet, on verra bientôt (161) que tout corps pesé dans l'air perd une partie de son poids égale au poids de l'air qu'il déplace; d'où il résulte que tout poids obtenu par la balance n'est qu'un poids apparent, moindre que le poids réel. On verra plus tard (168) comment on peut, par le calcul, déduire le poids réel du poids apparent.

---

## CHAPITRE III.

### LOIS DE LA CHUTE DES CORPS, INTENSITÉ DE LA PESANTEUR, PENDULE.

52. **Lois de la chute des corps.** — En négligeant la résistance de l'air, c'est-à-dire en supposant que les corps tombent dans le vide, leur chute est soumise aux trois lois suivantes :

1re LOI. — *Tous les corps, dans le vide, tombent également vite.* Cette loi se démontre par l'expérience, au moyen d'un tube de verre de 2 mètres de longueur environ, fermé à l'une de ses extrémités et terminé, à l'autre, par un robinet de cuivre. On y introduit des corps de densités différentes, par exemple du plomb, du liége, du papier, une barbe de plume ; puis on fait le vide avec la machine pneumatique. Retournant ensuite le tube brusquement, on voit tous les corps qu'on y a introduits tomber également vite (fig. 24). Mais si, après avoir fait rentrer un peu d'air, on renverse de nouveau le tube, on remarque un faible retard pour les corps les plus légers. Enfin, ce retard devient très-apparent lorsqu'on a laissé rentrer tout à fait l'air. On conclut de là que si, dans les conditions ordinaires, les corps tombent inégalement vite, cela provient uniquement de la résistance de l'air, et non de ce que la pesanteur s'exerce avec plus d'intensité sur certaines substances que sur d'autres. Un corps qui a deux fois plus de masse qu'un autre est bien, en réalité, attiré vers la terre par une force double; mais cette force double devant mettre en mouvement une quantité de matière double, on a vu (35) qu'elle ne peut lui donner que le même degré de vitesse que reçoit l'autre corps d'une force deux fois plus petite.

La résistance que l'air oppose à la chute des corps est surtout sensible pour les liquides. Dans l'air, ils se divisent et tombent en gouttelettes ; dans le vide, ils tombent, comme ferait une masse solide, sans se diviser. Ce phénomène se démontre avec le *marteau d'eau.* On nomme ainsi un tube de verre un peu gros, de 30 à 40 centimètres de long, rempli d'eau à moitié et fermé à la lampe après qu'on en a chassé l'air par l'ébullition. Lorsqu'on retourne ce tube brusquement, l'eau, en tombant, vient frapper l'extrémité inférieure en rendant un son sec, comme le ferait le choc de deux corps solides.


Fig. 24 ($h = 2$ m.)

2e LOI. — *Les espaces parcourus par un corps qui, partant de l'état de repos, tombe dans le vide, sont proportionnels aux carrés des temps pendant lesquels ils ont été parcourus.* En d'autres termes, dans des temps représentés par 1, 2, 3, 4,..... les espaces parcourus le sont respectivement par 1, 4, 9, 16.....

3e LOI. — *La vitesse acquise par un corps qui tombe dans le vide est proportionnelle au temps pendant lequel il est tombé.* C'est-à-dire qu'au bout d'un temps deux, trois, quatre fois plus grand, la vitesse acquise est elle-même deux, trois, quatre fois plus grande.

*Conséquence.* — Puisque, d'après la deuxième loi, l'espace parcouru dans la première seconde étant 1, les espaces parcourus dans 2, 3, 4, 5... secondes sont 4, 9, 16, 25..., il en résulte que l'espace parcouru dans la deuxième seconde est 4 moins 1, ou 3 ; dans la troisième seconde, il est 9 moins 4, ou 5 ; dans la quatrième, 16 moins 9, ou 7, et ainsi de suite ; c'est-à-dire que *les espaces parcourus successivement dans la première, la deuxième, la troisième, la quatrième... seconde, sont entre eux comme la suite naturelle des nombres impairs* 1, 3, 5, 7,....

Les lois de la chute des corps ne sont vraies que dans le vide et pour des hauteurs de chute peu considérables. Dans l'air, elles sont modifiées par la résistance que rencontrent les corps ; de



plus, on verra bientôt qu'à des hauteurs inégales dans l'atmosphère, l'intensité de la pesanteur n'est pas rigoureusement la même (56).

C'est Galilée qui, à la fin du XVIe siècle, découvrit les lois de la pesanteur, et les fit connaître dans ses cours, à l'université de Pise, où il professait les mathématiques.

53. **Plan incliné.** — Plusieurs appareils ont été imaginés pour démontrer les lois de la chute des corps ; ce sont : le *plan incliné,* la *machine d'Atwood* et l'*appareil à cylindre tournant* de M. Morin. Nous ne décrirons que les deux premiers, dans lesquels le mouvement est assez lent pour que la résistance de l'air puisse être négligée.

On appelle *plan incliné,* tout plan qui fait avec un plan horizontal un angle moindre qu'un droit. Plus cet angle est aigu, plus est faible la vitesse d'un corps qui descend le long d'un plan incliné. En effet, représentons par AB (fig. 25) la section d'un plan incliné, par AC celle d'un plan horizontal, et par BC une perpendiculaire abaissée d'un point B du plan incliné sur le plan horizontal. Un corps quelconque M s'appuyant sur le plan incliné, son poids P pourra être décomposé en deux forces Q et F, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle au plan incliné. La première sera détruite par la résistance du plan, et la force F agira seule sur la masse M pour la faire descendre. Pour calculer la valeur de F, on porte sur GP une longueur GH qui représente le poids P, et l'on achève le parallélogramme DGEH (29) ; la force F est alors représentée par DG. Or, les triangles DGH et ABC sont semblables, comme ayant les angles égaux, ce qui donne $\frac{DG}{GH} = \frac{BC}{AB}$, ou $\frac{F}{P} = \frac{BC}{AB}$.

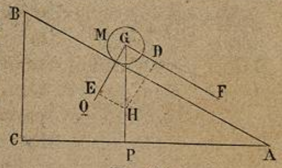

Fig. 25.

De cette dernière égalité, on conclut que la force F est d'autant plus petite, par rapport à P, que la *hauteur* BC du plan incliné est plus petite par rapport à sa *longueur* AB. On peut donc rendre la force F aussi petite qu'on le veut, et ralentir le mouvement du mobile M de manière à pouvoir compter, sur le plan incliné, les chemins parcourus en une, deux, trois... secondes ; et cela sans que les lois du mouvement soient changées, puisque la force F est continue et constante. C'est en opérant ainsi que Galilée a fait voir que les espaces parcourus croissent comme les carrés des temps.

54. **Machine d'Atwood.** — Les lois de la chute des corps se démontrent encore au moyen de la *machine d'Atwood,* ainsi nommée du nom de son inventeur, professeur de chimie à Cambridge, à la fin du siècle dernier. Cette machine se compose d'une colonne de bois (fig. 26) de $2^m,30$ environ de hauteur. A son sommet est une cage de verre sous laquelle est placée une poulie de cuivre ; sur celle-ci s'enroule un fil de soie assez fin pour que son poids puisse être négligé, et soutenant, à ses deux bouts, deux poids égaux M et M'. L'axe de la poulie, au lieu de reposer sur deux coussinets fixes, s'appuie sur les jantes croisées de quatre roues

mobiles. Par cette disposition, l'axe de la poulie transmettant son mouvement aux quatre roues, au lieu d'un frottement de glissement, il se produit un frottement de roulement qui est beaucoup plus doux.

Sur la colonne est fixé un mouvement d'horlogerie H, que règle un pendule à secondes P, au moyen d'un échappement à ancre (fig. 30, page 49). Ce dernier est représenté sur le cadran, au-dessus de la roue de rencontre qui en occupe le centre. Cet échappement oscille avec le pendule, et, en inclinant tantôt à droite, tantôt à gauche, il laisse passer, à chaque oscillation, une dent de la roue de rencontre. L'axe de celle-ci porte, à l'extrémité antérieure, une aiguille qui marque les secondes, et à l'extrémité postérieure, derrière le cadran, un excentrique qui est figuré en E, sur la gauche de la colonne. Cet excentrique, qui tourne en même temps que l'aiguille, appuie sur un levier D, et, en le faisant avancer, fait basculer un plateau *r, i* que soutenait ce levier, et qui lui-même est destiné à supporter la masse M.

Enfin, parallèlement à la colonne est une échelle de bois Q, divisée en centimètres, et destinée à mesurer les espaces parcourus par le corps qui tombe. Sur cette échelle sont deux *curseurs*, c'est-à-dire deux pièces mobiles, qui, à l'aide de vis de pression, peuvent se placer à telle hauteur qu'on veut. Ces curseurs sont représentés dans différentes positions, sur la droite de la machine, en A, A', B, C, B' et C'. L'un des deux, qui a la forme d'un disque plein, est destiné à arrêter la masse M; l'autre, qui est annulaire, se laisse traverser par cette masse, mais il arrête un petit poids additionnel qu'on pose sur elle, et qui consiste en une lame de laiton $m$ plus longue que le diamètre du curseur annulaire.

La machine d'Atwood donne le moyen de ralentir la vitesse de chute, et de faire succéder, à volonté, un mouvement uniforme à un mouvement accéléré.

Pour apprécier comment cette machine peut ralentir le mouvement, supposons que la petite plaque de laiton $m$, qui, dans la figure, est représentée en $m$, en $m'$ et en $m''$, tombe seule, et représentons par $g$ sa vitesse au bout d'une seconde; d'où sa quantité de mouvement sera $mg$ (35). Si l'on place cette plaque $m$ sur la masse M, elle ne pourra plus tomber qu'en communiquant une partie de sa vitesse aux deux masses M et M'. En effet, les deux masses M et M' se faisant équilibre, la pesanteur est sans effet sur elles. Par conséquent, c'est la même force qui faisait tomber le poids $m$, quand il était seul, qui maintenant va mouvoir ce poids et les deux masses M et M'. La quantité de mouvement sera donc la même (35). Or, si l'on représente par $x$ la vitesse au bout d'une seconde, la quantité de mouvement sera $(m+2M)\,x$; en l'égalant à celle que prend le poids $m$ lorsqu'il tombe seul, on a $(m+2M)\,x = gm$; d'où $x = \frac{gm}{m+2M}$. Si l'on suppose, par exemple, que les masses M et M' soient chacune 16, la masse $m$ étant 1, on trouve $x = \frac{g}{33}$; c'est-à-dire que la vitesse sera 33 fois plus petite que si le corps



tombait librement dans l'atmosphère; ce qui est suffisant pour permettre de suivre le corps dans sa chute et pour rendre la résistance de l'air à peine sensible.

Les diverses pièces de la machine étant connues, passons à l'expérience, et proposons-nous d'abord de démontrer que les espaces parcourus croissent comme les carrés des temps. Pour cela, le pendule P étant arrêté et l'aiguille du cadran hors du zéro, on place le poids additionnel $m$ sur la masse M, et l'on pose celle-ci, ainsi chargée, sur le plateau $i$, maintenu horizontalement par l'extrémité du levier D, et correspondant au zéro de l'échelle. Ne faisant alors usage que du curseur plein, on le place, par tâtonnement, à une distance du zéro de l'échelle telle, que les deux masses $m$ et M mettent une seconde à tomber de O en A, chute qui commence au moment où, le pendule ayant été mis en oscillation, l'aiguille arrive au zéro du cadran; car, à ce point, le levier D est chassé par l'excentrique E, et le plateau $i$ bascule.

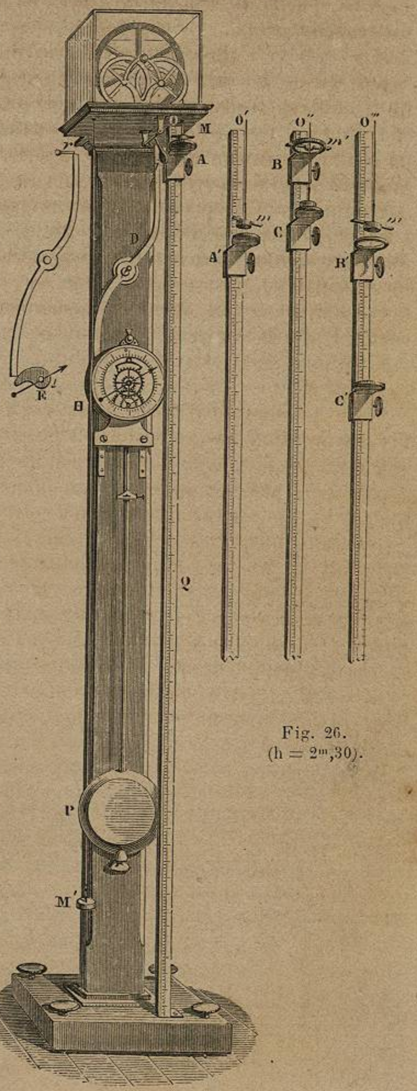

Fig. 26.
(h = $2^m$,30).

Admettons qu'on ait

ainsi trouvé que la hauteur de chute, en une seconde, soit 7. Recommençant alors l'expérience de la même manière, mais en abaissant le curseur à une distance O'A' quatre fois plus grande que OA, c'est-à-dire à la vingt-huitième division de l'échelle, on observe que cet espace est parcouru juste en 2 secondes par les deux masses $m$ et M. On trouve de même qu'une hauteur neuf fois plus grande, ou de 63 divisions, est parcouru en 3 secondes, et ainsi de suite : la deuxième loi est donc vérifiée.

Pour vérifier la troisième, il faut se rappeler que, dans le mouvement accéléré, on entend par vitesse, en un moment donné, celle du mouvement uniforme qui succède au mouvement accéléré (34). Par conséquent, pour constater suivant quelle loi varie la vitesse d'un corps qui tombe, il suffit de mesurer la vitesse du mouvement uniforme qui succède au mouvement accéléré, successivement après une, deux, trois... secondes de chute.

La substitution du mouvement uniforme au mouvement accéléré s'obtient au moyen du curseur annulaire B. Pour cela, on commence par placer celui-ci à une distance telle, que les deux masses $m$ et M réunies mettent à tomber jusqu'en B une seconde, comme dans la première expérience ; puis la masse additionnelle $m$ étant alors arrêtée par le curseur B, et la masse M continuant seule à descendre, on place le curseur plein en C, au-dessous de B, à l'intervalle convenable pour que la masse M emploie une seconde à descendre d'un curseur à l'autre. Or, de O″ en B le mouvement est uniformément accéléré, et de B en C il est uniforme, car le petit poids $m$ étant arrêté par le curseur annulaire B, la pesanteur n'agit plus de B en C, et le mouvement ne se continue qu'en vertu de l'inertie. Le nombre des divisions de l'échelle parcourues en une seconde par la masse M, d'un curseur à l'autre, représente donc la vitesse acquise par les deux masses $m$ et M au bout d'une seconde (34).

Recommençant alors l'expérience, on descend le curseur annulaire B en B', à une distance telle, que les deux masses M et $m$ mettent deux secondes à tomber de O‴ en B' ; puis on fixe le second curseur en C', à une distance du premier double de celle qui les séparait d'abord, c'est-à-dire double de BC. Or, les deux masses tombant pendant deux secondes, d'un mouvement uniformément accéléré, du point O‴ au point B', on trouve que la masse M parcourt seule, en une seconde, l'intervalle B'C' qui sépare les deux curseurs. La vitesse acquise au bout de 2 secondes est donc le double de celle acquise après une seconde. On vérifie de même qu'après 3, 4 secondes, cette vitesse est trois, quatre fois plus grande.



55. **Formules relatives à la chute des corps.** — La troisième loi de la chute des corps (52) peut se représenter par la formule $v = gt$ ; et la seconde par la formule $e = \frac{1}{2}gt^2$. En effet, soient $g$ la vitesse acquise, au bout d'une seconde, par un corps qui tombe dans le vide, et $v$ sa vitesse après $t$ secondes ; les vitesses étant proportionnelles aux temps, on a $\frac{v}{g} = \frac{t}{1}$, d'où $v = gt$ [1].

Pour obtenir la formule $e = \frac{1}{2}gt^2$, observons qu'un corps qui tombe, pendant $t$ secondes, d'un mouvement uniformément accéléré, avec une vitesse initiale nulle et une vitesse finale $v = gt$, parcourt nécessairement le même espace que s'il tombait pendant le même temps, d'un mouvement uniforme, avec une vitesse moyenne entre les vitesses 0 et $gt$, c'est-à-dire avec la vitesse $\frac{1}{2}gt$, puisqu'on sait que la moyenne entre deux quantités n'est autre chose que leur demi-somme. Or, dans ce dernier cas, le mouvement étant uniforme, l'espace parcouru est égal au produit de la vitesse par le temps (32) ; en représentat par $e$ cet espace, on a donc $e = \frac{1}{2}gt \times t$, ou $e = \frac{1}{2}gt^2$ [2].

Si dans la formule [2], on fait $t = 1$, il vient $e = \frac{1}{2}g$ ; d'où $g = 2e$. C'est-à-dire que *la vitesse acquise au bout de l'unité de temps est double de l'espace parcouru dans le même temps.*

Dans la formule [1], la vitesse $v$ est exprimée en fonction du temps ; mais on peut aussi l'exprimer en fonction de l'espace parcouru, en éliminant $t$ entre les formules [1] et [2]. Pour cela, on tire de la première $t = \frac{v}{g}$, d'où $t^2 = \frac{v^2}{g^2}$. Portant cette valeur de $t^2$ dans la formule [2], on a $e = \frac{1}{2}g \times \frac{v^2}{g^2}$, ou $e = \frac{v^2}{2g}$, en supprimant le facteur commun $g$. Multipliant par $2g$ les deux membres de cette égalité, il vient $v^2 = 2ge$ ; si l'on extrait la racine, on a enfin $v = \sqrt{2ge}$ [3].

De cette dernière formule, on conclut que *lorsqu'un corps tombe dans le vide, la vitesse acquise en un instant donné est proportionnelle à la racine carrée de la hauteur de chute.*

Les formules $v = gt$ et $e = \frac{1}{2}gt^2$ ayant été obtenues en regardant la pesanteur comme une force accélératrice constante, et, par conséquent, dans le cas où le mouvement est uniformément accéléré, on peut les considérer comme les formules générales de ce genre de mouvement. Seulement, $g$ étant l'accélération de vitesse imprimée en chaque seconde par la force accélératrice, la valeur de cette quantité $g$ varie avec l'intensité de la force.

56. **Causes qui modifient l'intensité de la pesanteur.** — Trois causes font varier l'intensité de la pesanteur : la distance au centre de la terre, l'aplatissement de celle-ci aux pôles et la force centrifuge.

1° L'attraction terrestre s'exerçant comme si toute la masse du globe était condensée à son centre, et cette attraction agissant en raison inverse du carré de la distance (37 et 38), il en résulte que l'intensité de la pesanteur croît ou décroît, quand les corps s'approchent ou s'écartent de la terre. Toutefois cette variation n'est pas apparente dans les phénomènes qui s'observent à la surface de notre globe, parce que son rayon moyen étant de 6 367 400 mètres, l'intensité de la pesanteur reste sensiblement la même lorsqu'un corps s'élève ou s'abaisse de quelques centaines de mètres. Mais pour des hauteurs plus considérables, la pesanteur ne peut plus être regardée comme constante. Il importe donc d'observer que les lois de la chute des corps énoncées au paragraphe 52 ne doivent être admises que pour les corps qui tombent d'une faible hauteur.

Si un corps tombait d'une grande hauteur vers la terre, jusqu'à la surface de celle-ci la pesanteur agirait toujours sur le corps en raison inverse du carré de la distance au centre; mais si c'est à partir de la surface de la terre qu'on suppose qu'un corps tombe, le calcul fait voir que la loi n'est plus la même, et que si la terre était parfaitement homogène, l'intensité de la pesanteur serait alors *directement proportionnelle* à la distance au centre, ce qui résulte de la portion de la masse terrestre que le corps laisse au-dessus de lui en tombant. Toutefois ce résultat de la théorie ne se vérifie pas par l'expérience dans les puits très-profonds qui servent à l'exploitation des mines, ce qu'on explique parce que la densité des couches superficielles du globe est beaucoup moindre que celle des couches situées à une plus grande profondeur.

2° L'intensité de la pesanteur varie encore avec la latitude, à cause de l'aplatissement de la terre à ses deux pôles; car vers ces points, les corps sont plus rapprochés du centre du sphéroïde terrestre, et par conséquent plus attirés.

3° La troisième cause qui modifie l'intensité de la pesanteur est la *force centrifuge*. On nomme ainsi une force à laquelle donne naissance le mouvement circulaire, et en vertu de laquelle les masses animées de ce mouvement tendent à s'éloigner de l'axe de rotation. On démontre, en mécanique, que la force centrifuge est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation; d'où il résulte que, sous un même méridien, cette force croît à mesure qu'on approche de l'équateur, où elle atteint son maximum, puisque c'est là qu'a lieu la plus grande vitesse. Au pôle, la force centrifuge est nulle.

Sous l'équateur, la force centrifuge est directement opposée à la pesanteur et égale $\frac{1}{289}$ de son intensité. Or 289 étant le carré de 17, on déduit de là que si le mouvement de rotation de la terre était 17 fois plus rapide, la force centrifuge, qui est proportionnelle au carré de la vitesse, serait, sous l'équateur, 289 fois plus intense qu'elle ne l'est, c'est-à-dire, égale à la pesanteur, et les corps ne pèseraient pas; pour un mouvement de rotation plus rapide, ils seraient lancés dans l'espace par l'effet de la force centrifuge.

Quand on avance de l'équateur vers les pôles, la pesanteur est de moins en moins affaiblie par l'effet de la force centrifuge : d'abord,



parce que cette dernière force décroît dans le même sens; ensuite, parce que, sous l'équateur, elle est directement opposée à la pesanteur, tandis qu'en avançant vers les pôles, sa direction devient de plus en plus inclinée par rapport à celle de la pesanteur. C'est ce que montre la figure 27, dans laquelle PP′ représente l'axe de rotation de la terre, et EE′ l'équateur terrestre. En un point quelconque E de ce cercle, la force centrifuge est dirigée suivant CE, et agit tout entière pour diminuer l'intensité de la pesanteur; mais en un point *a*, plus rapproché du pôle, la force centrifuge étant représentée par une droite *ab* perpendiculaire à l'axe PP′, tandis que la pesanteur agit suivant *a*C, on voit que la pesanteur n'est plus directement opposée à la force centrifuge, mais seulement à sa composante *ad*, qui est d'autant plus petite par rapport à *ab*, que le point *a* est plus près du pôle.

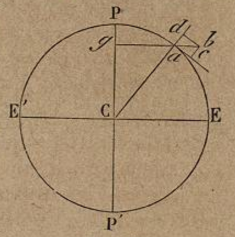

Fig. 27.

57. **Mesure de l'intensité de la pesanteur.** — D'après ce qui précède, la pesanteur pouvant être considérée, dans un même lieu et pour des hauteurs de chute peu considérables, comme une force accélératrice constante, on prend pour mesure de son intensité la vitesse qu'elle imprime, en une seconde, aux corps qui tombent dans le vide (35), sans avoir égard à la masse, puisque, dans le vide, tous les corps tombent également vite (52).

Cette vitesse se représente par la lettre *g*. Elle croît de l'équateur au pôle : à Paris, d'après Borda et Cassini, elle est de 9m,8088; tandis qu'à l'équateur, elle n'est que de 9m,7800. On verra bientôt comment elle se détermine, en chaque lieu, à l'aide du pendule (62).

Les variations d'intensité que subit la pesanteur avec la latitude ou l'altitude modifient le poids absolu des corps (41), mais ne changent rien à leur poids relatif, c'est-à-dire à celui que donne la balance. En effet, l'action de la pesanteur s'exerçant également sur toutes les substances, il s'ensuit que l'augmentation ou la diminution de poids qui résulte des variations de cette force est la même, en chaque lieu, pour les corps à peser et pour les poids métriques ou autres dont on fait usage. En un mot, le nombre de grammes qui représente le poids d'un corps à Paris, le représente aussi au pôle ou à l'équateur. Ce qui varie, c'est le poids du gramme, qui croît ou décroît proportionnellement à l'intensité de la pesanteur.

58. **Pendule.** — On distingue deux sortes de pendules : le *pendule simple* et le *pendule composé*. Le *pendule simple*, ou *pendule idéal*, est celui qui serait formé d'un point matériel pesant, sus-

pendu, par un fil inextensible sans masse et sans poids, à un point fixe autour duquel il pourrait librement *osciller*, c'est-à-dire prendre un mouvement de va-et-vient plus ou moins rapide. Ce pendule ne peut se réaliser ; il est purement théorique, et ne sert qu'à déterminer, par le calcul, les lois des oscillations du pendule.

On nomme *pendule composé*, tout corps qui peut osciller autour d'un point ou d'un axe fixe. Quand le pendule oscille autour d'un point, celui-ci prend le nom de *centre de suspension ;* si le mouvement a lieu autour d'une droite horizontale, cette droite est appelée *axe de suspension*. Le pendule composé est le seul qu'on puisse construire. Sa forme peut varier à l'infini ; mais, en général, il consiste en une masse métallique, lenticulaire ou sphérique, suspendue à une tige mobile autour d'un axe horizontal : tels sont les balanciers d'horloge ; tel est le pendule P représenté dans la figure 26.

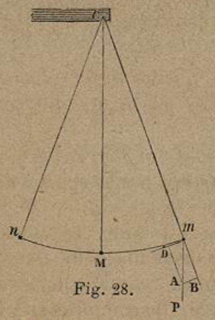

Fig. 28.

Les pendules composés sont suspendus, soit à l'aide d'un couteau analogue à celui des balances (fig. 18), soit à l'aide d'une lame d'acier, mince et flexible, qui se courbe légèrement à chaque oscillation (fig. 30).

Pour nous rendre compte du mouvement oscillatoire du pendule, considérons d'abord un pendule simple *c*M, dont M soit le point matériel, et *c* le centre de suspension (fig. 28). Lorsque le point M se trouve au-dessous du point *c*, sur la verticale passant par ce point, l'action de la pesanteur est détruite ; mais si le point M est transporté en *m*, son poids P se décompose en deux forces : l'une dirigée suivant le prolongement *m*B du fil, l'autre suivant la tangente *m*D à l'arc *m*M*n*. La composante *m*B est détruite par la résistance du point *c*, tandis que la composante *m*D sollicite le point matériel à descendre de *m* en M. Arrivé en ce dernier point, le pendule ne s'arrête pas ; car, en vertu de son inertie, il est entraîné dans la direction M*n*.

Or, si l'on répète, en un point quelconque de l'arc M*n*, la même construction qu'en *m*, on reconnaît que la pesanteur qui, de *m* en M, a agi comme force accélératrice, agit, de M en *n*, comme force retardatrice. Elle enlève donc successivement au mobile la vitesse acquise pendant la descente ; cette force doit donc diminuer la vitesse exactement de la même quantité dont elle l'a augmentée de *m* en M, en sorte qu'elle l'aura entièrement détruite lorsque le pendule se sera élevé en *n*, au-dessus de la position M, à la même hauteur que le point *m*. Le pendule revenant alors de *n* vers M, la même série



de phénomènes se reproduit, et le pendule tend ainsi à osciller éternellement, en décrivant des arcs égaux des deux côtés du point M. Mais, dans les expériences, il n'en est jamais ainsi, deux causes contribuant sans cesse à ralentir le mouvement et même à le détruire : la première est la résistance du milieu dans lequel le pendule se meut ; la seconde est le frottement qui se produit sur l'axe de suspension.

59. **Lois des oscillations du pendule.** — On nomme *oscillation*, le passage du pendule d'une position extrême *m* à l'autre position extrême *n*. L'arc *mn* est l'*amplitude* d'oscillation. Enfin la *longueur* du pendule simple est la distance du point de suspension *c* au point matériel M.

On démontre, en mécanique rationnelle, que les oscillations du pendule simple, dans le vide, sont soumises aux quatre lois suivantes :

1° *Pour un même pendule, les petites oscillations sont isochrones.* C'est-à-dire qu'elles se font très-sensiblement en temps égaux, tant que leurs amplitudes ne dépassent pas une certaine limite de 2 à 3 degrés. Le calcul apprend que la résistance de l'air augmente la durée des oscillations par suite de la perte de poids qu'éprouve le pendule dans l'air (167), mais que l'isochronisme persiste dans l'air comme dans le vide ; seulement, l'amplitude allant en diminuant le pendule finit nécessairement par s'arrêter.

C'est Galilée qui, le premier, constata l'isochronisme des petites oscillations du pendule. On rapporte qu'il fit cette découverte, jeune encore, en observant les mouvements d'une lampe suspendue à la voûte de la cathédrale de Pise.

2° *Pour des pendules de même longueur, la durée des oscillations est la même, quelle que soit la substance dont le pendule est formé.* C'est-à-dire que des pendules simples dont le point matériel serait de liége, de plomb, d'or, exécutent le même nombre d'oscillations dans le même temps, s'ils sont d'égale longueur.

3° *Pour des pendules inégaux, la durée des oscillations est proportionnelle à la racine carrée de la longueur.* C'est-à-dire que la longueur d'un pendule devenant 4, 9, 16... fois plus grande, la durée des oscillations l'est seulement 2, 3, 4... fois davantage.

4° *En différents lieux de la terre, la durée des oscillations, pour des pendules de même longueur, est en raison inverse de la racine carrée de l'intensité de la pesanteur.*

Ces lois découlent de la formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, à laquelle on est conduit en appliquant le calcul au mouvement du pendule simple. Dans cette formule, $t$ représente la durée d'une oscillation ; $l$, la longueur du pendule ; $g$, l'intensité de la pe-

3.

santeur, c'est-à-dire la vitesse acquise, au bout d'une seconde, par un corps qui tombe dans le vide (57). Quant à $\pi$, c'est une quantité constante qui représente le rapport de la circonférence au diamètre ; on trouve, en géométrie, que $\pi$ égale 3,141592.

Les deux premières lois du pendule se déduisent immédiatement de la formule $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ; car cette formule ne contenant ni l'amplitude de l'oscillation, ni la densité de la substance dont le pendule est formé, la valeur de $t$ est indépendante de ces deux quantités.

Pour en déduire la troisième loi, considérons un second pendule dont la longueur soit $l'$ et la durée des oscillations $t'$. D'après la formule ci-dessus, on a $t'=\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$. Or, ces deux formules peuvent s'écrire sous la forme

$$t=\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g}},\ \text{et}\ t'=\pi\frac{\sqrt{l'}}{\sqrt{g}}.$$

En les divisant membre à membre, et supprimant les facteurs communs $\pi$ et $\sqrt{g}$, il vient $\frac{t}{t'}=\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l'}}$, formule qui est l'expression de la troisième loi ci-dessus.

De même, pour la quatrième loi, soient $g$, $g'$ les intensités de la pesanteur en deux lieux différents, et $t$, $t'$ les durées des oscillations d'un même pendule en ces deux lieux, on a

$$t=\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g}},\ \text{et}\ t'=\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g'}}.$$

Divisant encore membre à membre, on trouve $\frac{t}{t'}=\frac{\sqrt{g'}}{\sqrt{g}}$, formule qui est bien l'expression de la quatrième loi.

En élevant au carré les deux membres de cette dernière égalité, on a $\frac{g'}{g}=\frac{t^2}{t'^2}$ ; c'est-à-dire que la quatrième loi peut encore s'énoncer en disant que, *pour un même pendule, dans deux lieux différents, l'intensité de la pesanteur est en raison inverse du carré de la durée des oscillations.*

60. **Longueur du pendule composé.** — Les lois et la formule ci-dessus s'appliquent aussi au pendule composé ; mais alors il faut définir ce qu'on entend par *longueur* de ce pendule. Pour cela, observons que tout pendule composé étant formé d'une tige pesante terminée par une masse plus ou moins considérable, les divers points matériels de ce système tendent, d'après la troisième loi du pendule, à décrire leurs oscillations dans des temps d'autant plus longs, qu'ils sont plus éloignés du point de suspension. Or, tous ces points étant invariablement liés entre eux, leurs oscillations se font nécessairement dans le même temps. Il résulte de là que le mouvement des points les plus rapprochés de l'axe de suspension se trouve retardé, tandis que celui des points les plus éloignés est accéléré. Entre ces deux positions extrêmes, il y a donc des points qui ne sont ni accélérés ni retardés, et qui oscillent comme s'ils n'étaient pas liés au reste du système. Ces





points étant équidistants de l'axe de suspension, leur ensemble constitue un *axe d'oscillation* parallèle au premier. C'est la distance de l'axe de suspension à l'axe d'oscillation qu'on nomme *longueur du pendule composé*. C'est-à-dire que *la longueur d'un pendule composé est celle du pendule simple qui ferait ses oscillations dans le même temps.*

L'axe d'oscillation jouit de la propriété d'être réciproque de l'axe de suspension : c'est-à-dire qu'en suspendant le pendule par son axe d'oscillation, la durée des oscillations reste la même, ce qui montre que la longueur n'est pas changée. Cette propriété, démontrée pour la première fois par Huyghens, physicien hollandais, donne le moyen de trouver expérimentalement la longueur du pendule composé. Pour cela, on retourne le pendule et on le suspend au moyen d'un axe mobile, qu'on place, après quelques tâtonnements, en un point tel que le nombre des oscillations, dans le même temps, soit le même qu'avant le retournement. Ce résultat obtenu, la longueur cherchée est la distance du deuxième axe de suspension au premier. Si l'on substitue alors la valeur obtenue ainsi à la place de $l$, dans la formule du pendule simple, celle-ci devient applicable au pendule composé, et les lois des oscillations sont les mêmes que pour le pendule simple.

Fig. 29 ($h = 1^m,55$).

La longueur du pendule qui *bat la seconde,* c'est-à-dire qui fait ses oscillations en une seconde, varie avec l'intensité de la pesanteur ; elle est :

| | |
|---|---|
| Sous l'équateur. . . . . . . . . . . . . . . | $0^m,991033$ |
| A Paris. . . . . . . . . . . . . . . . . . | $0^m,993866$ |
| Au pôle . . . . . . . . . . . . . . . . . . | $0^m,996671$ |

61. **Vérification des lois du pendule.** — On ne peut vérifier les lois du pendule simple qu'au moyen du pendule composé, en ayant soin de construire celui-ci de manière qu'il atteigne, autant que possible, les conditions du premier. Pour cela on suspend,

à l'extrémité d'un fil fin, une petite sphère d'une substance très-dense, par exemple, de plomb ou de platine. Le pendule ainsi formé oscille sensiblement comme le pendule simple dont la longueur serait égale à la distance du centre de la petite sphère au point de suspension.

Pour vérifier la loi de l'isochronisme des petites oscillations, on fait osciller le pendule ainsi construit, et l'on compte le nombre d'oscillations qu'il exécute, en temps égaux, lorsque l'amplitude est successivement de 3, 2 ou 1 degré. On observe ainsi que le nombre d'oscillations est constant, et par suite leur durée.

Pour démontrer la seconde loi, on prend plusieurs pendules B, C, D (fig. 29), construits de la même manière que le précédent, ayant tous des longueurs égales, et terminés par des sphères de même diamètre, mais de substances différentes, par exemple, de plomb, de cuivre, d'ivoire. Or, on observe qu'en négligeant la résistance de l'air, tous ces pendules font, dans le même temps, le même nombre d'oscillations; d'où l'on conclut que la pesanteur agit sur toutes les substances avec la même intensité, ce qu'on a déjà constaté (52).

On vérifie la troisième loi en faisant osciller des pendules dont les longueurs sont respectivement 1, 4, 9,... et l'on trouve que les nombres d'oscillations correspondants sont comme 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$,..., ce qui montre que leur durée est successivement 1, 2, 3,...

La quatrième loi ne peut se vérifier qu'en se déplaçant à la surface de la terre, pour se rapprocher ou s'écarter de l'équateur.

62. **Usages du pendule.** — Le pendule sert à constater, ainsi qu'on vient de le voir dans le paragraphe précédent, que la pesanteur sollicite tous les corps avec la même intensité. Il a servi encore à déterminer l'intensité de la pesanteur sur les différents points de notre globe, la masse des montagnes et la densité de la terre. L'isochronisme de ses oscillations l'a fait appliquer comme régulateur aux horloges. Enfin, récemment, M. Foucault l'a fait servir à la démonstration expérimentale du mouvement de rotation diurne de la terre.

Pour mesurer l'intensité de la pesanteur (57) à l'aide du pendule, on résout l'équation $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (59), par rapport à $g$. En élevant les deux membres au carré, on trouve $t^2=\pi^2\frac{l}{g}$. Multipliant par $g$ et divisant ensuite par $t^2$, il vient $g=\frac{\pi^2 l}{t^2}$. D'où l'on voit que, pour connaître $g$, il faut commencer par mesurer la longueur $l$ d'un pendule composé (60), puis mesurer la durée $t$ de ses oscillations; ce qui s'obtient en cherchant combien il fait d'oscillations dans un nombre de secondes connu, et en divisant ce dernier nombre par le nombre d'oscillations.



C'est en opérant ainsi qu'on a déterminé la valeur de $g$ en différents point du globe, et que Borda et Cassini ont trouvé qu'elle est, à Paris, de $9^m,8088$. Mais en tenant compte de ce que la perte de poids d'un corps dans l'air est plus grande quand le corps est en mouvement que lorsqu'il est en repos, et en faisant subir au mouvement du pendule la correction que cette inégale perte de poids nécessite, M. Bessel, astronome de Kœnigsberg, a trouvé que la vraie valeur de $g$, à Paris, est de $9^m,8096$.

Une fois la valeur de $g$ connue en chaque lieu, on en déduit, par le calcul, la distance au centre de la terre, et, par suite, la forme de celle-ci.

C'est Huyghens qui, le premier, appliqua le pendule comme régulateur aux horloges, en 1657, et le ressort spiral aux montres, en 1665. La figure 30 montre le mécanisme à l'aide duquel le pendule sert à régler la marche des horloges et des pendules d'appartement. Sa tige s'engage dans une fourchette $a$ destinée à transmettre le mouvement à une seconde tige $b$, laquelle oscille autour d'un axe horizontal $o$. A cet axe est fixée une pièce $mn$ qu'on nomme *échappement à ancre*, à cause de sa forme, et qui se termine à ses extrémités par deux palettes alternativement en prise avec les dents d'une roue R, qui est dite la *roue de rencontre*. Cette roue, sollicitée par le moteur qui fait marcher l'horloge, tend à prendre un mouvement de rotation continu dans le sens marqué par la flèche. Or, si le pendule est au repos, la roue est arrêtée par la palette $m$, et avec elle tout le mouvement d'horlogerie. Au contraire, si le pendule oscille et prend la position indiquée en ligne ponctuée, la dent qui buttait contre la palette échappe, et la roue tourne, mais d'une demi-dent seulement, parce que l'arc $mn$ inclinant en sens contraire, la palette $n$ vient à son tour arrêter une dent. Puis, à l'oscillation suivante, cette dent échappe, et c'est la palette $m$ qui arrête alors la dent qui vient après celle qu'elle arrêtait d'abord, et ainsi de suite; en sorte qu'à chaque oscillation double du pendule, la roue de rencontre avance d'une dent. Or les oscillations du pendule étant isochrones, la roue de rencontre et le mécanisme de l'horloge, qui en est solidaire, marchent et s'arrêtent à des intervalles égaux, et, par conséquent, indiquent des divisions égales du temps.

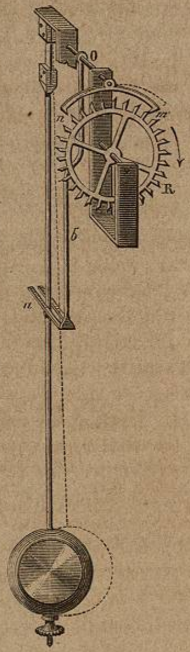

Fig. 30.

63. **Problèmes sur la pesanteur.** — I. Un corps tombant librement dans le vide, quelle sera sa vitesse, à Paris, après 45 secondes de chute?

Cette question se résout à l'aide de la formule $v = gt$ (55), en faisant $g = 9^{m},8088$ 57), et $t = 45^{s}$; ce qui donne

$$v = 9^{m},8088 \times 45 = 441^{m},396.$$

A une autre latitude que celle de Paris, la valeur de $g$ n'étant plus $9^{m},8088$, la vitesse acquise par le corps qui tombe serait plus grande ou plus petite que $441^{m},396$.

II. Pendant combien de temps doit tomber un corps, dans le vide, pour acquérir, à Paris, une vitesse de 600 mètres, qui est celle d'un boulet de canon?

De la formule $v = gt$, on tire $t = \frac{v}{g}$, d'où, remplaçant $g$ et $v$ par leurs valeurs,

$$\text{on a } t = \frac{600}{9,8088} = 61^{s},16.$$

III. Quel est le temps nécessaire à un corps pour tomber, dans le vide, d'une hauteur de 1000 mètres?

$$\text{De la formule } e = \frac{1}{2}gt^2 \text{ (55), on tire } t = \sqrt{\frac{2e}{g}} = \sqrt{\frac{2000}{9,8088}} = 14^{s},28.$$

IV. De quelle hauteur devrait tomber un corps dans le vide, pour acquérir une vitesse de 300 mètres?

$$\text{La formule } v^2 = 2ge \text{ (55) donne } e = \frac{v^2}{2g}, \text{ d'où } e = \frac{90000}{2.9,8088} = 4587^{m},7.$$

V. Sur un plan incliné dont la longueur AB (fig. 25) égale 1000 mètres, et la hauteur BC 5 mètres, quel est l'effort nécessaire pour traîner un poids de 2500 kilogrammes, abstraction faite du frottement?

En représentant par P le poids, et par F la force cherchée, on a vu (53) qu'on a l'égalité $\frac{F}{P} = \frac{BC}{AB}$, d'où $F = \frac{P \times BC}{AB} = \frac{2500 \times 5}{1000} = 12^{k},500$.

VI. Un projectile étant lancé verticalement, de bas en haut, dans le vide, avec une vitesse initiale de $245^{m},22$, on demande après quel temps le mobile s'arrêtera pour retomber, et à quelle hauteur il s'élèvera?

Soient $a$ la vitesse initiale imprimée au mobile et $t$ la durée de l'ascension; la pesanteur, agissant pendant ce temps comme force retardatrice, diminue la vitesse $a$ d'une quantité égale à $g$ en une seconde, et d'une quantité $gt$ au bout de $t$ secondes; on a donc, au moment où le corps s'arrête, $gt = a$, d'où $t = \frac{a}{g} = \frac{245,22}{9,8088} = 25^{s}$.

Pour calculer la hauteur à laquelle s'élève le mobile, observons que pendant son ascension, la pesanteur lui enlevant graduellement la vitesse qu'elle lui communiquerait, en temps égal, s'il tombait, il faut que le corps mette à s'élever à sa plus grande hauteur $e$ précisément le temps qu'il mettrait à en descendre. Donc la hauteur d'ascension peut se calculer par la formule $e = \frac{1}{2}gt^2$ (55), qui donne

$$e = 4,9044 \times 625 = 3065^{m},25.$$



# * CHAPITRE IV

## FORCES MOLÉCULAIRES.

64. **Nature des forces moléculaires.** — Les phénomènes que présentent les corps font voir que leurs molécules sont constamment sollicitées par deux forces contraires, dont l'une tend à les rapprocher et l'autre à les écarter. La première, qui porte le nom d'*attraction moléculaire*, ne varie, pour un même corps, qu'avec la distance; la seconde, due à la chaleur, varie avec l'intensité de cet agent et avec la distance. C'est du rapport mutuel de ces forces et de l'orientation qu'elles impriment aux molécules, que résulte l'état solide, liquide ou gazeux (5).

L'attraction moléculaire ne s'exerce qu'à des distances infiniment petites. Son effet est nul à toute distance sensible, ce qui la distingue de la pesanteur et de la gravitation universelle, qui agissent à toutes les distances. On ignore suivant quelles lois elle s'exerce.

Selon la manière de la considérer, l'attraction moléculaire se désigne sous les noms de *cohésion*, d'*affinité* ou d'*adhésion*.

65. **Cohésion.** — La *cohésion* est la force qui lie entre elles les molécules similaires, c'est-à-dire de même nature, deux molécules d'eau, par exemple, ou deux molécules de fer. Cette force est nulle dans les gaz, faible dans les liquides, et très-grande dans les solides; son intensité décroît lorsque la température s'élève, tandis qu'alors la force répulsive due au calorique augmente. C'est pourquoi, lorsqu'on chauffe les corps solides, ils finissent par se liquéfier et même par passer à l'état de fluide aériforme.

La cohésion varie non-seulement avec la nature des corps, mais encore avec l'arrangement de leurs molécules, comme il arrive dans la cuisson des argiles, dans la trempe de l'acier. C'est aux modifications qu'éprouve la cohésion qu'il faut rapporter plusieurs propriétés des corps, telles que la ténacité, la ductilité, la dureté.

Dans les liquides pris en grande masse, la pesanteur l'emporte sur la cohésion. C'est ce qui fait que les liquides, obéissant sans cesse à la première force, n'affectent aucune forme particulière et prennent toujours celle des vases qui les contiennent. Mais, sous une petite masse, c'est la cohésion qui l'emporte, et les liquides affectent alors la forme sphéroïdale. C'est ce qui a lieu pour les gouttes de rosée suspendues aux feuilles des plantes; le même phénomène s'observe lorsqu'on répand, sur une surface plane horizontale, un liquide qui ne la mouille pas, comme du mercure sur du bois. L'expérience peut même se faire avec de l'eau, si d'avance on a projeté sur la surface une poussière légère, du noir de fumée, par exemple.

66. **Affinité.** — L'*affinité* est l'attraction qui s'exerce entre des substances hétérogènes : dans l'eau, par exemple, qui est formée de deux atomes d'hydrogène pour un d'oxygène, c'est l'affinité qui unit ces deux corps; mais c'est la cohésion qui lie deux molécules d'eau. C'est-à-dire que dans les corps composés, la cohésion et l'affinité agissent simultanément, tandis que dans les corps simples il n'y a lieu de considérer que la cohésion.

C'est à l'affinité qu'il faut rapporter tous les phénomènes de combinaison et de décomposition chimiques.

Toute cause qui tend à affaiblir la cohésion augmente l'affinité. Cette dernière force est, en effet, favorisée par l'état de division; elle l'est aussi par l'état liquide