cises, les cylindres ne pouvant être tous d'une argile identique, leur retrait n'est pas le même, et leurs indications ne sont pas comparables.

271. **Pyromètre de Brongniart.** — Brongniart avait fait construire, pour les fours de la fabrique de Sèvres, un pyromètre qui a du rapport avec l'appareil représenté dans la figure 188. Il consiste en une barre d'acier ou d'argent placée dans une rainure pratiquée sur une plaque de porcelaine. D'un bout, la barre bute contre l'extrémité de la rainure; de l'autre, elle est en contact avec une tige de porcelaine, qui sort à l'extérieur du four où est placé l'appareil. Enfin, cette dernière tige s'appuie sur le petit bras d'un levier coudé dont la grande branche se meut sur un arc de cercle gradué; à mesure que la barre métallique placée dans le four s'allonge par l'élévation de température, elle pousse la tige de porcelaine, et celle-ci fait marcher le levier coudé. Ce pyromètre, qui était abandonné à Sèvres, même du vivant de son auteur, ne peut servir à déterminer avec précision les températures; cependant il est plus exact que celui de Wedgwood.

* 272. **Thermométrographe.** — Les thermomètres à maxima et à minima ne font connaître, à chaque observation, que les températures extrêmes, sans laisser de trace des températures intermédiaires. Le thermomètre à hélice de Bréguet (fig. 201) a été modifié par M. Bréguet neveu, de manière à indiquer les températures d'heure en heure. Pour cela, l'aiguille porte un petit stylet rempli d'encre, et au-dessous est une plaque mobile sur laquelle sont tracés 24 arcs égaux et équidistants, portant la même graduation centigrade que le cadran du thermomètre. A chaque heure, un mouvement d'horlogerie fait avancer la plaque d'une quantité égale à l'intervalle de deux arcs, et, en même temps, frappe un petit coup sur le stylet de l'aiguille, qui marque un point noir sur l'arc. Le numéro de l'arc indique l'heure, et la position du point noir donne la température correspondante.

CHAPITRE II.

DILATATION DES SOLIDES.

273. **Dilatation linéaire et dilatation cubique, coefficients de dilatation.** — On a déjà vu (251) qu'on distingue, dans les corps solides, deux sortes de dilatations : la *dilatation linéaire*, c'est-à-dire suivant une seule dimension, et la *dilatation cubique*, c'est-à-dire en volume.

On nomme *coefficient de dilatation linéaire*, l'allongement que prend l'unité de longueur d'un corps, lorsque sa température s'élève de zéro à 1 degré, et *coefficient de dilatation cubique*, l'accroissement que prend, dans le même cas, l'unité de volume.

Ces coefficients varient d'un corps à l'autre; mais, pour un même corps, il existe entre eux cette relation simple, que le *coefficient de dilatation cubique est triple du coefficient de dilatation linéaire.* On peut donc, en multipliant ou en divisant par 3, trouver l'un de ces coefficients lorsque l'autre est connu.

Pour démontrer que le coefficient de dilatation cubique est triple du coefficient de dilatation linéaire, soit un cube dont le côté égale 1 à zéro. Si l'on représente par k l'allongement que prend ce côté en passant de zéro à 1 degré, sa longueur à 1 degré sera $1 + k$, et le volume du cube, qui était 1 à zéro, sera actuellement $(1 + k)^3$, c'est-à-dire $1 + 3k + 3k^2 + k^3$. Or, l'allongement k étant toujours une fraction très-petite (page 250, tableau), son carré k^2 et son cube k^3 sont des fractions assez petites pour ne pas influer sur la dernière décimale des nombres qui représentent les coefficients de dilatation cubique. On peut donc négliger les termes en k^2 et en k^3, et le volume à 1 degré devient très-approximativement $1 + 3k$. L'accroissement de l'unité de volume est donc $3k$, c'est-à-dire triple du coefficient de dilatation linéaire.

On démontrerait de même que le coefficient de dilatation superficielle est double du coefficient de dilatation linéaire.

274. **Mesure des coefficients de dilatation linéaire, méthode de Lavoisier et Laplace.** — De nombreux expérimentateurs se sont occupés de mesurer les coefficients de dilatation linéaire, et ont imaginé divers appareils à cet usage. Nous décrirons d'abord celui dont se servirent Lavoisier et Laplace en 1782.

L'appareil de ces deux physiciens, représenté en perspective dans la figure 205 et en coupe dans la figure 206, se compose d'une cuve de cuivre placée sur un fourneau entre quatre bâtis de pierre. Entre les deux bâtis qui occupent la droite du dessin est un axe horizontal traversé par une règle de verre v, et à l'extrémité du même axe est fixé un bras m tournant avec lui, et destiné à diriger une lunette L mobile sur deux tourillons. Aux deux autres bâtis sont fixées des traverses de fer qui maintiennent fixe une seconde règle de verre r. Enfin, dans la cuve est un bain d'eau ou d'huile, dans lequel on place la barre ac dont on cherche le coefficient de dilatation.

Cette barre est en contact d'un bout avec la règle de verre r, de l'autre avec la règle v; d'où il résulte qu'elle ne peut s'allonger que dans le sens ac, puisque la règle r est invariablement liée au bâti. De plus, pour qu'elle ne soit pas gênée dans sa dilatation, la barre repose sur deux rouleaux de verre. Enfin, dans la lunette est un fil micrométrique horizontal qui, lorsqu'elle tourne d'un certain angle, parcourt un nombre de divisions correspondant sur une échelle verticale AB placée à 200 mètres de distance.

Cela posé, on mettait d'abord de la glace dans la cuve, et la barre étant à la température de zéro, on observait à quelle division cor-

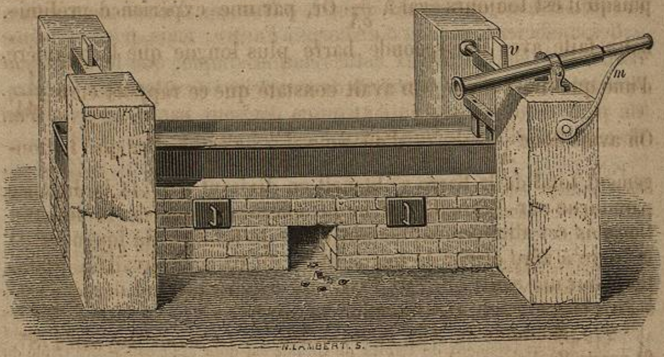

Fig. 205.

respondait le fil de la lunette sur l'échelle AB ; puis on retirait la glace et l'on remplissait la cuve d'eau ou d'huile, ce dernier liquide pouvant être porté à une température plus élevée, et on chauffait. La barre se dilatait alors, et lorsque la température était devenue stationnaire, d'un côté on notait la température du bain à l'aide de thermomètres qui y étaient plongés, et de l'autre à quelle division de l'échelle correspondait le fil micrométrique de la lunette.

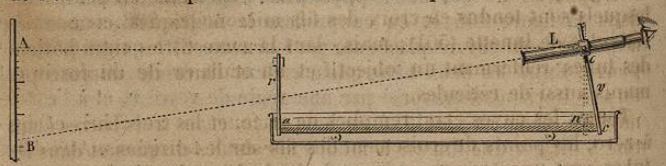

Fig. 206.

De ces données on déduit ensuite l'allongement de la barre. En effet, celle-ci s'étant allongée d'une quantité nc, la règle v est repoussée, et entraînant avec elle le bras m et la lunette, l'axe optique de celle-ci est incliné dans la direction oB. Or, les deux triangles onc et oAB sont semblables comme ayant les côtés perpendiculaires chacun à chacun, ce qui donne $\frac{nc}{\mathrm{AB}} = \frac{on}{o\mathrm{A}}$. De même, si l'on repré-

sente par nc' un autre allongement, et par AB′ la déviation correspondante, on a $\frac{nc'}{\mathrm{AB}'} = \frac{on}{o\mathrm{A}}$. D'où l'on voit que le rapport de l'allongement de la barre à la déviation de la lunette est constant, puisqu'il est toujours égal à $\frac{on}{o\mathrm{A}}$. Or, par une expérience préliminaire faite avec une seconde barre plus longue que la première d'une quantité connue, on avait constaté que ce rapport était $\frac{1}{744}$. On avait donc $\frac{nc}{\mathrm{AB}} = \frac{1}{744}$, d'où $nc = \frac{\mathrm{AB}}{744}$; c'est-à-dire que l'allongement total de la barre s'obtenait en divisant par 744 la distance parcourue sur l'échelle par le fil micrométrique de la lunette. Une fois cet allongement connu, en le divisant par la longueur de la barre à zéro et par la température du bain, on avait la dilatation pour une seule unité de longueur et pour un seul degré, c'est-à-dire le coefficient de dilatation linéaire.

* 275. **Méthode de Roy et Ramsden.** — Le major Roy, en 1787, fit usage de l'appareil représenté dans la figure 207, pour mesurer les coefficients de dilatation linéaire. Cet appareil, construit par Ramsden, se compose de trois cuves métalliques parallèles, de deux mètres de longueur environ. Dans celle du milieu est, en forme de barre prismatique, le corps dont on cherche le coefficient de dilatation ; dans les deux autres sont des barres de fonte exactement de même longueur que la première. Ces trois barres sont munies à leurs extrémités de tiges verticales. Dans les cuves A et B, ces tiges portent de petits disques percés de trous circulaires sur lesquels sont tendus en croix des fils micrométriques, comme des réticules de lunette (501) ; mais, dans la cuve C, les tiges portent des tubes renfermant un objectif et un oculaire de microscope, munis aussi de réticules.

Toutes les cuves étant remplies de glace, et les trois barres étant à zéro, les points de croisement des fils sur les disques et dans les tubes sont exactement en ligne droite à chaque extrémité. On retire alors la glace de la cuve centrale seule, et l'on y verse de l'eau qu'on porte à 100 degrés, au moyen de lampes à alcool placées au-dessous de la cuve. La barre qui y est contenue se dilate alors ; mais comme on a soin de la mettre en contact avec le bout d'une vis a fixée à la paroi, tout l'allongement se produit dans le sens nm, et le réticule n restant en ligne, le réticule m seul est dévié vers B d'une quantité précisément égale à l'allongement. Or, la vis a est liée à la barre, et, en la tournant lentement de droite à gauche, on ramène la barre dans le sens mn, et le réticule m finit par se retrouver en ligne. A cet instant, la vis a marché d'une longueur précisément égale à l'allongement de la barre, et comme la longueur dont on a avancé la vis se déduit avec une grande précision du nombre de tours qu'elle a faits et de son *pas*, on a ainsi la dilatation totale de la barre, d'où l'on déduit ensuite son coefficient

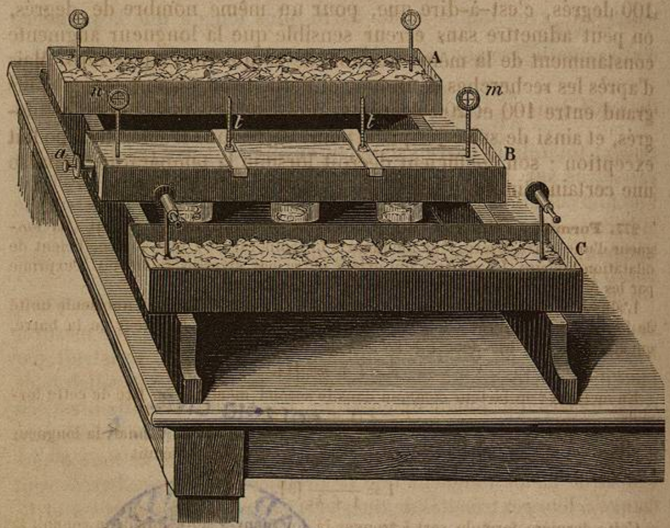

Fig. 207.

de dilatation en divisant par la température du bain et par la longueur de la barre à zéro.

Coefficients de dilatation linéaire, entre zéro et 100 degrés, des corps les plus employés dans les arts.

Verre blanc.	0,000008613	Cuivre rouge.	0,000017182
Platine.	0,000008842	Bronze.	0,000018167
Acier non trempé.	0,000010788	Cuivre jaune (laiton). .	0,000018782
Fonte.	0,000011250	Argent de coupelle. . . .	0,000019097
Fer doux forgé.	0,000012204	Étain.	0,000021730
Acier trempé.	0,000012395	Plomb.	0,000028575
Or de départ.	0,000014660	Zinc.	0,000029417

Quant à la détermination des coefficients de dilatation cubique, d'après la relation qu'on a vue exister entre eux et les coefficients de dilatation linéaire (273), ils se déduisent immédiatement des

nombres ci-dessus en les multipliant par 3. Cependant, en traitant ci-après du *thermomètre à poids*, nous ferons connaître une méthode suivie par Dulong et Petit, pour déterminer directement les coefficients de dilatation cubique.

276. **Les coefficients de dilatation augmentent avec la température.** — L'expérience montre que les coefficients de dilatation linéaire des métaux sont sensiblement constants entre zéro et 100 degrés, c'est-à-dire que, pour un même nombre de degrés, on peut admettre sans erreur sensible que la longueur augmente constamment de la même fraction de ce qu'elle était à zéro. Mais d'après les recherches de Dulong et Petit, le coefficient devient plus grand entre 100 et 200 degrés, et croît encore entre 200 et 300 degrés, et ainsi de suite jusqu'au point de fusion. L'acier trempé fait exception : son coefficient décroît lorsque la température dépasse une certaine limite.

277. **Formules relatives aux dilatations des solides.** — Soient l la longueur d'une barre à zéro, l' sa longueur à la température t, et k son coefficient de dilatation linéaire. La relation qui existe entre ces diverses quantités s'exprime par les formules suivantes.

L'allongement correspondant à t degrés est t fois k ou kt, pour une seule unité de longueur; d'où il est l fois kt, ou ktl pour l unités. La longueur de la barre, qui était l à zéro, est donc $l + ktl$ à t degrés; d'où

$$l' = l + ktl \quad [1].$$

En mettant l en facteur commun dans le second membre, on tire de cette formule

$$l' = l\,(1 + kt) \quad [2].$$

La formule [2] sert à trouver la longueur l' à $t°$, lorsqu'on connaît la longueur l à zéro. En divisant les deux membres par $(1 + kt)$, on en déduit

$$l = \frac{l'}{1 + kt} \quad [3].$$

Cette dernière formule sert à trouver la longueur à zéro, lorsqu'on connaît la longueur l' à t.

Enfin, si dans l'égalité [1] on transpose l dans le premier membre, et si l'on divise des deux côtés par tl, on trouve

$$k = \frac{l' - l}{tl} \quad [4],$$

équation qui sert à calculer le coefficient de dilatation k.

Si, au lieu de considérer les dilatations linéaires, on considère les dilatations cubiques, on trouve des formules analogues à celles qui précèdent. Pour cela, soient V le volume d'un corps à zéro, V′ son volume à t degrés, et D son coefficient de dilatation cubique, lequel, comme on sait (273), est triple de k; on trouve, par le même raisonnement que ci-dessus,

$$V' = V\,(1 + Dt) \;[5], \text{ et } V = \frac{V'}{1 + Dt} \;[6],$$

formules qui servent à passer du volume à zéro au volume à t degrés, et réciproquement. On peut aussi les écrire sous la forme

$$V' = V(1 + 3kt), \text{ et } V = \frac{V'}{1 + 3kt},$$

en remplaçant D par 3 k (273).

Les binômes $1 + kt$ et $1 + Dt$ se désignent sous les noms, l'un de *binôme de dilatation linéaire*, et l'autre de *binôme de dilatation cubique*. Les formules [2] et [5] font voir que les longueurs et les volumes à t degrés sont directement proportionnels aux binômes de dilatation.

278. **Problèmes sur les dilatations.** — I. Une barre de fer a $2^m,6$ de long à zéro, quelle sera sa longueur à 80 degrés, le coefficient de dilatation du fer étant 0,0000122 ?

Ce problème se résout par la formule [2] ci-dessus, en y faisant

$$l = 2^m,6,\ t = 80,\ k = 0,0000122.$$

Ce qui donne

$$l' = 2^m,6\,(1 + 0,0000122 \times 80) = 2^m,6 \times 1,000976 = 2^m,6025.$$

C'est-à-dire que la longueur cherchée est $2^m,6025$; ce qui fait 2 millimètres et demi d'allongement.

II. A 90 degrés, une barre de cuivre a $3^m,4$ de long, quelle sera sa longueur à zéro, le coefficient de dilatation du cuivre étant 0,0000172 ?

Il faut ici faire usage de la formule [3] du paragraphe précédent, en y faisant $l' = 3^m,4$, $t = 90$, $k = 0,0000172$; d'où l'on déduit

$$l = \frac{3,4}{1 + 0,0000172 \times 90} = \frac{3,4}{1,001548} = 3^m,395.$$

III. Une barre métallique a une longueur l' à t degrés, quelle sera sa longueur L à t' degrés ?

Ce problème se résout en cherchant la longueur de la barre à zéro, laquelle est $\frac{l'}{1 + kt}$, d'après la formule [3] ; puis de la longueur à zéro on passe à la longueur à t' au moyen de la formule [2], c'est-à-dire en multipliant par $1 + kt'$, ce qui donne enfin pour la longueur cherchée

$$L = \frac{l'\,(1 + kt')}{1 + kt}.$$

IV. A la température de t degrés, on mesure une longueur donnée avec une règle métallique divisée en millimètres, et l'on trouve que cette longueur contient n divisions de la règle. Celle-ci ayant été divisée à la température de zéro, on demande la correction à faire pour tenir compte de sa dilatation de zéro à t degrés.

Pour cela, remarquons que c'est seulement à zéro que les divisions de la règle valent 1 millimètre ; à t degrés, chacune d'elles vaut $1 + kt$, k étant le coefficient de dilatation de la règle. Donc les n divisions obtenues représentent, non pas n millimètres, mais $n\,(1 + kt)$. Tel est donc le nombre réel de millimètres correspondant à la longueur qu'on a mesurée.

V. La densité d'un corps étant d à zéro, calculer sa densité d' à t degrés.

Si l'on représente par 1 le volume du corps à zéro, et par D son coefficient de dilatation cubique, le volume à t sera $1 + Dt$; et comme la densité d'un corps est évidemment en raison inverse du volume que prend le corps en se dilatant, on a la proportion inverse

$$\frac{d'}{d} = \frac{1}{1 + Dt}, \quad \text{d'où} \quad d' = \frac{d}{1 + Dt}.$$

D'où l'on conclut que, lorsqu'un corps s'échauffe de zéro à t degrés, sa densité et par suite son poids, à volume égal, varient en raison inverse du binôme de diatation $1 + Dt$.

VI. Le volume d'un ballon de verre est V' à t degrés ; quel sera son volume V à zéro ?

Pour résoudre cette question, on admet qu'un ballon de verre se dilate, pour une variation de température déterminée, de la même quantité que se dilaterait une masse de verre pleine et de même volume. Si l'on représente alors par δ le coefficient de dilatation cubique du verre, et par V le volume du ballon à zéro, on aura, d'après la formule [5] (277),

$$V' = V + \delta V t = V\,(1 + \delta t),$$

$$\text{d'où} \quad V = \frac{V'}{1 + \delta t}.$$

279. **Applications de la dilatation des solides.** — La dilatation des solides offre de nombreuses applications dans les arts. Les grilles des fourneaux, par exemple, ne doivent pas être encastrées trop juste à leurs extrémités, mais libres au moins à l'une, sinon elles arrachent les pierres du foyer en se dilatant. Sur les chemins de fer, si les rails se touchaient, la force de dilatation les courberait de distance en distance, ou briserait leurs coussinets. Lorsqu'on chauffe ou refroidit trop brusquement un vase de verre, il éclate ; cela est dû à ce que, le verre étant mauvais conducteur du calorique, les parois s'échauffent inégalement, et, par suite, se dilatent de même, ce qui amène la rupture.

280. **Pendule compensateur.** — L'inégale dilatation des divers métaux a reçu une importante application dans le *pendule compensateur*. On nomme ainsi un pendule dans lequel l'allongement de la tige, lorsque la température s'élève, est compensé de manière que la distance entre le centre de suspension et le centre d'oscillation demeure constante (60) ; ce qui est nécessaire, d'après les lois du pendule (59, 3°), pour que l'isochronisme persiste et pour que le pendule puisse servir de régulateur aux horloges (62). De nombreux systèmes ont été proposés pour compenser les pendules. Celui que représente la figure 208, dû à Leroy, est généralement adopté.

Dans ce système, la lentille L, au lieu d'être soutenue par une seule tige, l'est par une suite de châssis dont les verges verticales sont alternativement d'acier et de laiton. Dans le dessin ci-après, les tiges d'acier sont représentées plus colorées : elles sont au nombre de six, y compris une lame d'acier b, qui porte tout le pendule et se courbe à chaque oscillation ; les autres, au nombre de quatre, sont de cuivre jaune. La tige i, qui porte la lentille L, est fixée, à sa partie supérieure, à une traverse horizontale ; mais, à sa partie inférieure, elle est libre, passant dans deux trous cylindriques pratiqués dans les traverses horizontales inférieures.

De la manière dont les tiges verticales sont liées entre elles par des traverses horizontales, il est facile de voir que l'allongement des tiges d'acier ne peut s'effectuer que de haut en bas, et, au contraire, celui des tiges de cuivre, de bas en haut. Par conséquent, pour que la longueur du pendule reste constante, il suffit que l'allongement des tiges de cuivre relève constamment la lentille juste de la même quantité dont l'allongement des tiges d'acier tend à l'abaisser; résultat qu'on obtient *en donnant aux tiges d'acier et de cuivre des longueurs qui soient en raison inverse des coefficients de dilatation de ces métaux.*

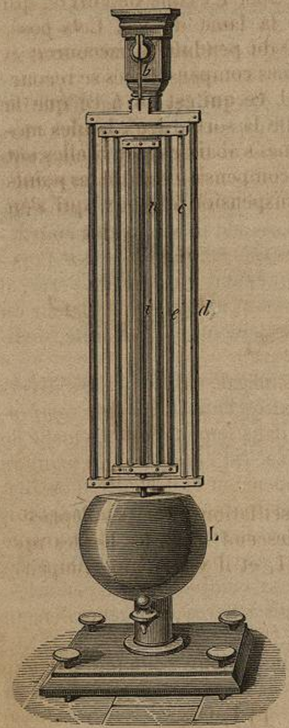

Fig. 208.

En effet, soient a, a', a'', a''', les longueurs respectives des tiges d'acier b, d, e, i, les seules qu'il soit nécessaire évidemment de considérer; soient de même c, c', celles des tiges de cuivre c, n; et L la longueur du pendule, c'est-à-dire la distance du point de suspension au centre d'oscillation (60); on a

$$L = (a + a' + a'' + a''') - (c + c') \quad [1].$$

Or, si l'on représente par K et K′ les coefficients de dilatation de l'acier et du cuivre jaune, les allongements des deux métaux à t degrés seront respectivement $(a + a' + a'' + a''')Kt$ et $(c + c')K't$. Pour que la longueur L soit constante, il faudra donc qu'on ait

$$(a + a' + a'' + a''')\,Kt = (c + c')\,K't,$$

d'où $$\frac{a + a' + a'' + a'''}{c + c'} = \frac{K'}{K} \quad [2].$$

Ce résultat étant indépendant de t, on voit que la compensation aura lieu à toutes les températures.

Actuellement si l'on veut calculer les longueurs respectives de chaque système de tiges d'acier et de cuivre jaune pour qu'il y ait compensation, il n'y a qu'à porter dans l'égalité [2] la valeur de $(a + a' + a'' + a''')$ tirée de l'égalité [1]; il vient

$$(L + c + c')\,K = (c + c'K'),$$

d'où l'on tire $$c + c' = \frac{L}{\frac{K'}{K} - 1}.$$

Or, pour le cuivre jaune et l'acier, le rapport $\frac{K'}{K}$ égale sensiblement $\frac{7}{4}$, ce qui donne

$$c + c' = \frac{4}{3}L, \text{ et } a + a' + a'' + a''' = \frac{7}{3}L.$$

Les pendules des horloges étant ordinairement astreints à battre la seconde, on a, à Paris (60),

$$L = 9^m,993866\text{; d'où } c + c' = 1^m,325155, \text{ et } a + a' + a'' + a''' = 2^m,319021.$$

En employant un nombre de tiges d'acier et de cuivre moindre que ci-dessus, le calcul fait voir que la compensation serait impossible.

On arrive encore à compenser l'allongement de la tige des pendules au moyen de *lames compensatrices.* On nomme ainsi deux lames de cuivre et de fer soudées ensemble et fixées à la tige du pendule, comme le montre la figure 209. La lame de cuivre, qui est plus dilatable, est au-dessous de la lame de fer. Cela posé, lorsque la température baisse, la tige du pendule se raccourcit et la lentille se relève; mais alors les lames compensatrices se recourbent, comme le montre la figure 210, ce qui est dû à ce que le cuivre se contracte plus que le fer. De la sorte, deux boules métalliques placées à l'extrémité des lames s'abaissent, et si elles ont une masse convenable, il s'établit une compensation entre les points qui se rapprochent du centre de suspension et ceux qui s'en

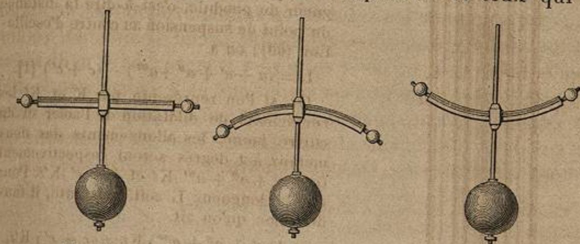
Fig. 209. Fig. 210. Fig. 211.

écartent, ce qui fait que le centre d'oscillation n'est pas déplacé. Si la température s'élève, la lentille descend, mais les boules remontent, comme l'indique la figure 211, et il y a encore compensation.

CHAPITRE III.

DILATATION DES LIQUIDES.

281. **Dilatation apparente et dilatation absolue.** — Dans les liquides, il n'y a lieu de considérer que des dilatations cubiques, qu'on divise en *dilatation absolue* et en *dilatation apparente.* La *dilatation apparente* est l'accroissement de volume que prend un liquide renfermé dans une enveloppe qui se dilate moins que lui. Telle est, dans les thermomètres, la dilatation du mercure et de l'alcool. La *dilatation absolue* est l'augmentation réelle que prend

le volume d'un liquide, abstraction faite de toute dilatation de l'enveloppe.

La dilatation apparente est plus petite que la dilatation absolue de toute celle de l'enveloppe. On rend sensible l'influence de la dilatation de l'enveloppe en plongeant dans l'eau bouillante un thermomètre à gros réservoir, rempli d'alcool coloré jusqu'à la moitié de sa tige, comme celui qui est représenté dans la figure 190 (page 229). Au moment où le réservoir entre dans l'eau chaude, l'alcool baisse dans le tube, ce qui provient évidemment de la dilatation des parois de l'enveloppe ; mais, si le réservoir continue à plonger, l'alcool s'échauffe et monte dans le tube d'une quantité égale à sa dilatation absolue, diminuée de celle de l'enveloppe.

De même que pour les solides, on nomme *coefficient de dilatation* d'un liquide, l'accroissement que prend l'unité de volume lorsque la température s'élève de zéro à 1 degré ; mais on distingue alors le *coefficient de dilatation apparente* et le *coefficient de dilatation absolue*. Plusieurs procédés ont été employés pour déterminer ces deux coefficients de dilatation. Nous ne donnerons que ceux dont ont fait usage Dulong et Petit.

282. **Coefficient de dilatation absolue du mercure.** — Pour déterminer le coefficient de dilatation absolue du mercure, il fallait éviter l'influence de la dilatation de l'enveloppe ; c'est à quoi sont arrivés Dulong et Petit en s'appuyant sur ce principe d'hydrostatique que, dans deux vases communiquants, les hauteurs de deux liquides qui se font équilibre sont en raison inverse de leurs densités (89), principe qui est indépendant du diamètre des vases, et, par conséquent, de leur dilatation.

L'appareil des deux physiciens se composait de deux tubes de verre A et B (fig. 212) réunis par un tube capillaire, et maintenus verticalement sur un support de fer KM, auquel on donnait une direction horizontale à l'aide de vis calantes et de deux niveaux à bulle d'air m et n. Les deux tubes étaient enveloppés chacun d'un manchon métallique dont le plus petit, D, était rempli de glace pilée, et l'autre, E, d'huile qu'on chauffait graduellement au moyen d'un petit fourneau que la figure ci-contre représente ouvert pour laisser voir le manchon. Enfin, les deux tubes A et B étaient remplis de mercure qui se mettait de niveau quand les tubes étaient à la même température, mais qui s'élevait dans le tube B à mesure qu'on chauffait.

Cela posé, soient, à la température de zéro, dans le tube A, h la hauteur du mercure au-dessus de l'axe du tube horizontal, et d sa densité ; et soient h' et d' les mêmes quantités pour le tube B à la température t. D'après le principe d'hydrostatique rappelé ci-dessus, on a $h'd' = hd$. Or, $d' = \frac{d}{1 + Dt}$ (278, prob. V), D étant le coefficient de dilatation absolue du mercure ; remplaçant d' par sa valeur dans l'égalité ci-dessus, on trouve $\frac{h'd}{1 + Dt} = hd$, d'où l'on déduit $D = \frac{h' - h}{ht}$.

Cette dernière formule fait trouver le coefficient de dilatation absolue du mercure, lorsqu'on a mesuré les hauteurs h et h' de ce liquide dans les deux tubes, ainsi que la température t du bain où plonge le tube B. Dans l'expérience de

Dulong et Petit, cette température était mesurée par un thermomètre à poids P (284) dont le mercure se déversait dans une capsule C, et par un thermomètre à air T. Celui-ci consiste en un long réservoir T rempli d'air sec, et terminé par un long tube capillaire qui va plonger dans une cuvette pleine de mercure. A mesure que la température du bain d'huile s'élève, l'air se dilate dans ce thermomètre et s'échappe par le long tube. Puis, quand on cesse de chauffer, l'air se contractant, le mercure de la cuvette est refoulé dans le réservoir, et si l'on refroidit celui-ci jusqu'à zéro dans de la glace, le poids du mercure qui y pénètre fait connaître le volume d'air sorti, et, par suite, la température à laquelle a été porté le thermomètre. Quant aux hauteurs h et h', elles se mesuraient au moyen d'un cathétomètre.

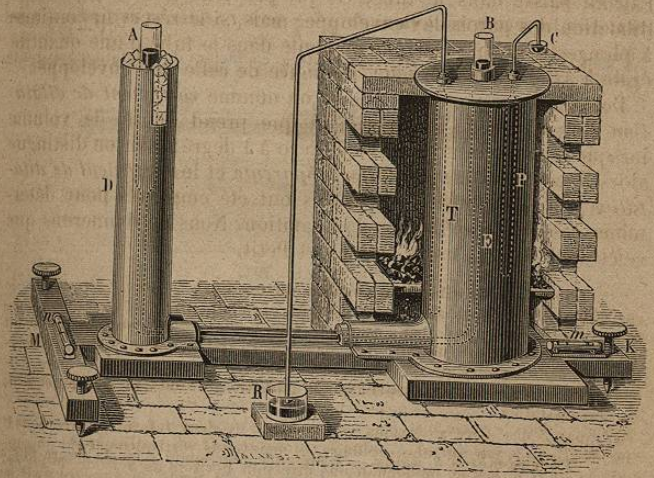

Fig. 212.

Par ce procédé, Dulong et Petit ont trouvé que le coefficient de dilatation absolue du mercure entre zéro et 100 degrés est $\frac{1}{5550}$. Mais ils ont observé que ce coefficient croît avec la température. Entre 100 et 200 degrés, le coefficient moyen est $\frac{1}{5425}$; entre 200 et 300 degrés, il égale $\frac{1}{5300}$. Le même phénomène se remarque pour les autres liquides ; ce qui fait voir que ces corps ne se dilatent pas régulièrement. On a constaté que leur dilatation est d'autant plus irrégulière, qu'ils sont plus près de leur température de congélation ou d'ébullition. Quant au mercure, Dulong et Petit ont constaté que de — 36 à 100 degrés, sa dilatation est très-sensiblement régulière.

283. **Coefficient de dilatation apparente du mercure.** — Le coefficient de dilatation apparente d'un liquide varie avec la nature de l'enveloppe. Celui du mercure, dans le verre, a été déterminé par Dulong et Petit, au moyen de l'appareil représenté dans la figure 213. Il se compose d'un réservoir cylindrique de verre auquel est soudé un tube capillaire recourbé à angle droit et ouvert à son extrémité.

Pour faire l'expérience, on pèse l'instrument vide, puis rempli de mercure à zéro; la différence des deux pesées donne le poids P du mercure contenu dans l'appareil. Le portant ensuite à une température connue t, le mercure se dilate, et il en sort une certaine quantité qu'on recueille dans une petite capsule et qu'on pèse. Si l'on représente par p le poids du mercure qui est sorti, celui du mercure resté dans l'appareil l'est par $P - p$.

Cela posé, lorsque l'instrument revient à zéro, le mercure se refroidissant, il se produit dans le réservoir un vide qui représente la contraction du poids de mercure $P - p$ de t à zéro, ou, ce qui est évidemment la même chose, la dilatation de ce même poids de zéro à t; c'est-à-dire que le poids p représente la dilatation pour t degrés du poids $P - p$. Or, si le poids $P - p$, pris à zéro, se dilate, dans le verre, d'une quantité p jusqu'à t degrés, une seule unité de poids se dilate, dans les mêmes conditions, de $\frac{p}{P-p}$ pour t degrés, et de $\frac{p}{(P-p)t}$ pour un seul degré; donc $\frac{p}{(P-p)t}$ représente le coefficient de dilatation apparente

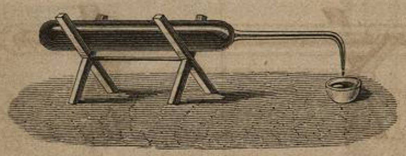

Fig. 213 $(1 = 20)$.

du mercure dans le verre. Donc, en représentant par D′ ce coefficient, on a

$$D' = \frac{p}{(P-p)t}.$$

Dulong et Petit ont ainsi trouvé que le coefficient de dilatation apparente du mercure, dans le verre, est $\frac{1}{6480}$.

284. **Thermomètre à poids.** — L'appareil représenté dans la figure 213 a reçu le nom de *thermomètre à poids*, parce que du poids du mercure sorti on peut déduire la température à laquelle l'instrument a été porté. En effet, l'expérience ci-dessus ayant conduit à la formule $\frac{p}{(P-p)t} = \frac{1}{6480}$, on trouve, en faisant disparaître les dénominateurs,

$$p \times 6480 = (P-p)t, \quad \text{d'où} \quad t = \frac{p \times 6480}{(P-p)},$$

formule d'où l'on déduit t, lorsque P et p sont connus.

285. **Coefficient de dilatation du verre.** — La dilatation absolue d'un liquide étant égale à sa dilatation apparente, augmentée de la dilatation de l'enveloppe, on a obtenu le coefficient de dilatation cubique du verre en prenant la différence entre le coefficient de la dilatation absolue du mercure et celui de sa dilatation apparente, c'est-à-dire que le coefficient de dilatation cubique du verre égale

$$\frac{1}{5550} - \frac{1}{6480} = \frac{1}{38700} = 0{,}00002584.$$

M. Regnault a constaté que le coefficient de dilatation varie avec les différentes espèces de verres, et, en outre, suivant la forme des enveloppes. Pour le verre ordinaire des tubes de chimie, ce savant a trouvé que le coefficient est 0,0000254.

286. **Coefficients de dilatation des divers liquides.** — Le coefficient de dilatation apparente de tous les liquides peut se déterminer par le procédé du thermomètre à poids (283). Si l'on veut ensuite déterminer le coefficient de dilatation absolue, on augmente le coefficient de dilatation apparente du coefficient du verre, ce qui découle de la relation qui existe entre les trois coefficients (285).

Dilatations apparentes de quelques liquides, de zéro à 100 degrés, d'après Dalton.

Mercure	0,01543	Essence de térébenthine. . . .	0,07.
Eau distillée.	0,0466.	Ether sulfurique.	0,07.
Eau saturée de sel marin. .	0,05...	Huiles fixes	0,08.
Acide sulfurique.	0,06...	Alcool	0,116
Acide chlorhydrique.	0,06...	Acide azotique.	0,11.

Ces nombres représentant la dilatation totale de zéro à 100 degrés, il faudrait les

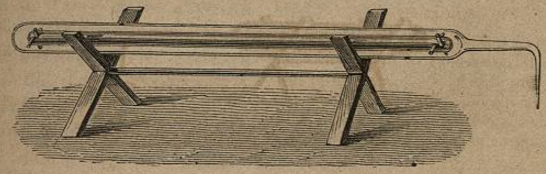

Fig. 214.

diviser par 100 pour obtenir la dilatation pour un seul degré, ou le coefficient de dilatation; mais les résultats ainsi obtenus ne représenteraient pas le coefficient de dilatation moyen des liquides, parce que, ces corps se dilatant très-irrégulièrement, leur coefficient va toujours croissant à partir de zéro; il y a exception pour le mercure, dont la dilatation, comme on l'a vu ci-dessus, est régulière de —36 à 100 degrés.

*287. **Application du thermomètre à poids à la mesure des dilatations cubiques.** — Dulong et Petit ont appliqué la méthode du thermomètre à poids à la recherche des coefficients de dilatation cubique. Pour cela, ils prenaient un tube de verre un peu gros et y introduisaient, en forme de prisme allongé, la substance dont ils cherchaient le coefficient de dilatation, après en avoir déterminé le poids et la densité, et par suite le volume. Puis ils étiraient l'extrémité du tube à la lampe et la recourbaient de manière à lui donner la forme d'un thermomètre à poids (fig. 214). Ils remplissaient ensuite de mercure l'espace resté vide dans le tube, et déterminaient le poids P de ce liquide qui y était contenu à zéro.

Cela posé, expérimentant absolument comme avec le thermomètre à poids, on portait l'appareil à une température connue t; le mercure et le corps contenus dans le tube se dilatant alors plus que le verre, il sortait un poids p de mercure qu'on pesait, et il ne restait plus qu'à exprimer, par une équation facile à trouver, que le volume du mercure sorti égalait la dilatation du corps, plus celle du mercure, moins celle du verre. Or, comme les dilatations du mercure et du verre étaient connues, on en déduisait celle du corps contenu dans le tube.

288. **Correction de la hauteur barométrique.** — On a déjà indiqué, à l'article *Baromètre* (146), que, pour que les indications de cet instrument soient comparables entre elles, en différents lieux et à différentes saisons, il importe de ramener toujours la colonne de mercure à une température constante, qui est celle de la glace fondante. Cette correction se fait par le calcul suivant.

La hauteur du baromètre étant H à t degrés, soit h sa hauteur à zéro. Si l'on représente par d la densité du mercure à zéro, et par d' sa densité à t degrés, on sait (140) que les hauteurs H et h sont en raison inverse des densités d et d', c'est-à-dire qu'on a $\frac{h}{H}=\frac{d'}{d}$ [1]. Mais si l'on représente par 1 le volume du mercure à zéro, son volume à t degrés le sera par $1+Dt$, D étant le coefficient de dilatation absolue du mercure. Or, on a vu (278, prob. v) que le rapport des volumes 1 et $1+Dt$ est égal au rapport inverse des densités d et d', c'est-à-dire qu'on a $\frac{d'}{d}=\frac{1}{1+Dt}$ [2]. Cela posé, des égalités [1] et [2] on tire $\frac{h}{H}=\frac{1}{1+Dt}$, d'où $h=\frac{H}{1+Dt}$. En remplaçant D par sa valeur $\frac{1}{5550}$, on a

$$h=\frac{H}{1+\frac{t}{5550}}=\frac{H\times 5550}{5550+t}.$$

Dans ce calcul, on doit prendre le coefficient de dilatation absolue du mercure, et non le coefficient de dilatation apparente, parce que la valeur de H est la même que si le verre ne se dilatait pas, la hauteur du baromètre étant indépendante du diamètre du tube (82), et, par conséquent, de sa dilatation.

Comme application de la formule ci-dessus, soit proposé, la température étant de 25 degrés et la hauteur du baromètre $0^m,75$, de calculer la hauteur à zéro.

$$\text{On a } h=\frac{0^m,75\times 5550}{5550+25}=\frac{4162,1}{5575}=0^m,746.$$

Dans la formule ci-dessus, on a négligé la dilatation de l'échelle du baromètre. Or, on a vu (prob. IV, 278) que, pour faire cette correction, il faut multiplier le nombre n de divisions observées sur l'échelle par le binôme de dilatation $(1+kt)$. Donc la vraie hauteur du baromètre ramenée à zéro est

$$h=\frac{H(1+kt)}{1+Dt},\ \text{ou}\ h=\frac{H\times 5550(1+kt)}{5550+t},$$

k étant le coefficient de dilatation de l'échelle.

289. Maximum de densité de l'eau. — L'eau offre ce phénomène remarquable que, lorsque sa température s'abaisse, elle ne se contracte que jusqu'à 4 degrés ; au-dessous de ce point, quoique le refroidissement continue, non-seulement la contraction cesse, mais le liquide se dilate jusqu'au point de congélation, qui a lieu à zéro ; en sorte qu'à 4 degrés l'eau éprouve un maximum de contraction.

Pour le vérifier expérimentalement, on fait usage de l'appareil suivant, dû à Hope, physicien écossais. Une éprouvette à pied est percée latéralement de deux trous, l'un à la partie supérieure, l'autre à la partie inférieure, dans lesquels sont fixés deux thermomètres (fig. 215). De plus, un manchon métallique plein de glace entoure la partie moyenne de l'éprouvette. Or, celle-ci ayant été remplie d'eau à la température de 10 ou 12 degrés, on remarque que, le thermomètre supérieur restant à peu près stationnaire, le thermomètre inférieur s'abaisse rapidement jusqu'à 4 degrés ;

puis, devenant stationnaire à son tour, c'est maintenant le thermomètre supérieur qui descend, non-seulement à 4 degrés, mais jusqu'à zéro, l'autre étant toujours à 4. On conclut de là que, tant que l'eau se refroidit jusqu'à 4 degrés, elle va en augmentant de densité, puisqu'elle se rend à la partie inférieure de l'éprouvette ; mais qu'en se refroidissant davantage, elle se dilate, puisqu'elle s'élève alors vers la partie supérieure. C'est donc bien à 4 degrés qu'elle atteint son maximum de densité.

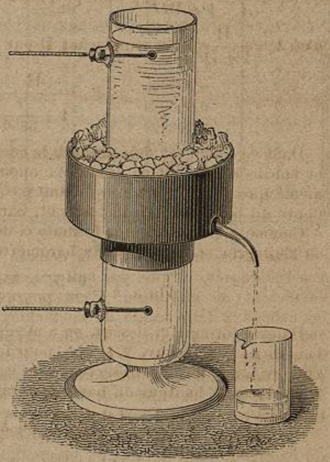

Fig. 215.

Plus tard, Hallström pesa successivement, dans de l'eau à différentes températures, une boule de verre lestée avec du sable, et, en tenant compte de la dilatation du verre, il trouva que c'était dans de l'eau à $4^o,1$ que la boule perdait davantage de son poids ; d'où, suivant lui, c'était à cette température qu'avait lieu le maximum de contraction de l'eau.

Mais M. Despretz, par une autre méthode, s'est assuré que c'est exactement à 4 degrés que se produit ce phénomène. Ce savant a fait usage d'un thermomètre à eau, c'est-à-dire contenant de l'eau au lieu de mercure. En le refroidissant graduellement dans un bain dont la température était donnée par un thermomètre à mercure, et en tenant compte de la contraction de l'enveloppe, il a trouvé que c'est à 4 degrés qu'a lieu, dans le thermomètre à eau, le maximum de contraction, et, par suite, le maximum de densité de l'eau.

M. Despretz a construit une table des densités de l'eau depuis — 9 jusqu'à 100, celle de l'eau à 4 degrés étant prise pour unité. Nous extrayons de cette table les nombres ci-après, qui suffisent dans les limites de température où l'on expérimente dans les laboratoires.

Densités de l'eau de 0 à 30 degrés, la densité à 4 degrés étant prise pour unité.

TEMPÉRATURES	DENSITÉS.	TEMPÉRATURES	DENSITÉS.	TEMPÉRATURES	DENSITÉS.
0	0,999873	11	0,999640	22	0,997784
1	0,999927	12	0,999527	23	0,997566
2	0,999966	13	0,999414	24	0,997297
3	0,999999	14	0,999285	25	0,997078
4	1,......	15	0,999125	26	0,996800
5	0,999999	16	0,998978	27	0,996562
6	0,999969	17	0,998794	28	0,996274
7	0,999929	18	0,998612	29	0,995986
8	0,999878	19	0,998422	30	0,995688
9	0,999812	20	0,998213	50	0,988093
10	0,999731	21	0,998004	100	0,958634

Cette table fait voir que la densité de l'eau décroît très-irrégulièrement, de 4 à 100 degrés, et que, par suite, il en est de même, en sens inverse, de son coefficient de dilatation. C'est pourquoi il n'y aurait aucune rigueur dans les calculs à faire usage du coefficient de dilatation moyen de l'eau entre 0 et 100 degrés; et Δ étant ce coefficient, on ne peut davantage faire entrer dans les calculs le binôme $1+\Delta t$. Mais la densité de l'eau à t degrés étant donnée par la table ci-dessus, on pourra toujours faire usage directement de la formule $P = VD$, pour calculer soit le poids à t degrés d'une masse d'eau dont le volume est connu; soit le volume, si c'est le poids qui est donné.

Par exemple, si l'on veut calculer le poids P d'un volume d'eau V à t degrés, on cherchera dans la table ci-dessus la densité d' de l'eau à t degrés, et le poids, qui serait V à 4 degrés, sera Vd' à t degrés. On a donc $P = Vd'$, V étant exprimé en décimètres cubes, et P en kilogrammes.

* 290. **Corrections des poids spécifiques des solides et des liquides.** — Dans les différentes méthodes qui ont été données pour la détermination des poids spécifiques (102 et 104), on a supposé les corps solides ou liquides à la température de zéro, et l'eau à celle de 4 degrés. Or, en général, ces conditions n'étant pas satisfaites, on a plusieurs corrections à effectuer. Pour cela, considérons le cas où l'on fait usage de la balance hydrostatique, et admettons en outre qu'on fasse la correction de pesée dans l'air (168).

Soient p le poids réel du corps, K son coefficient de dilatation cubique, d son poids spécifique à zéro, c'est-à-dire l'inconnue que l'on cherche, et t la température. $\frac{p}{d}$ étant le volume du corps à zéro, son volume à t degrés est $\frac{p}{d}(1+Kt)$. En représentant par a le poids d'un litre d'air à la température t, et à la pression barométrique au moment de l'expérience, la perte de poids dans l'air est donc $\frac{p}{d}(1+Kt)\,a$, et le poids apparent du corps est

$$p-\frac{p}{d}(1+Kt)\,a=p\left[1-\frac{(1+Kt)\,a}{d}\right].$$

Or, P étant le poids réel des poids échantillonnés qui font équilibre au corps, D leur poids spécifique, K' leur coefficient de dilatation cubique, on a de même, pour leur poids apparent, $P\left[1-\frac{(1+K't)\,a}{D}\right]$. Donc la première pesée, celle dans l'air, fournit l'égalité

$$p\left[1-\frac{(1+Kt)\,a}{d}\right]=P\left[1-\frac{(1+K't)\,a}{D}\right] \quad [1].$$

Passons actuellement à la deuxième pesée, celle dans l'eau. On vient de voir que le volume du corps dont on cherche le poids spécifique est, à t degrés, $\frac{p}{d}(1+Kt)$. Si l'on cherche dans la table de M. Despretz la densité d' de l'eau à t degrés, le produit $\frac{p}{d}(1+Kt)\,d'$ représente le poids de l'eau déplacée par le corps. Or, si l'on appelle P' les poids gradués qui font équilibre au corps pesé dans l'eau, c'est-à-dire au poids apparent de ce corps moins le poids de l'eau déplacée, la différence $P-P'$ des poids employés dans les deux pesées est précisément le poids de l'eau déplacée. On a donc, la correction de pesée dans l'air faite,

$$\frac{p}{d}(1+Kt)\,d'=(P-P')\left[1-\frac{(1+K't)\,a}{D}\right] \quad [2].$$

Divisant membre à membre l'équation [1] par l'équation [2], afin d'éliminer p, qui est inconnu, et supprimant le facteur commun $\left[1-\frac{(1+K't)\,a}{D}\right]$, il vient

$$\frac{d-(1+Kt)\,a}{(1+Kt)\,d'}=\frac{P}{P-P'};$$

d'où l'on tire $\quad d=(1+Kt)\left[a+\frac{Pd'}{P-P'}\right].$

Quant à a, nous verrons que, pour le déterminer rigoureusement, il faut tenir compte non-seulement de la température et de la pression, mais de la vapeur d'eau contenue dans l'air (351, prob. II).

Si, au lieu de faire usage de la balance hydrostatique, on employait la méthode du flacon, ou celle des aréomètres, la marche à suivre pour les corrections serait la même.

CHAPITRE IV.

DILATATION ET DENSITÉ DES GAZ.

291. **Méthode de Gay-Lussac, ses lois.** — Les gaz sont les corps les plus dilatables, et en même temps ceux dont la dilatation présente le plus de régularité. De plus, en prenant pour coefficient de dilatation des gaz, de même que pour les solides et les liquides, l'accroissement de l'unité de volume de zéro à 1 degré, on trouve que les coefficients de dilatation des divers gaz ne diffèrent entre eux que de quantités extrêmement petites.