En France.	Vichy	40°
—	Mont-Dore	44°
—	Bourbonne	50°
—	Dax (Landes)	60°
—	Chaudes-Aigues	88°
En Amérique.	Trincheras, près de Puerto-Cabello	97°
En Islande.	Le grand-Geyser, à 20 mètres de profondeur.	124°

Par leur haute température, les eaux thermales acquièrent la propriété de dissoudre plusieurs des substances minérales qu'elles rencontrent dans leur trajet, et elles se désignent alors sous le nom d'*eaux minérales*. Les substances qu'elles tiennent en dissolution sont, le plus souvent, les acides sulfureux, sulfhydrique, chlorhydrique, sulfurique, et des sulfures, des hyposulfites, des sulfates, des carbonates, des chlorures, des iodures.

La température des eaux thermales n'est point modifiée, en général, par l'abondance des pluies ou par la sécheresse; mais elle l'est par les tremblements de terre, après lesquels on l'a vue quelquefois s'élever, d'autres fois s'abaisser.

818. **Distribution des eaux à la surface du globe.** — La distribution des eaux à la surface du globe exerce une grande influence sur les climats. Les eaux présentent une superficie beaucoup plus grande que celle des continents, et leur distribution est très-inégale dans les deux hémisphères. En effet, la surface du globe, en myriamètres carrés, étant de 5 100 000, on trouve que celle des mers et des lacs est de 3 700 000 myriamètres carrés, et celle des continents et des îles de 1 400 000; c'est-à-dire que la surface des eaux est à peu près trois fois plus grande que la surface des terres. Dans l'hémisphère austral, la surface des mers est plus grande que dans l'hémisphère boréal dans le rapport de 13 à 9.

La profondeur des mers est très-variable. La sonde rencontre le fond, en général, à 300 ou 400 mètres; mais, en pleine mer, elle descend souvent à 1 200, et quelquefois elle n'atteint pas le fond à 4 000 mètres.

D'après ces nombres, la masse totale des eaux, à la surface du globe, ne dépasse pas une couche liquide qui aurait 1 000 mètres de hauteur et envelopperait toute la terre.

FIN.

RECUEIL

DE PROBLÈMES DE PHYSIQUE, AVEC SOLUTION, DONNÉS EN SUJET DE COMPOSITION A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS, DE 1853 A 1863.

—

PRÉCEPTES GÉNÉRAUX SUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE PHYSIQUE.

Objet des problèmes de physique. — Les problèmes de physique sont de véritables problèmes de mathématiques, mais dans lesquels c'est une loi physique qui lie les quantités connues à l'inconnue.

Ces problèmes étant une application de l'algèbre aux sciences physiques, on y représente, en général, non-seulement les quantités inconnues, mais encore les quantités connues, par des lettres : par exemple, les volumes par V, les densités par D, les poids par P, les températures par t, les forces élastiques de vapeur par F.

En procédant ainsi, non-seulement on généralise et l'on obtient des expressions algébriques, ou *formules*, qui s'appliquent à toutes les questions de même forme, mais on simplifie et l'on abrége les calculs ; à tel point, qu'il y a avantage pour les élèves, même dans un problème dont les données sont numériques, de représenter ces données par des lettres, de résoudre ainsi la question d'une manière générale, puis de remplacer, dans la formule à laquelle ils arrivent, les lettres par les valeurs particulières qui leur correspondent.

En suivant cette marche, les élèves opéreront plus vite, éviteront des erreurs toujours faciles à commettre dans un long calcul numérique ; et si, enfin, la formule générale qu'ils ont obtenue est juste, les fautes de calcul qu'ils pourraient faire ensuite en remplaçant les lettres par leurs valeurs numériques, seraient fortement compensées par l'exactitude du calcul algébrique.

Résolution des problèmes de physique. — Que les données d'un problème soient représentées en lettres ou en nombres, sa résolution se compose toujours de deux parties bien distinctes : 1° *la mise en équation du problème*, c'est-à-dire la traduction en équation de la relation existante entre l'inconnue du problème et les quantités connues ; 2° *la résolution de l'équation*.

La seconde partie, tout algébrique, se borne à savoir résoudre une équation du premier ou du deuxième degré, opération toujours facile et soumise à des règles invariables, avec lesquelles les élèves doivent se familiariser avant d'aborder les problèmes.

Quant à la mise en équation, on peut considérer deux cas : 1° celui où les problèmes sont compris dans l'une des formules déjà connues ; 2° celui où, ne dépendant directement d'aucune formule donnée antérieurement, leur résolution exige un travail analytique spécial. De là deux genres de problèmes dont nous allons successivement nous occuper.

Problèmes qui s'appuient sur les formules données dans le cours. — Ces problèmes comprennent la presque totalité des questions élémentaires de physique, et ils offrent cet avantage, que la mise en équation se trouve toute faite par l'emploi de formules déjà connues ; car celles-ci étant les équations de ces problèmes établies à priori d'une manière générale, il ne reste qu'à les résoudre, dans chaque cas particulier, par rapport à la lettre qui représente l'inconnue que l'on cherche.

Les formules qui servent ainsi à la résolution des problèmes de physique sont simples et peu nombreuses. En effet, si nous résumons ici les formules données dans le cours, nous trouvons :

PESANTEUR.

		Pages
[1] Balance	$x = \sqrt{pp'}$	34
[2] Chute des corps	$\begin{cases} v = gt \\ e = \frac{1}{2}\, gt^2 \end{cases}$	41
[3] Pendule	$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	45

HYDROSTATIQUE.

[4] Principe de Pascal	$Ps = pS$	62
[5] Vases communiquants	$dh = d'h'$	72
[6] Poids spécifiques	$P = VD$	88

GAZ.

[7] Loi de Mariotte	$PV = P'V'$	130
[8] Mélange des gaz	$F = \frac{fv + f'v' + f''v''}{V}$	137
[9] Perte de poids dans l'air	$p\left(1 - \frac{0{,}001293}{d}\right) = P\left(1 - \frac{0{,}001293}{D}\right)$	142
[10] Poids porté par un ballon	$X = \frac{4\pi R^3}{3}\left(a - a'\right) - \frac{4\pi R^2 p}{100} - P$	148
[11] Tension dans la machine pneumatique	$F = H\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$	156

ACOUSTIQUE.

[12] Vitesse du son à t degrés	$v' = v\sqrt{1 + \alpha t}$	181
[13] Vibrations des cordes	$n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi d}}$	200
[14] Tuyaux fermés	$n = \frac{(2p+1)\,v}{4L}$	214
[15] Tuyaux ouverts	$n = \frac{pv}{2L}$	214

CHALEUR.

[16] Échelles thermométriques	$\begin{cases} t_c = t_r \times \frac{5}{4} \\ t_c = (t_f - 32)\,\frac{5}{9} \end{cases}$	237

[17] Dilatation linéaire	$l' = l(1 + kt)$	251
[18] Dilatation cubique	$\begin{cases} V' = V(1 + Dt) \\ \text{ou } V' = V(1 + 3kt) \end{cases}$	251
[19] Densité à t degrés	$d' = \frac{d}{1 + Dt}$	252
[20] Pendule compensateur	$lk = l'k'$	254
[21] Correction de la hauteur barométrique	$H_o = \frac{H_t \times 5550\,(1 + kt)}{5550 + t}$	260
[22] Dilatation des gaz	$V' = V(1 + \alpha t)$	266
[23] Densité des gaz	$D = \frac{(P - p)\,(H' - e)}{(P' - p')\,(H - e)}$	274
[24] Mélange des gaz et des vapeurs saturées	$P = \frac{1^{gr},293\ V}{(1 + \alpha t)\ 76}\left(H - \frac{3}{8}F\right)$	315
[25] Mélange des gaz et des vapeurs non saturées	$P = \frac{1^{gr},293\ V}{(1 + \alpha t)\ 76}\left(H - \frac{3}{8}FE\right)$	330
[26] Chaleurs spécifiques, méthode des mélanges	$Mc\,(T - \theta) = m(\theta - t) + m'c'\,(\theta - t)$	333
[27] Id. méthode du calorimètre de glace	$mtc = 79\ P$	335
[28] Calorique latent de fusion	$Mc\,(T - \theta) + Mx = m(\theta - t)$	339
[29] Id. de fusion de la glace	$Mx + M\theta = m(t - \theta)$	339

OPTIQUE.

[30] Photomètre	$\frac{i}{i'} = \frac{d^2}{d'^2}$	404
[31] Miroirs concaves	$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R}$	425

Remarques sur les formules qui précèdent. — Il est à remarquer qu'en général les formules qu'on vient de rappeler comprennent chacune autant de problèmes qu'elles renferment de quantités variables. Par exemple, avec la formule [6] $P = VD$, on peut se proposer de calculer le poids d'un corps quand on connaît son volume et sa densité; ou bien, de trouver le volume lorsqu'on connaît le poids et la densité, ce qui donne $V = \frac{P}{D}$; ou enfin, étant donnés le poids et le volume, déterminer la densité, $D = \frac{P}{V}$.

On verrait de la même manière que la formule [3] donne lieu à trois problèmes.

Quant à la formule [4], quoiqu'elle renferme quatre variables, elle ne donne réellement lieu qu'à deux problèmes ; car étant symétrique par rapport aux pressions P et p, ainsi que par rapport aux surfaces S et s, elle ne comprend que deux énoncés différents, l'un relatif aux pressions, l'autre aux surfaces. La même remarque s'applique aux égalités [5], [7] et [30].

Si l'on cherche combien chacune des formules ci-dessus comprend d'énoncés de problèmes, on en trouve en tout plus de cent, dont plusieurs sont du second degré. Toutefois cette multiplicité n'est qu'apparente quant au calcul, puisque tous les problèmes compris dans une même formule se traitent à l'aide de la même équation, qu'on résout successivement par rapport à chacune des quantités variables qu'elle renferme.

En résumant ce qui précède, on voit qu'étant posé un problème basé sur une des formules données dans le cours, sa résolution dépend d'un calcul algébrique élémentaire : la résolution d'une équation du premier ou du deuxième degré. Evidemment ce n'est pas là ce qui devrait arrêter les élèves, et cependant un grand nombre d'entre eux échouent dans la résolution des problèmes, bien plus par le manque d'habitude du calcul algébrique et même du calcul numérique, que par la difficulté réelle des problèmes considérés sous le point de vue physique. On ne peut donc trop les engager à se familiariser avec le calcul littéral, ce qui est beaucoup moins difficile et moins long qu'ils ne le croient en général.

Problèmes qui ne s'appuient pas sur les formules du cours. — Ces problèmes présentent plus de difficulté que ceux qu'on a considérés ci-dessus ; car ici l'équation n'étant pas donnée d'avance, il faut la trouver. Or, si la résolution de l'équation d'un problème est soumise à des règles précises et invariables, il n'en est pas de même de la mise en équation. En effet, la marche à suivre changeant pour ainsi dire avec chaque problème, on ne peut tracer aux élèves des règles sûres et constantes. Ce qu'il faut ici c'est une grande habitude, et même un esprit de recherche et d'analyse qui ne s'acquiert pas toujours. Cependant on peut, dans beaucoup de cas, s'aider avantageusement de la règle suivante, donnée pour la première fois par Lacroix, pour mettre en équation les problèmes d'algèbre :

Représenter la quantité que l'on cherche par une lettre, puis, raisonnant sur cette lettre absolument comme si la quantité qu'elle représente était connue, indiquer successivement, sur elle et sur les quantités connues du problème, la même série d'opérations qu'on aurait à effectuer pour vérifier l'inconnue si elle était trouvée.

Cette règle, bien comprise et bien appliquée, peut conduire souvent à l'équation du problème, comme on en verra des exemples dans les problèmes qui suivent :

Formules de géométrie utilisées dans la résolution des problèmes de physique. — Dans un grand nombre de problèmes de physique, on a à mesurer des volumes ou des surfaces de prismes, de pyramides, de cylindres, de cônes ou de sphères. Il est donc nécessaire de retenir les formules qui servent à calculer ces quantités. Nous les rappelons ici, en représentant par H les hauteurs, par B les bases, par R et r les rayons des cercles ou des sphères, et par D les diamètres.

Volume de la pyramide....................	$B \times \frac{1}{3} H$.
Surface latérale de la pyramide régulière	*Périmètre de la base* $\times \frac{1}{2}$ *apothème.*
Volume du tronc de pyramide..........	$(B + b + \sqrt{Bb}) \times \frac{1}{3} H$.
Volume du prisme........................	$B \times H$.
Surface latérale du même................	*Périmètre de la base* $\times$ H.
Volume du cylindre.......................	$\pi R^2 \times H$.
Surface latérale du prisme droit........	$2\pi R \times H$.
Volume du cône............................	$\pi R^2 \times \frac{1}{3} H$.
Surface latérale du même................	$\pi R \times C$.
Volume du tronc de cône..................	$(\pi R^2 + \pi r^2 + \pi R r) \times \frac{1}{3} H$.
Surface latérale du même................	$\pi (R + r) \times C$.
Volume de la sphère......................	$\frac{4\pi R^3}{3}$, ou $\frac{\pi D^3}{6}$.
Surface de la même.......................	$4\pi R^2$.

Dans l'emploi de ces formules, les quantités R, H, C, D devront être comptées en décimètres ou en centimètres, suivant qu'il entrera dans les énoncés, des kilogrammes ou des grammes.

Ces préliminaires posés, nous passons à la résolution des problèmes sur les différentes branches de la physique, en choisissant de préférence ceux qui ont été donnés en sujet de composition.

PESANTEUR, GRAVITATION UNIVERSELLE.

I. — Un corps étant placé successivement dans les deux plateaux d'une balance, il faut, pour lui faire équilibre dans le premier plateau, 180 grammes, et dans le second, 181 ; on demande le poids du corps à 1 milligramme près.

D'après la formule connue $x = \sqrt{pp'}$ (51), on a $x = \sqrt{180 \times 181} = 180^{gr},499$.

II. — On suppose qu'un homme soulève à la fois 125 boulets de canon du poids de 2 kilogrammes; on demande quel serait le nombre de boulets pareils qu'il pourrait soulever, en déployant la même force musculaire, si la terre avait le volume de la lune, tout étant égal d'ailleurs. Le rayon de la terre étant pris pour unité, on prendra le rayon de la lune égal à 0,27234, et l'on ne tiendra pas compte de l'aplatissement de la terre et de la lune à leurs pôles.

Soient R le rayon de la terre et M sa masse; soient de même r et m le rayon et la masse de la lune ; soient enfin P le poids porté à la surface de la terre, le rayon étant R ; P′ celui qui serait porté si, la masse de la terre restant la même, son rayon était r; et P″ le poids qui serait porté, toujours à la surface de la terre, si, avec le rayon r, elle avait la masse m de la lune.

Les deux poids P et P′ étant, à masse égale, directement proportionnels aux carrés de leurs distances au centre de la terre (37), on a $\frac{P}{P'} = \frac{R^2}{r^2}$ [1]; au contraire, les poids P′ et P″ étant, à distance égale, en raison inverse des masses, on a $\frac{P'}{P''} = \frac{m}{M}$, ou, ce qui revient au même, à densité égale, $\frac{P'}{P''} = \frac{r^3}{R^3}$ [2], puisqu'à densité égale, les masses sont proportionnelles aux volumes, et ceux-ci aux cubes des rayons. Multipliant membre à membre les égalités [1] et [2], il vient $\frac{P}{P''} = \frac{r}{R}$; d'où $P'' = P \times \frac{R}{r} = \frac{250^k}{0,27234} = 918^k$. Donc le nombre de boulets demandé est $\frac{918}{2} = 459$.

Pour les autres problèmes sur la pesanteur, voir ceux qui ont été donnés paragraphes 53, 55, 59, 62 et 63.

HYDROSTATIQUE, CORPS FLOTTANTS.

Les différents problèmes d'hydrostatique reposent sur les principes d'égalité de pression (79), des vases communiquants (89), d'Archimède (95), et des corps flottants (97); c'est donc sur l'un de ces principes qu'on doit ici s'appuyer pour mettre les problèmes en équation.

III. — La force avec laquelle on fait marcher une presse hydraulique est de

20 kilogr.; le bras de levier sur lequel agit cette force égale 5 fois celui de la résistance; enfin, la surface du grand piston vaut 70 fois celle du petit. On demande la pression transmise sur le grand piston.

En représentant par F la puissance, et par p la pression exercée par le levier sur le petit piston, on a, d'après le principe des leviers (45), $p \times 1 = F \times 5$ [1]. Or, soit P la pression transmise au grand piston, on a, d'après le principe d'égalité de pression (79), $P \times 1 = p \times 70$ [2]. Substituant dans cette égalité la valeur de p donnée par l'égalité [1], il vient $P = 70 \times 5 \times F = 70 \times 5 \times 20^k = 7000^k$.

IV. — L'une des branches d'un siphon est remplie de mercure à une hauteur de $0^m,175$, l'autre est remplie d'un autre liquide à une hauteur de $0^m,42$; ces deux colonnes se faisant équilibre, on demande la densité du second liquide par rapport au mercure et par rapport à l'eau. La densité du mercure est 13,6.

En représentant par d la densité par rapport au mercure, et par d' la densité par rapport à l'eau, on a (89) $1 \times 0,175 = 0,42 \times d$, et $13,6 \times 0,175 = 0,42 \times d'$; d'où $d = 0,416$, et $d' = 5,666$.

V. — Quel effort exigerait, pour être soutenu dans du mercure à zéro, un décimètre cube de platine, la densité du mercure étant supposée égale à 13,6 et celle du platine à 21,5?

D'après la formule $P = VD$, le poids du décimètre cube de platine, en kilogrammes, est $1 \times 21,5 = 21^k,5$; par la même formule, le poids du mercure déplacé par le platine est $1 \times 13,6 = 13^k,6$. Or, d'après le principe d'Archimède, le platine immergé perd une partie de son poids égale à celui du mercure qu'il déplace: son poids dans ce liquide est donc $21^k,5 - 13^k,6$, ou $7^k,9$; tel est donc l'effort cherché.

VI. — Étant donné un corps A, pesant dans l'air $7^{gr},55$, dans l'eau $5^{gr},17$, et dans un autre liquide B, $6^{gr},35$; de ces données, tirer la densité du corps A et du liquide B.

D'après l'énoncé, le poids du corps A perd dans l'eau $7^{gr},55 - 5^{gr},17 = 2^{gr},38$; c'est le poids de l'eau déplacée. Dans le liquide B, il perd $7^{gr},55 - 6^{gr},35 = 1^{gr},20$; c'est le poids du liquide B sous le même volume que celui du corps et de l'eau.

Par conséquent, le poids spécifique du corps A est $\frac{755}{238} = 3,173$, et celui du liquide B est $\frac{120}{238} = 0,504$ (101).

VII. — On a un cube de plomb de 4 centimètres de côté qu'on veut soutenir dans l'eau en le suspendant à une sphère de liége. Quel diamètre doit avoir celle-ci pour que sa poussée de bas en haut fasse équilibre au poids du cube de plomb, le poids spécifique de ce corps étant 11,35 et celui du liége 0,24?

Le volume du cube de plomb est 64 centimètres cubes; par conséquent, son poids dans l'air est $64 \times 11,35$, et son poids dans l'eau $64 \times 11,35 - 64 = 662^{gr},40$.

Si l'on représente par r le rayon de la sphère de liége, en centimètres, son volume, en centimètres cubes, sera $\frac{4\pi r^3}{3}$; donc son poids, en grammes, sera $\frac{4\pi r^3 \times 0,24}{3}$. Cela posé, le poids de l'eau déplacée par la sphère de liége étant évidemment, en grammes, $\frac{4\pi r^3}{3}$, il en résulte une poussée de bas en haut égale à

$$\frac{4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi r^3 \times 0,24}{3} = \frac{4\pi r^3 \times 0.76}{3}.$$

Or, cette poussée doit égaler le poids du plomb; donc $\frac{4\pi r^3 \times 0.76}{3} = 662^{gr},40$,

$$\text{d'où} \quad r = \sqrt[3]{\frac{1987,20}{3,04 \times 3,1416}} = 5^c,92\text{; donc diamètre} = 11^c,84.$$

VIII. — On veut construire une sphère creuse, de cuivre rouge, qui, plongée dans l'eau à 4°, s'y enfonce juste de moitié; quel doit être le rapport de l'épaisseur de la paroi de la sphère à son rayon extérieur, celui-ci étant indéterminé, et la densité du cuivre étant 8,788?

Soient, à 4°, R le rayon extérieur et r le rayon intérieur; l'épaisseur de la paroi est $R - r$, et le rapport demandé est $\frac{R-r}{R}$.

Or, le volume extérieur de la sphère étant $\frac{4\pi R^3}{3}$, et son volume intérieur $\frac{4\pi r^3}{3}$, le volume de la paroi est $\frac{4\pi R^3}{3} - \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3)$, et son poids égale $\frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3) \times 8,788$. D'ailleurs celui de l'eau déplacée étant $\frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi R^3}{3}$, on doit avoir, en supprimant le facteur commun $\frac{4\pi}{3}$,

$$(R^3 - r^3) \times 8,788 = \frac{R^3}{2}, \quad \text{d'où} \quad R^3 \times 16576 = r^3 \times 17576;$$

$$\text{d'où l'on tire } \frac{R}{r} = \sqrt[3]{\frac{17576}{16576}} = 1,02.$$

Cette dernière égalité donne successivement

$$\frac{R}{1,02} = \frac{r}{1}, \quad \frac{R-r}{0,02} = \frac{R}{1,02}, \quad \text{et} \quad \frac{R-r}{R} = \frac{2}{102} = \frac{1}{51};$$

c'est-à-dire que l'épaisseur de la paroi est $\frac{1}{51}$ du rayon extérieur.

IX. — Une sphère de platine pèse dans l'air 84^{gr}; dans le mercure elle ne pèse que $22^{gr},6$; quelle est la densité du platine?

Perte de poids dans le mercure $= 84^{gr} - 22^{gr},6 = 61^{gr},4$; d'où la densité du platine, par rapport au mercure, égale $\frac{84}{61,4}$. Or, la densité de l'eau étant 13,6 fois plus petite que celle du mercure, la densité du platine par rapport à l'eau doit être 13,6 fois plus grande que par rapport au mercure; elle est donc $\frac{84 \times 13.6}{61,4} = 18,55$

X. — Un parallélipipède de glace dont les dimensions sont $10^m,50$, $15^m,75$ et $20^m,45$, plonge dans l'eau de la mer; la densité de la glace est 0,930, et celle de l'eau de mer est 1,026. On demande quelle sera la hauteur du parallélipipède au-dessus de la surface de la mer.

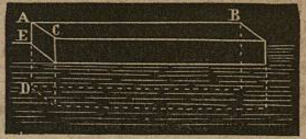

Fig. 672.

Supposons le parallélipipède disposé comme le montre la figure 672, et soient ses trois arêtes AB, AC et AD respectivement égales à $20^m,45$, $15^m,75$ et $10^m,50$. Le volume d'un parallélipipède étant égal au produit de ses trois dimensions, si l'on représente par V le volume, en décimètres cubes, de toute la masse de glace, on a $V = AB \times AC \times AD$, et son poids est $P = AB \times AC \times AD \times 0,930$.

De même, en représentant par V′ le volume de glace immergé, et par P′ le poids d'eau de mer déplacé, on a

$$V' = AB \times AC \times DE, \quad \text{et } P' = AB \times AC \times DE \times 1{,}026.$$

Or, d'après la condition d'équilibre des corps flottants (97), le poids de l'eau déplacée est égal au poids de tout le corps flottant; on a donc P = P′, ou, supprimant les facteurs communs, AD × 0,930 = DE × 1,026;

$$\text{d'où} \quad DE = \frac{AD \times 0{,}930}{1{,}026} = \frac{105^{d} \times 0{,}930}{1{,}026} = 95^{\text{déc.}},17.$$

Donc, la hauteur hors de l'eau est 105 — 95,17 = $9^{\text{déc.}}$,83.

XI. — Un morceau de bois, dont la densité est 0,729, a la forme d'un cône droit. On le fait flotter sur l'eau de manière que son axe soit vertical. En mettant d'abord le sommet en bas, puis le sommet en haut, on demande quelle fraction de la hauteur du cône s'enfoncera dans chaque cas.

1° Soient V le volume total du cône, et v le volume de la partie immergée; soient H et h les hauteurs des deux cônes, D la densité du bois, d celle de l'eau. Les volumes V et v étant de même poids sont en raison inverse de leurs densités; on a donc $\frac{V}{v} = \frac{d}{D}$, ou $\frac{H^3}{h^3} = \frac{d}{D}$; d'où $h^3 = \frac{H^3 D}{d}$. d étant égal à 1, et faisant aussi H = 1, il vient $h = \sqrt[3]{D} = \sqrt[3]{0{,}729} = 0{,}9$ de H.

2° Dans la seconde position du cône, on a

$$\frac{V}{V - v} = \frac{d}{D}, \quad \text{ou} \quad \frac{H^3}{H^3 - h^3} = \frac{d}{D}; \quad \text{d'où} \quad h^3 = \frac{H^3 (d - D)}{d} = 1 - D,$$

en faisant H = 1 et d = 1. Donc on a $h = \sqrt[3]{1 - 0{,}729} = 0{,}647$ de H.

XII. — On a un cylindre de platine de 0^{m},02 de hauteur; on y adapte un cylindre de fer de même diamètre. Quelle hauteur faut-il donner au cylindre de fer pour que sa base supérieure se maintienne à la surface du mercure, lorsqu'on plonge les deux cylindres dans ce liquide; et si le diamètre des cylindres était 0^{m},03, quel serait le poids du mercure déplacé? On sait que la densité du platine est 21,59, celle du mercure 13,596, et celle du fer 7,788.

1° Soient D la densité du platine, D′ celle du fer et D″ celle du mercure; soient encore h la hauteur du cylindre de platine et x celle du cylindre de fer.

Le poids du platine est....................	$\pi r^2 h D$;
celui du fer..................................	$\pi r^2 x D'$;
et celui du mercure déplacé..............	$\pi r^2 (h + x) D''$.

On a donc, en supprimant le facteur commun πr^2,

$$hD + xD' = (h + x)\,D'', \quad \text{d'où} \quad x = \frac{h\,(D - D'')}{D'' - D'} = \frac{2 \times 7{,}994}{5{,}808} = 2^{c},75.$$

2° Le diamètre du cylindre étant 3^{c}, on trouve pour le poids du mercure déplacé

$$\frac{3{,}1416 \times 9\,(2 + 2{,}75)\,13{,}596}{4} = 456^{gr},497.$$

XIII. — Un cylindre de bois de hêtre flottant horizontalement sur l'eau (fig. 673), on demande le rapport du volume immergé au volume surnageant, sachant que le poids spécifique du hêtre est 0,852, et que celui de l'eau est 1.

Les deux volumes dont on cherche le rapport ayant même hauteur h, soient S et S′ les segments de cercle qui leur servent de base, le segment S étant immergé, et le segment S′ surnageant.

Le volume immergé est Sh, le volume surnageant S′h, et le volume total du cylindre est (S + S′)h. Le poids du cylindre est donc (S + S′)h × 0,852, et celui de l'eau déplacée Sh; donc, d'après la condition d'équilibre des corps flottants, on doit avoir

$$(S + S')\,h \times 0{,}852 = Sh;$$

$$\text{d'où} \quad \frac{S'}{S} = \frac{1 - 0{,}852}{0{,}852} = 0{,}173.$$

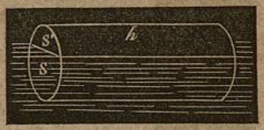

Fig. 673.

XIV. — Quel est le poids de fer qu'il faut suspendre à un décimètre cube de liége pour faire affleurer le cube dans l'eau de mer dont la densité est 1,026. — On sait que la densité du liége est 0,24, et celle du fer 7,7.

Soit x le poids cherché en grammes. Le volume du liége en centimètres cubes étant 1000, son poids en grammes est 1000 × 0,24, d'après la formule P = VD (106); donc le poids des deux corps flottants est x + 1000 × 0,24.

Le volume du fer étant $\frac{x}{7{,}7}$, le poids de l'eau de mer déplacée est

$$\left(1000 + \frac{x}{7{,}7}\right) \times 1{,}026.$$

Donc on a $1000 \times 024 + x = \left(1000 + \frac{x}{7{,}7}\right) \times 1{,}026$, d'où $x = 906^{gr}$, 8.

XV. — Un cône de fer ASB (fig. 674) plongeant dans le mercure par son sommet, on demande le rapport de la hauteur du cône immergé OS, à la hauteur totale CS, sachant que la densité du fer est d et celle du mercure d'.

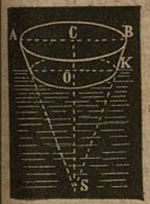

Fig. 674.

Soient h la hauteur totale SC, h' la hauteur SO, R et r les rayons CB et OK. Le volume du grand cône est $\frac{\pi R^2 h}{3}$, et son poids $\frac{\pi R^2 h d}{3}$, d'après la formule P = VD. De même, le volume du cône immergé est $\frac{\pi r^2 h'}{3}$, et, par suite, le poids du mercure déplacé par le cône de fer est $\frac{\pi r^2 h' d'}{3}$. Mais ces poids doivent être égaux (97); on a donc, en supprimant le facteur commun $\frac{\pi}{3}$, $R^2 h d = r^2 h' d'$; d'où $\frac{h'}{h} = \frac{R^2}{r^2} \times \frac{d}{d'}$ [1]. Mais les triangles BCS et KOS étant semblables, on a $\frac{R}{r} = \frac{h}{h'}$. Portant cette valeur de $\frac{R}{r}$ dans l'égalité [1], on a $\frac{h'}{h} = \frac{h^2}{h'^2} \times \frac{d}{d'}$; d'où $\frac{h'^3}{h^3} = \frac{d}{d'}$. Extrayant la racine cubique, il vient $\frac{h'}{h} = \frac{\sqrt[3]{d}}{\sqrt[3]{d'}}$.

C'est-à-dire que *les hauteurs des deux cônes sont en raison inverse des racines cubiques des densités du corps immergé et du liquide, et cela quel que soit l'angle au sommet du cône.*

XVI. — Un aréomètre de Baumé (pèse-acide), à tige bien cylindrique, s'enfonce jusqu'à la 66e division dans l'acide sulfurique, dont la densité est 1,8. Cela posé, on demande : 1° quelle est la densité de l'eau salée qui sert à la graduation de l'instrument; 2° quel est le rapport du volume d'une division au volume de l'aréomètre jusqu'au zéro.

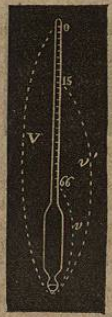

Fig. 675.

1° Soient V le volume de l'aréomètre jusqu'au zéro de l'échelle, v le volume jusqu'à 66, et v' le volume jusqu'à 15; les volumes de liquide déplacés dans l'eau et dans l'acide sulfurique étant en raison inverse des densités (97), on a $\frac{V}{v} = \frac{1,8}{1}$, ou $\frac{v + 66}{v} = 1,8$, d'où $v = 82,5$, et $V = v + 66 = 148,5$. D'ailleurs de l'égalité $V - v' = 15$, on tire $v' = 133,5$; donc la densité d de l'eau salée est donnée par l'égalité $\frac{V}{v'} = \frac{d}{1}$,

$$\text{d'ou } d = \frac{148,5}{133,5} = 1,112.$$

2° Le rapport du volume d'une division au volume de l'aréomètre jusqu'au zéro est $\frac{1}{148,5}$.

POIDS SPÉCIFIQUES.

Dans les problèmes sur les poids spécifiques des solides et des liquides, dont les densités sont prises par rapport à l'eau, on a constamment à faire usage de la formule $P = VD$ (106). Or, dans les applications de cette formule, il ne faut pas oublier ce qui a déjà été dit, que, V étant mesuré en décimètres cubes, P doit l'être en kilogrammes; et si V est mesuré en centimètres cubes, P doit l'être en grammes. Réciproquement, P représentant des kilogrammes ou des grammes, il faut que V représente des décimètres cubes ou des centimètres cubes. Enfin, si V est mesuré en mètres cubes, chaque unité de P représente 1000 kilogrammes; car un mètre cube contenant 1000 décimètres cubes, un mètre cube d'eau pèse 1000 kilogrammes.

On a déjà vu que pour que la formule $P = VD$ s'appliquât aux gaz, il faudrait que leurs densités fussent prises par rapport à l'eau, tandis qu'en général elles le sont par rapport à l'air; mais on peut la rendre applicable aux gaz. En effet, 1 litre d'air pesant $1^{gr},293$ (129), V litres d'air pèse $1^{gr},293 \times V$, d'où, pour l'air, $P = 1^{gr},293 \times V$; P étant compté ici en grammes, quoique V le soit en décimètres cubes. Ceci posé, soit d la densité d'un gaz quelconque par rapport à l'air; puisque V litres d'air pèsent $1^{gr},293 \times V$, pour un gaz dont la densité est d fois celle de l'air, V litres pèsent d fois plus, c'est-à-dire $1^{gr.},293 \times V \times d$. Donc, pour les gaz, en général, la formule $P = VD$ prend la forme $P = 1^{gr.},293 \times V \times d$, P étant, nous le répétons, compté en grammes, V en litres, et d représentant une densité de gaz par rapport à l'air.

XVII. — On donne un cylindre de fer du poids de 21 kilogrammes; sa hauteur est de $2^m,50$; la densité du fer est 7,788; on demande le diamètre du cylindre.

En représentant par R le rayon du cylindre, son volume est $\pi R^2 H$, et son poids étant P, on a, d'après la formule $P = VD$,

$$\pi R^2 HD = P, \text{ d'où } R = \sqrt{\frac{P}{\pi HD}};$$

remplaçant, il vient $R = \sqrt{\frac{21}{611,6695}} = \sqrt{0,0343} = 0^d,18.$

XVIII. — Deux vases de forme conique et de même poids ont intérieurement $0^m,25$ de hauteur, et $0^m,12$ de diamètre à leur bord supérieur; l'un est rempli d'acide sulfurique dont la densité est 1,84; l'autre est rempli d'éther dont la densité est 0,71. On demande quelle est la différence entre les poids des deux vases lorsqu'ils sont ainsi remplis.

$$\text{On a } V = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{3,1416 \times 36 \times 25^c}{3} = 942^{\text{cent.cub.}},48.$$

Pour l'acide sulfurique, on a $P = 942,48 \times 1,84$;
pour l'éther.............. $P' = 942,48 \times 0,71$;
d'où la différence $P - P' = (1,84 - 0,71)\ 942,48 = 1^{\text{kil.}},065^{\text{gr.}}$

XIX. — Étant donnée une sphère de cuivre de $0^m,18$ de rayon, creuse et contenant une sphère de platine de $0^m,05$ de rayon, de telle sorte qu'il n'y ait aucun vide entre les deux sphères, on demande de calculer le poids de la masse ainsi formée, sachant que la densité du platine est 21,50, et celle du cuivre, 8,85.

Volume du platine $= \frac{4\pi r^3}{3}$, volume du cuivre $= \frac{4\pi (R^3 - r^3)}{3}$; poids du platine $= \frac{21,50 \times 4\pi r^3}{3}$, poids du cuivre $= \frac{8,85 \times 4\pi (R^3 - r^3)}{3}$. Somme des poids $= \frac{4\pi}{3}(21,5 r^3 + 8,85 R^3 - 8,85 r^3) = 4,1888 (12,65 \times 5^3 + 8,85 \times 18^3) = 222^k,820^{gr},91.$

XX. — On fabrique avec de l'or, dont la densité est 19,362, des feuilles qui ont un dix-millième de millimètre d'epaisseur; quelle surface pourrait-on recouvrir avec 10 grammes d'or?

En appelant x la surface demandée, en centimètres carrés, $x \times 0^{c.},00001$ représente le volume des feuilles d'or, et $x \times 0^{c.},00001 \times 19,362$ leur poids, d'après la formule $P = VD$; donc on a $x \times 0^{c.},00001 \times 19,362 = 10^{gr.}$, d'où

$$x = 5^{\text{m.car.}},\ 16^{\text{d.car.}},47^{\text{c.car}}.$$

XXI. — Un verre à vin de Champagne, de forme conique, a intérieurement $0^m,06$ de diamètre au bord; il a été complétement rempli de mercure, d'eau et d'huile, en proportion telle, que la couche formée par chacun de ces liquides à $0^m,05$ d'épaisseur. On sait que la densité du mercure est 13,596, celle de l'huile 0,915, et celle de l'eau 1. Calculer le poids du mercure, de l'eau et de l'huile, en négligeant l'influence de la température sur la densité de ces liquides.

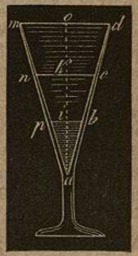

Fig. 676.

D'après l'énoncé, on a $om = 3^c$ (fig. 676), et $ok = ki = ia = 5$. De plus, les triangles oma, kna et ipa étant semblables, il s'ensuit que $ip = \frac{1}{3}\, om = 1$, et $kn = \frac{2}{3}\, om = 2$.

Cela posé, le mercure se trouvant à la partie inférieure, puis l'eau et l'huile (88), le volume du cône abp occupé par le mercure égale

$$\pi \overline{ip}^2 \times \frac{ai}{3} = \frac{3,1416 \times 1 \times 5}{3} = 5^{\text{cent.cub.}},236.$$

Les volumes de l'eau et de l'huile sont des troncs de cônes qui se mesurent au moyen de la formule connue $\pi (R^2 + r^2 + Rr) \times \frac{H}{3}$, dans laquelle R et r sont les rayons des bases du tronc, et H sa hauteur. Par conséquent, le volume d'eau

$$bcnp = \frac{3,14159 \times 5}{3}(4 + 1 + 2) = 36^{\text{cent.cub.}},652,$$

et le volume d'huile $cdmn = \dfrac{3,14159 \times 5}{3}(9 + 4 + 6) = 99^{\text{cent.cub.}},484.$

Ces volumes connus, on aura les poids demandés, d'après la formule $P = VD$, en multipliant chaque volume par la densité correspondante. On trouve ainsi que le poids du mercure est $5,236 \times 13,596 = 71^{\text{gr}},188$; celui de l'eau, $36,652 \times 1 = 36^{\text{gr}},652$; et celui de l'huile, $99,484 \times 0,915 = 91^{\text{gr}},027$.

XXII. — Un fil cylindrique d'argent, de $0^{\text{m}},0015$ de diamètre, pèse $3^{\text{gr}},2875$; on veut le recouvrir d'une couche d'or de $0^{\text{m}},0004$ d'épaisseur; on demande le poids de l'or ainsi employé, sachant que le poids spécifique de l'argent est 10,47, et celui de l'or 19,26.

Soient r le rayon du cylindre d'argent, et R le rayon du même cylindre recouvert d'or, on a

$$r = 0^{\text{c}},075,\ R = 0^{\text{c}},095,\ r^2 = 0^{\text{cent.car.}},005625,\ R^2 = 0^{\text{cent.car.}},009025.$$

$$\text{Volume du cylindre d'argent} = \pi r^2 H = 0,0176715 \times H.$$

$$\text{Poids du même} = 0,0176715 \times 10,47 \times H = 3^{\text{gr}},2875;\ \text{d'où } H = 17^{\text{c}},768.$$

Volume de la couche d'or $= \pi H(R^2 - r^2) = 3,1416 \times 17,768 \times 0,0034 = 0^{\text{c.cub.}},189787$, d'où le poids de l'or $= VD = 3^{\text{gr}},655$.

XXIII. — On demande le prix d'un tuyau de conduite de fonte, ayant $0^{\text{m}},245$ de diamètre intérieur, $0^{\text{m}},014$ d'épaisseur, et 2134^{m} de longueur; la densité de la fonte est 7,207, et son prix $0^{\text{fr}},20$ le kilogramme.

$V = \pi H(R^2 - r^2) = 3,1416 \times 2134^{\text{m}} \times 0^{\text{m.car.}},003626 = 24^{\text{m.cub.}},309^{\text{déc.cub.}},336^{\text{cent.cub.}}$; $P = 24^{\text{m.cub.}},309336 \times 7,207 \times 1000 = 175197^{\text{kil.}},385^{\text{gr}}$; prix $= 35039^{\text{fr}},48$.

XXIV. — Un boulet de fonte pèse 12 kilogrammes; la densité de la fonte est 7,35; on demande le rayon de ce boulet et le poids de l'or nécessaire pour former autour de lui une couche de $0^{\text{m}},0006$ d'épaisseur, la densité de l'or étant 19,26.

D'après la formule $P = VD$, on a $V = \dfrac{P}{D} = \dfrac{12}{7,35} = 1^{\text{déc.cub.}},63265$. Or, le boulet ayant la forme sphérique, son volume est représenté par la formule $\dfrac{4\pi R^3}{3}$; on a donc $\dfrac{4\pi R^3}{3} = 1^{\text{déc.cub.}},63265$, d'où $R = \sqrt[3]{\dfrac{4,89795}{12,56636}} = 0^{\text{d}},730$.

Pour calculer le volume de la couche d'or, soit R′ le rayon extérieur, lequel égale $0^{\text{d}},730 + 0^{\text{d}},006 = 0^{\text{d}},736$; le volume V de cette couche étant égal à la différence entre le volume total et celui du boulet, on a

$V = \dfrac{4\pi}{3}(R'^3 - R^3) = \dfrac{4 \times 3,1416 \times 0,009669}{3} = 0^{\text{déc.cub.}},0405015$; d'où le poids de l'or est $40^{\text{cent.cub.}},5015 \times 19,26 = 780^{\text{gr}},059$.

XXV. — Déterminer les volumes de deux liquides dont la densité est, pour l'un, 1,3, et pour l'autre 0,7, sachant que, si on les mélange, le volume est égal à 3 litres et la densité à 0,9.

Soient v et v' les deux volumes demandés, on a d'abord $v + v' = 3^{\text{lit.}}$ [1]; et d'après la formule $P = VD$, le poids de chaque liquide étant $v \times 1,3$ et $v' \times 0,7$, on a $1,3\,v + 0,7\,v' = 0,9 \times 3$ [2]. Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $v = 1$, et $v' = 2$.

XXVI. — Une lame triangulaire de cuivre, de $0^{\text{m}},005$ d'épaisseur et de $1^{\text{m}},25$ de côté, a été recouverte d'une couche d'argent de $0^{\text{m}},00015$ d'épaisseur. La densité du cuivre est 8,95, celle de l'argent 10,47; on demande le poids de la lame ainsi argentée.

En appelant S la surface du triangle, a son côté, et V le volume de la lame, on a

$$S = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \frac{(1^{\text{m}},25)^2}{4} \times 1,7321 = 676^{\text{déc.car.}},60^{\text{cent.car}},156;$$

$$V = 676^{\text{déc.car.}}60156 \times 0,05 = 33^{\text{déc.cub.}},830^{\text{cent.cub.}},078.$$

$$\text{Poids du cuivre} = 33,830078 \times 8,95 = 302^{\text{k}},779^{\text{gr}},198;$$

$$\text{Volume de l'argent} = 2 \times 676^{\text{déc.car.}},60156 \times 0,0015 = 2^{\text{déc.cub.}},02980468;$$

$$\text{Poids de l'argent} = 2,02980468 \times 10,47 = 21^{\text{k}},252^{\text{gr}},045;$$

$$\text{Poids total} = 302^{\text{k}},779^{\text{gr}},198 + 21^{\text{k}},252^{\text{gr}},045 = 324^{\text{k}},031^{\text{gr}},243.$$

XXVII. — Les décimes nouveaux pèsent 10^{gr}, et sont composés d'un alliage de 0,95 de cuivre, 0,04 d'étain, et 0,01 de zinc; la densité du cuivre est 8,85, celle de l'étain 7,29, et celle du zinc 7,12; combien faudrait-il de ces pièces pour fournir le métal nécessaire à la fabrication d'une sphère de même alliage de $0^{\text{m}},25$ de diamètre à zéro.

Le volume v d'une pièce de 10 centimes est, d'après l'énoncé et d'après la formule $V = \dfrac{P}{D}$, $v = \dfrac{9,5}{8,85} + \dfrac{0,4}{7,29} + \dfrac{0,1}{7,12} = \dfrac{17491735}{15311916}$.

Or, le volume de la sphère étant $\dfrac{4\pi R^3}{3}$, le nombre des pièces est

$$\frac{4\pi R^3}{3} : v = \frac{4 \times 3,1416 \times \overline{12^{\text{c}},5}^3}{3} \times \frac{15311916}{17491735} = 7161,7.$$

XXVIII. — Un verre à pied de forme conique contient un litre; il a $0^{\text{m}},25$ de diamètre à son bord supérieur, et il est rempli par de l'eau et du mercure; le poids de ces deux liquides est le même et la densité du mercure est 13,598. On demande l'épaisseur de la couche formée par l'eau.

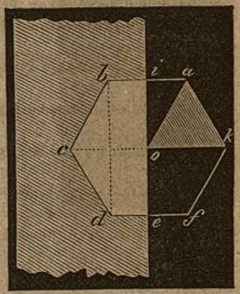

Fig. 677.

Soient V le volume total du cône, H sa hauteur, R le rayon de sa base, v le volume de l'eau, v' le volume du mercure, et d la densité de ce dernier liquide; on a $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$ [1], $v + v' = 1$ [2], et $v = v'd$ [3].

De l'équation [1] on tire, en y faisant $V = 1$ et $R = 0^{\text{m}},125$, $H = 0^{\text{m}},06111$; et les équations [2] et [3] donnent $v' = 0^{\text{lit.}},068502$, et $v = 0^{\text{lit.}},931498$.

Or, les volumes V et v' étant semblables, sont entre eux comme les cubes de leurs hauteurs, c'est-à-dire que $\dfrac{V}{v'} = \dfrac{H^3}{h'^3}$; d'où

$$h' = H\sqrt[3]{v'} = 6^{\text{c}},111\sqrt[3]{0,068502} = 2^{\text{c}},4994,\ \text{et } h = H - h' = 3^{\text{c}},6116.$$

XXIX. — Un triangle équilatéral d'acier, de $0^{\text{m}},15$ de côté, tourne sur l'un de ses côtés et s'enfonce ainsi complétement dans un bloc de marbre dont la densité est 2,72. L'axe de rotation est normal à la surface du bloc, et le triangle pénètre dans celui-ci par son sommet. On demande la perte de poids que subit le bloc dans cette opération.

Le triangle étant entré dans le bloc comme le montre la figure 677, le volume enlevé est $V = \pi \overline{oi}^2 \times \frac{ab}{2} + \pi \overline{oi}^2 \times \frac{ab}{6} = \frac{4}{6} \pi \overline{oi}^2 \times ab.$

Mais $\overline{oi}^2 = \overline{ab}^2 - \frac{\overline{ab}^2}{4} = \frac{3}{4} \overline{ab}^2$; donc $V = \frac{\pi \overline{ab}^3}{2} = \frac{3{,}1416 \times (15)^3}{2} = 5301^{\text{c.cub.}},450.$

Donc la perte de poids est $5301^{\text{c.cub.}},450 \times 2{,}72 = 14^{\text{kil.}},419^{\text{gr.}},944.$

XXX. — On a un vase cylindrique dont le diamètre intérieur est $0^{\text{m}},25$, on y verse 30 kilog. de mercure dont la densité est 13,6, et 2 kilog. d'alcool dont la densité est 0,79. On demande à quelle hauteur ces deux liquides s'élèveront dans le vase.

Soient R le rayon intérieur du vase cylindrique, x la hauteur de l'eau et y celle du mercure.

D'après la formule $P = VD$, on a, pour le volume de l'alcool, $\frac{P}{D} = \frac{2}{0{,}79}$, et pour celui du mercure, $\frac{P}{D} = \frac{30}{13{,}6}$; mais ces volumes sont aussi représentés respectivement par $\pi R^2 x$ et $\pi R^2 y$; on a donc $\pi R^2 x = \frac{2}{0{,}79}$, et $\pi R^2 y = \frac{30}{13{,}6}$; d'où

$$x + y = \frac{2}{\pi R^2}\left(\frac{1}{0{,}79} + \frac{15}{13{,}6}\right) = 0^{\text{m}},0965.$$

XXXI. — Un vase de forme conique a $0^{\text{m}},08$ de diamètre à son ouverture et $0^{\text{m}},12$ de hauteur; il est placé d'aplomb, et rempli de mercure et d'eau dans des proportions telles, que le poids du mercure est le triple du poids de l'eau. La température est zéro, la densité du mercure 13,598, et celle de l'eau 1. On demande l'épaisseur de chaque couche liquide.

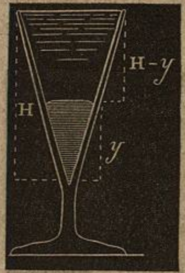

Fig. 678.

Volume total $= \frac{1}{3} \pi R^2 H$; volume du mercure $= \frac{1}{3} \pi r^2 y$; et volume de l'eau $= \frac{1}{3} \pi (R^2 H - r^2 y)$. Donc le poids du mercure est $\frac{1}{3} \pi r^2 y d$, et celui de l'eau $\frac{1}{3} \pi (R^2 H - r^2 y)$; ce qui donne, d'après l'énoncé, $\frac{1}{3} r^2 y d = R^2 H - r^2 y$, d'où $y = \frac{3R^2 H}{r^2(d+3)} = \frac{R^2}{r^2} \times \frac{3H}{d+3}.$

Or, $\frac{R^2}{r^2} = \frac{H^2}{y^2} = \frac{144}{y^2}$; donc $y = \frac{144}{y^2} \times \frac{36}{16{,}598}$, d'où $y = \sqrt[3]{\frac{144 \times 36}{16{,}598}} = 0^{\text{m}},0678$, et $H - y = 0^{\text{m}},0522.$

XXXII. — Le poids spécifique du zinc étant 7, et celui du cuivre 9, quelles quantités de zinc et de cuivre doit-on prendre pour former un alliage qui pèse 50 grammes, et dont le poids spécifique soit 8,2, en admettant que le volume de l'alliage soit exactement la somme des volumes des métaux alliés?

Soient x et y les poids de zinc et de cuivre demandés.

On a d'abord $x + y = 50$ [1]; et, d'après la formule $P = VD$, qui donne $V = \frac{P}{D}$, les volumes des deux métaux et de leur alliage sont respectivement $\frac{x}{7}$, $\frac{y}{9}$ et $\frac{50}{8{,}2}$; on a donc $\frac{x}{7} + \frac{y}{9} = \frac{50}{8{,}2}$ [2].

Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $x = 17{,}07$, et $y = 32{,}93$.

XXXIII. — Quel est l'effort F nécessaire pour soutenir une cloche pleine de mercure et plongée dans le même liquide, son diamètre intérieur étant de 6 centimètres, sa hauteur ob (fig. 679), au-dessus du niveau du bain, de 18 centimètres, et sachant que la hauteur du baromètre est $0^{\text{m}},77$?

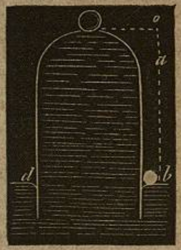

Fig. 679

A l'extérieur, cette cloche supporte, de haut en bas, une pression égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait pour base sa section cd et pour hauteur celle du baromètre; par conséquent, cette pression égale $\pi R^2 \times 0{,}77 \times 13{,}596$.

A l'intérieur, elle supporte, de bas en haut, une pression égale à la pression atmosphérique, moins le poids d'une colonne de mercure qui aurait pour base sa section et pour hauteur ob; c'est-à-dire que la pression de bas en haut égale
$\pi R^2 \times (0{,}77 - 0{,}18) \times 13{,}596 = \pi R^2 \times 0{,}59 \times 13{,}596$

L'effort nécessaire pour soutenir la cloche sera donc égal à la différence de ces deux pressions, ou à

$$\pi R^2 (0{,}77 - 0{,}59) \times 13{,}596 = \pi R^2 \times 0{,}18 \times 13{,}596.$$

En faisant $R = 3$ centimètres, conformément à l'énoncé, et effectuant les calculs, on trouve $F = 6^{\text{k}},919^{\text{gr.}},5$.

LOI DE MARIOTTE ET MÉLANGES DES GAZ (152 et 162).

Pour les problèmes sur la loi de Mariotte, voir ceux qui ont été donnés paragraphe 155.

XXXIV. — Dans un récipient de 3 litres on fait entrer : 1° 2 litres d'hydrogène à la pression de 5 atmosphères; 2° 4 litres d'acide carbonique à la pression de 4 atmosphères; 3° 3 litres d'azote à la pression de $\frac{1}{2}$ atmosphère. On demande la pression finale du mélange, la température étant supposée constante pendant l'expérience.

L'hydrogène passant du volume 2 au volume 3, sa pression diminue et devient, d'après la loi de Mariotte, $\frac{5 \times 2}{3}$; de même celle de l'acide carbonique devient $\frac{4 \times 4}{3}$, et celle de l'azote $\frac{3}{2 \times 3}$. Mais, d'après la seconde loi des mélanges des gaz (162), la force élastique du mélange doit égaler la somme des forces élastiques des gaz mélangés; donc la pression cherchée $= \frac{5 \times 2}{3} + \frac{4 \times 4}{3} + \frac{3}{2 \times 3} = 9^{\text{atm.}} + \frac{1}{6}.$

Sur les mélanges des gaz et des liquides, voir le problème donné paragraphe 165.

PERTE DE POIDS DANS L'AIR ET DANS LES GAZ ; AÉROSTATS (167, 168 et 172).

XXXV. — Pour faire équilibre au poids d'un lingot de platine placé dans le plateau d'une balance, on a placé dans l'autre plateau un poids de 27 grammes, de cuivre jaune. Combien aurait-il fallu en mettre, si la pesée avait été faite dans le vide ? — On sait que la densité du platine est 21,5, celle du cuivre jaune 8,3 ; et que l'air à 0 degré et à la pression $0^m,76$, condition dans laquelle on opère, pèse 770 fois moins que l'eau.

Le poids du laiton, dans l'air, n'est pas 27 grammes, car ce poids a été marqué dans le vide. Le vrai poids est 27 grammes moins le poids de l'air déplacé. Or d'après la formule $P = VD$, le volume du laiton est $\frac{P}{D} = \frac{27^{gr}}{8,3}$; et le poids de l'air déplacé est $\frac{27^{gr}}{8,3 \times 770}$. Donc le poids réel du laiton dans l'air est $27^{gr} - \frac{27}{8,3 \times 770}$.

De même, si l'on représente par x le poids du platine dans le vide, son poids dans l'air le sera par x moins le poids de l'air déplacé, c'est-à-dire par $x - \frac{x}{21,5 \times 770}$.

Ce poids devant égaler celui du laiton, on a

$$x - \frac{x}{21,5 \times 770} = 27 - \frac{27}{8,3 \times 770}; \quad \text{d'où } x = 26^{gr},997.$$

XXXVI. — La densité de l'air étant 1, celle de l'hydrogène 0,069, et celle de l'acide carbonique 1,524, à 0 degré et à la pression $0^m,76$, un corps dans l'acide carbonique perd $1^{gr},15$ de son poids ; on demande quelle serait sa perte de poids dans l'air et dans l'hydrogène.

On demande encore : 1° si le rapport des pertes de poids reste le même à la température de 200 degrés, la pression ne changeant pas ; 2° si ce rapport reste le même à la pression de 30 atmosphères, la température étant 0 degré.

Un litre d'air à 0° et à la pression $0^m,76$, pesant $1^{gr},3$, un litre d'acide carbonique, dont la densité est 1,524, pèse $1^{gr},3 \times 1,524 = 1^{gr},9812$. On aura donc le volume d'acide carbonique correspondant à $1^{gr},15$, en divisant $1^{gr},15$ par $1^{gr},9812$, ce qui donne pour quotient $0^{lit.},5804$. Or, ce volume étant celui du corps, celui-ci déplace $0^{lit.},5804$ d'air, et, par conséquent, sa perte de poids dans l'air (167) est $1^{gr},3 \times 0,5804 = 0^{gr},75452$. Quant à sa perte de poids dans l'hydrogène, elle est $0^{gr},75452 \times 0,069 = 0^{gr},052061$.

Le rapport des pertes de poids dans l'acide carbonique et dans l'hydrogène ne reste pas rigoureusement le même quand la température ou la pression change, parce que ces deux gaz ne sont pas également dilatables, ni également compressibles (293 et 153).

XXXVII. — Un corps perd de son poids dans l'air 7 grammes ; combien perdrait-il dans l'acide carbonique et dans l'hydrogène, sachant que la densité de l'acide carbonique est 1,524, et celle de l'hydrogène 0,069 ?

Le corps perdant 7 grammes de son poids dans l'air, perd, dans un gaz deux, trois fois plus dense, deux, trois fois davantage ; donc, dans l'acide carbonique, il perd $7^{gr} \times 1,524 = 10^{gr},668$, et dans l'hydrogène $7^{gr} \times 0,069 = 0^{gr},483$.

XXXVIII. — Deux ballons sphériques de verre sont en équilibre dans les plateaux d'une balance ; l'air est sec, à la température de zéro et à la pression

$0^m,76$; le diamètre de l'un des ballons est $0^m,34$, et celui de l'autre $0^m,18$; la température s'élève à 30 degrés, et la pression devient $0^m,74$. On demande si l'équilibre persistera. Dans le cas où il serait troublé, quel poids faudra-t-il pour le rétablir, et dans quel plateau faudra-t-il le placer ? Les ballons sont fermés, en sorte qu'il ne peut survenir aucune variation dans le poids du gaz qu'ils renferment. — Le poids d'un litre d'air à zéro et sous la pression $0^m,76$ est $1^{gr},293$; le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367, et le coefficient de dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$.

En représentant par D et d les diamètres respectifs des deux ballons en décimètres, en posant $\alpha = 0,00367$, $\delta = \frac{1}{38700}$, $t = 30$, et x étant le poids cherché, le volume du premier ballon, à 0°, est $\frac{\pi D^3}{6}$, d'après la formule connue du volume de la sphère ; et le poids de l'air déplacé, à 0° et à la pression 76, est $\frac{1^{gr},293 \times \pi D^3}{6}$.

Or, le volume du même ballon à t degrés est $\frac{\pi D^3 (1 + \delta t)}{6}$, et le poids de l'air déplacé à t degrés et à la pression 74, est $\frac{1^{gr},293 \times \pi D^3 (1 + \delta t)\, 74}{6\,(1 + \alpha t)\, 76}$.

74 étant plus petit que 76, et $\delta < \alpha$, cette seconde perte de poids est moindre que la première, et le ballon pèse en plus la différence de ces deux poids, ou

$$\frac{1^{gr},293 \times \pi D^3}{6} \left[1 - \frac{(1 + \delta t)\, 74}{(1 + \alpha t)\, 76} \right] \quad [1].$$

De même, le second ballon, à t degrés et à la pression 74, pèse en plus

$$\frac{1^{gr},293 \times \pi d^3}{6} \left[1 - \frac{(1 + \delta t)\, 74}{(1 + \alpha t)\, 76} \right] \quad [2].$$

Or, à cause de $d < D$, c'est le second ballon qui est le plus léger, et il faut lui ajouter un poids x égal à la différence des deux augmentations [1] et [2]. Donc

$$x = \frac{\pi \times 1^{gr},293}{6} \left[1 - \frac{(1 + \delta t)\, 74}{(1 + \alpha t)\, 76} \right] (D^3 - d^3).$$

Remplaçant et effectuant les calculs, on trouve $x = 2^{gr},770$.

XXXIX. — Calculer la force ascensionnelle d'un ballon sphérique de taffetas, qui, étant vide, pèse $63^k,620$, et qui est rempli d'hydrogène impur, sachant que le taffetas verni pèse $0^k,250^{gr}$ le mètre carré, le mètre cube d'air $1^k,300^{gr}$, et le mètre cube d'hydrogène $0^k,100^{gr}$.

La surface du ballon $= \frac{63^k,620}{0^k,250} = 254^{m.car.},48$. Or, la surface du ballon, étant celle d'une sphère, est égale à $4\pi R^2$; on a donc $4\pi R^2 = 254^{m.car.},48$; d'où

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{254,48}{3,1416}} = \frac{1}{2}\sqrt{81,0033} = 4^m,50.$$

Par conséquent, en appelant V le volume de la sphère, on a

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3.1416 \times (4,5)^3}{3} = 381^{m.cub.},7044.$$

Le poids de l'air déplacé est donc $1^k,3 \times 381,7044 = 496^k,216^{gr}$.

Le poids de l'hydrogène est $0^k,1 \times 381,7044 = 38^k,1704$; donc la force ascensionnelle est $496^k,216 - 38^k,170 - 63^k,620 = 392,^k426^{gr}$.