XL. — On donne un ballon dont le rayon est de 1 mètre; ce ballon est rempli aux trois quarts de gaz hydrogène; on demande le poids qu'il pourrait enlever, sachant que la densité de l'hydrogène est 0,069 et qu'un litre d'air pèse $1^{gr},3$. L'air et l'hydrogène sont à la pression $0^m,76$ et à la température 0 degré.

Volume du ballon $= \frac{4\pi R^3}{3}$, dont les $\frac{3}{4} = \frac{4\pi R^3}{3} \times \frac{3}{4} = \pi R^3 = 3^{m.cub.},1416$. Un mètre cube d'air pesant $1^k,300^{gr}$, le poids de l'air déplacé par le ballon est $1^k,300 \times 3,1416 = 4^k,084^{gr}$. Quant au poids de l'hydrogène qui remplit le ballon, il est $4^k,084 \times 0,069 = 0^k,281$. Donc le poids que le ballon peut enlever, y compris son propre poids, est $4^k,084 - 0^k,281 = 3^k,803^{gr}$.

XLI. — On a un aérostat sphérique de 4 mètres de diamètre; on l'emplit d'hydrogène impur, qui pèse 100 grammes le mètre cube; le taffetas verni dont est formée l'enveloppe pèse 250 grammes le mètre carré. On demande combien il faut d'hydrogène pour le remplir, et à quel poids il peut faire équilibre, sachant que l'air pèse 1300 grammes le mètre cube.

On sait, en géométrie, que le volume d'une sphère dont le rayon est R est représenté par $\frac{4\pi R^3}{3}$, et la surface par $4\pi R^2$. Par conséquent V étant le volume du ballon plein, et S sa surface, on a

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3,1416 \times 8}{3} = 33^{m.cub.},510,$$

$$\text{et } S = 4\pi R^2 = 4 \times 3,1416 \times 4 = 50^{m.car.},2655.$$

Par conséquent, le poids de l'hydrogène contenu dans le ballon est, d'après l'énoncé, 100 grammes $\times$ 33,510 $= 3^k,351$; et celui de l'enveloppe égale 250 grammes $\times$ 50,2655 $= 12^k,566$. Le poids total du ballon, y compris celui de l'hydrogène et de l'enveloppe, est donc $3^k,351 + 12^k,566 = 15^k,917$.

Mais le poids de l'air déplacé par le ballon, et, par suite, la poussée de bas en haut (167) est, d'après l'énoncé, $1^k,300 \times 33,510 = 43^k,563$. Donc, enfin, le poids auquel le ballon peut faire équilibre est $43^k,563 - 15^k,917 = 27^k,646$.

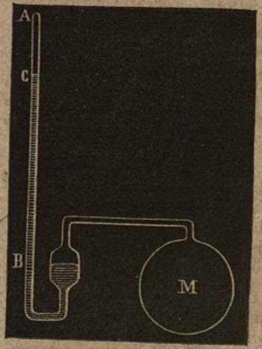

Fig. 680.

MACHINES PNEUMATIQUE ET DE COMPRESSION (156, 177, 179).

XLII. — Le volume d'air, dans le manomètre d'une machine de compression, est égal à 152 parties. Par le jeu de la machine, ce volume est réduit à 37 parties, et le mercure s'est élevé, dans le tube manométrique, à $0^m,48$. On demande dans quel rapport s'est accrue la quantité d'air dans le récipient de la machine.

Dans la figure ci-contre, on a AB = 152 parties, AC = 37 parties, et BC = $0^m,48$. Cela posé, la pression de l'air en AC est donc, d'après la loi de Mariotte, $\frac{152}{37} = 4^{at.},108 = 3^m,122$, puisqu'une atmosphère est représentée par $0^m,76$. La pression dans le récipient M, où l'on comprime l'air, est donc $3^m,122 + 0^m,48 = 3^m,602$. Or, la masse de l'air ayant augmenté comme la pression, elle est actuellement, dans le récipient, $\frac{3^m,602}{0,76} =$ 4,7. C'est-à-dire qu'elle est devenue 4 fois $\frac{17}{10}$ plus grande.

XLIII. — Un manomètre à air comprimé est divisé en 110 parties d'égale capacité : quand la pression extérieure est de $0^m,76$, le mercure, dans l'intérieur du tube et dans la cuvette, se tient au zéro de l'échelle. On porte le manomètre sous le récipient d'une machine à comprimer l'air, et on voit le mercure s'élever jusqu'à la 80^{me} division ; mesurant alors la hauteur du mercure dans le tube, on la trouve de $0^m,45$; on demande la pression dans la machine.

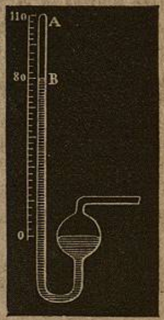

Fig. 681.

Soit P la pression de l'air en AB (fig. 681); la portion de l'échelle correspondante à AB étant 30, on a $\frac{P}{76} = \frac{110}{30}$, d'où $P = 2^m,787$. En y ajoutant la hauteur $0^m,450$ du mercure dans le tube, la pression totale est $3^m,237$.

Pour la réduire en atmosphère, il n'y a qu'à diviser $3^m,237$ par $0^m,76$, ce qui donne $4^{atm.} + \frac{1}{4}$.

XLIV. — La cloche d'une machine pneumatique renferme $3^{lit.},17$ d'air; un baromètre communiquant avec la partie supérieure de la cloche, marque zéro quand celle-ci est en communication avec l'atmosphère. On ferme la cloche et on fait jouer la machine; le mercure s'élève alors dans le baromètre de $0^m,65$. Un second baromètre placé près de la machine a marqué $0^m,76$ pendant toute l'expérience. On demande le poids de l'air qu'on a retiré de la cloche et le poids de celui qui reste, la température étant zéro.

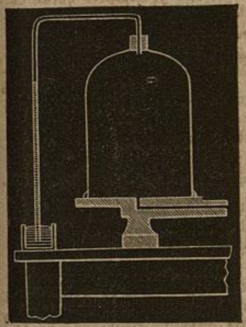
Fig 682.

A 0° et à la pression $0^m,76$, le poids de l'air contenu dans la cloche est

$$1^{gr},3 \times 3,17 = 4^{gr},121.$$

A 0° et à la pression 76 — 65 = 11, le poids de l'air qui reste encore dans la cloche est

$$\frac{1^{gr},3 \times 3,17 \times 11}{76} = 0^{gr},596.$$

Donc, le poids de l'air retiré de la cloche est $4^{gr},121 - 0^{gr},596 = 3^{gr},525$.

XLV. — On fait jouer le piston d'une machine pneumatique; la capacité du récipient est de $7^{lit.},53$, et il est rempli d'air à la pression 0^m 76 et à la température 0°. On demande : 1° le poids de l'air lorsque la pression est réduite à $0^m,021$; 2° le poids de l'air extrait par le piston; 3° le poids de l'air qui resterait dans la cloche à la température de 15 degrés.

1° A 0° et $0^m,76$ de pression, $7^{lit.},53$ d'air pèsent $1^{gr},293 \times 7,53 = 9^{gr},736$.

A 0° et $0^m,021$ de pression, le même volume pèse donc $\frac{9^{gr},736 \times 21}{760} = 0^{gr},269$.

2° Le poids de l'air retiré égale $9^{gr},736 - 0^{gr},269 = 9^{gr},467$.

3° Le poids de l'air qui resterait, à 15°, serait $\frac{0^{gr},269}{1 + 0,00367 \times 15} = 0^{gr},255$ (292, prob. VI).

XLVI. — Sachant que la capacité du corps de pompe d'une machine pneumatique est $\frac{1}{3}$ de la capacité du récipient, calculer après combien de coups de piston simples la pression intérieure sera la deux-centième partie de ce qu'elle était primitivement.

Représentons par 1 la pression atmosphérique et par 1 le volume du récipient. Après l'ascension du piston, ce volume sera $1 + \frac{1}{3}$, et par conséquent la pression de l'air sous le récipient sera $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$, puisqu'elle est en raison inverse du volume. De même, au second coup de piston, elle est $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$ de ce qu'elle était après le premier; c'est-à-dire $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$ de $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$, ou $\frac{1}{\left(1+\frac{1}{3}\right)^2}$.

On trouvera ainsi qu'après n coups de piston, la pression est $\frac{1}{\left(1+\frac{1}{3}\right)^n}$ [1].

On a donc $\frac{1}{\left(1+\frac{1}{3}\right)^n} = \frac{1}{200}$, d'où $\left(1+\frac{1}{3}\right)^n = 200$; ou $\left(\frac{4}{3}\right)^n = 200$.

Prenant les logarithmes, il vient $n = \frac{\log 200}{\log 4 - \log 3} = 18,4$.

La formule [1] ci-dessus pourrait aussi se déduire de la formule $F = H\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ donnée au paragraphe 177, en y faisant $H = 1$, $V = 1$, et $v = \frac{1}{3}$.

Pour d'autres problèmes sur la machine pneumatique, voir le paragraphe 177.

ACOUSTIQUE (202, 226, 229, 238 et 242).

XLVII. — Le bruit du canon a mis 15 secondes à se transmettre d'un lieu à un autre, la température étant de 22 degrés; on demande la distance entre ces deux lieux, sachant que la vitesse du son à zéro est de 333 mètres.

On a vu (202) que la vitesse du son dans l'air, à t degrés, est donnée par la formule $v' = v\sqrt{1+\alpha t}$, α étant le coefficient de dilatation de l'air, et égal à 0,00367, et v étant la vitesse du son à zéro.

Donc la vitesse, à 22 degrés, égale $333\sqrt{1 + 0,00367 \times 22} = 346^m$. Or, cette vitesse étant le chemin parcouru par le son en une seconde, le chemin parcouru en 15 secondes est $346^m \times 15 = 5190$ mètres; c'est la distance demandée.

III. — La densité du fer étant 7,8, celle du cuivre 8,9, on demande quel

doit être le rapport des diamètres de deux fils cylindriques, l'un de fer, l'autre de cuivre, de longueurs égales et également tendus, pour qu'ils rendent la même note, lorsqu'on les fait vibrer transversalement.

D'après la formule sur les vibrations transversales des cordes $n = \frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi d}}$ (226), les poids, les longueurs et les nombres de vibrations étant les mêmes pour les deux fils, on a

$$\frac{1}{rl}\sqrt{\frac{P}{\pi d}} = \frac{1}{r'l}\sqrt{\frac{P}{\pi d'}}, \text{ ou, simplifiant, } \frac{1}{r}\sqrt{\frac{1}{d}} = \frac{1}{r'}\sqrt{\frac{1}{d'}};$$

élevant au carré les deux membres de la dernière égalité, il vient $\frac{1}{r^2 d} = \frac{1}{r'^2 d'}$, ou $r^2 d = r'^2 d'$, d'où $\frac{r^2}{r'^2} = \frac{d'}{d} = \frac{8,9}{7,8}$; donc $\frac{r}{r'} = \sqrt{\frac{8,9}{7,8}} = 1,068$.

XLIX. — Ayant laissé tomber une pierre dans un puits, le son que produit la pierre en rencontrant l'eau ne se fait entendre que 3 secondes après qu'on l'a lâchée. On demande à quelle profondeur est l'eau, sachant que le son parcourt 337 mètres par seconde.

Représentons par v la vitesse du son, par x la profondeur du puits jusqu'à l'eau, et par T le temps qui s'écoule entre le commencement de la chute et la perception du son. De la formule $e = \frac{1}{2}gt^2$ (55), on tire $t = \sqrt{\frac{2e}{g}} = \sqrt{\frac{2x}{g}}$; c'est le temps que la pierre met à tomber.

Pour trouver le temps qu'il faut au son pour arriver à l'oreille de l'observateur, remarquons que l'espace qu'il parcourt par seconde étant v, il lui faudra, pour parcourir l'espace x, autant de secondes que x contient de fois v, c'est-à-dire $\frac{x}{v}$.

On devra donc avoir

$$\sqrt{\frac{2x}{g}} + \frac{x}{v} = T, \quad \text{ou} \quad \sqrt{\frac{2x}{g}} = T - \frac{x}{v};$$

$$\text{d'où} \quad \frac{2x}{g} = T^2 - \frac{2Tx}{v} + \frac{x^2}{v^2}.$$

Chassant les dénominateurs et transposant, il vient

$$gx^2 - 2v\,(v + gT)\,x + v^2 g T^2 = 0.$$

$$\text{Résolvant,} \quad x = \frac{v}{g}\left\{ gT + v \pm \sqrt{v\,(2gT + v)} \right\}.$$

Remplaçant v, g et T par leurs valeurs, on trouve

$$x = \frac{337}{9,81}\left\{ 9,81 \times 3 + 337 \pm \sqrt{337\,(2 \times 9,81 \times 3 + 337)} \right\}$$

$$\text{d'où} \quad x = \frac{337}{9,81}\,(366,43 \pm 365,24);$$

ce qui donne les deux solutions $x = 25134^m,9$, et $x = 40^m,8$. La première est à rejeter, car elle représente un espace plus grand que celui que parcourt le son en 3 secondes. C'est une *solution étrangère* due à l'élévation au carré du radical $\sqrt{\frac{2x}{g}}$ dans l'équation du problème. La profondeur du puits est donc $40^m,8$.

Pour d'autres problèmes sur les vibrations des cordes, voir le paragraphe 229, et pour les problèmes sur les tuyaux sonores, le paragraphe 242.

ÉCHELLES THERMOMÉTRIQUES (260).

L. — Un thermomètre centigrade marque 35 degrés, que doivent marquer dans le même moment un thermomètre Réaumur et un thermomètre Fahrenheit?

D'après les rapports qui existent entre les trois échelles (260),

le thermomètre Réaumur marque.. $35 \times \frac{4}{5} = 28^o$;

et le thermomètre Fahrenheit.. $35 \times \frac{9}{5} + 32 = 92$.

LI. — A quelle température le thermomètre centigrade et le thermomètre Fahrenheit marquent-ils le même nombre de degrés?

x étant ce nombre de degrés, on a $(x - 32) \times \frac{5}{9} = x$, d'où $x = -40^o$.

LII. — On a deux thermomètres à mercure construits avec le même verre; l'un a une boule dont le diamètre intérieur est $0^m,0075$, et un tube dont le diamètre intérieur est $0^m,0025$; l'autre a une boule de $0^m,0062$ de diamètre, et un tube de $0^m,0015$ de diamètre intérieur. On demande quel est le rapport de longueur d'un degré du premier thermomètre à un degré du second.

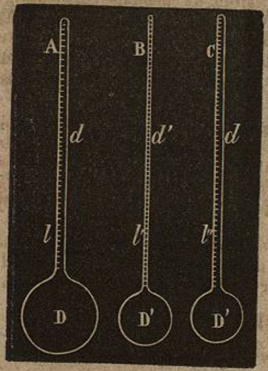

Fig. 683.

Soient A et B les deux thermomètres donnés, D et D' les diamètres des boules, d et d' les diamètres des tubes. Si l'on conçoit un troisième thermomètre C qui ait la même boule que B et le même tube que A, et si l'on représente par l, l', l'' les longueurs respectives d'un degré dans les trois thermomètres, les thermomètres A et C ayant des tiges de mêmes diamètres, les longueurs l et l'' sont directement proportionnelles aux volumes des boules D et D', ou, ce qui est la même chose, aux cubes de leurs diamètres; et les thermomètres B et C ayant mêmes boules, les longueurs l'' et l' sont inversement proportionnelles aux sections des tiges, ou, ce qui revient au même, aux carrés de leurs diamètres. On a donc

$$\frac{l}{l''} = \frac{D^3}{D'^3}, \text{ et } \frac{l''}{l'} = \frac{d'^2}{d^2};$$

multipliant membre à membre, il vient $\frac{l}{l'} = \frac{D^3 d'^2}{D'^3 d^2}$.

Substituant aux lettres leurs valeurs, $\frac{l}{l'} = \frac{421875 \times 225}{238328 \times 625} = 0,63$.

DILATATION DES SOLIDES (273, 277 et 278).

LIII. — On a une barre de 3 mètres d'un métal qui a pour coefficient de dilatation $\frac{1}{754}$; une autre barre de 5 mètres, d'un autre métal, se dilate, pour un même nombre de degrés, autant que la première; en trouver le coefficient de dilatation.

Soit k le coefficient de dilatation de cette seconde barre, son allongement total, pour un degré, sera $5 \times k$, et celui de la première barre $3 \times \frac{1}{754}$; on a donc

$$5 \times k = 3 \times \frac{1}{754}, \text{ d'où } k = \frac{3}{3770}.$$

LIV. — On a un carré de tôle de 3 mètres de côté, à zéro; on en porte la température à 64 degrés. Calculer ce que deviendra sa surface, en sachant que le coefficient de dilatation du fer est 0,0000122.

En représentant par l le côté donné à zéro, par l' le même côté à t degrés, et par k le coefficient de dilatation du fer, on a la formule connue (277) $l' = l(1 + kt)$, à l'aide de laquelle on trouve le côté l' à 64 degrés, en y faisant $l = 3$, $t = 64$, et $k = 0,0000122$, ce qui donne

$$l' = 3(1 + 0,0000122 \times 64) = 3^m,0023424.$$

Cela posé, la surface d'un carré étant égale au produit de son côté par lui-même, la surface cherchée égale $(3^m,0023424)^2 = 9^{mc},01^{dc},41^{cc}$.

LV. — On veut faire avec de l'acier et du laiton un pendule compensateur dont la longueur constante sera de $0^m,50$. On sait que le coefficient de dilatation de l'acier employé à cet usage est de 0,000010788, et celui du laiton de 0,000018782. On demande quelle disposition on devra donner à ce pendule et quelles devront être les longueurs des barres d'acier et de laiton pour que la compensation ait lieu.

Pour satisfaire aux conditions de ce problème, il faut : 1° que la tige du pendule soit formée d'un système de barres de laiton et d'acier, disposées de manière que leur dilatation se produise en sens contraire; 2° que les longueurs respectives du laiton et de l'acier soient en raison inverse de leurs coefficients de dilatation (280). On satisfait à ces conditions en disposant le pendule comme on a déjà vu (fig. 208).

En représentant par x la longueur totale des barres d'acier, et par y celle des barres de laiton, on aura, d'après l'équation [1] du paragraphe 280, $x - y = 50^c$ [1].

De plus, les longueurs x et y devant être en raison inverse des coefficients, on a

$$\frac{x}{y} = \frac{18782}{10788} \text{ [2]}.$$

Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $x = 1^m,1747$, et $y = 0^m,6747$.

LVI. — Un vase sphérique d'un rayon intérieur égal à $\frac{2}{3}$ de mètre, à 0 degré, est formé d'une matière dont le coefficient de dilatation linéaire égale $\frac{1}{2500}$; on demande combien de kilogrammes de mercure ce vase renferme : 1° à 0 degré; 2° à 25 degrés.

Soient R le rayon du vase, V son volume à zéro, V' son volume à t^o et K son coefficient de dilatation linéaire, on aura $V = \frac{4\pi R^3}{3}$,

$$\text{et } V' = \frac{4\pi R^3(1 + 3Kt)}{3} \text{ (277)}.$$

Remplaçant R, K et t par leurs valeurs, il vient

$$V = 1241^{lit.},11, \text{ et } V' = 1278^{lit.},333.$$

La densité du mercure à 0° étant 13,596, celle du même corps à 25° est $\frac{13,596}{1 + \frac{1}{5550} \times 25} = 13,535$ (278, prob. V). Donc le poids du mercure à 0° est

$1241^{\text{lit}},11 \times 13,596 = 16863^{\text{k}},996$, et le poids à 25° est $1278,333 \times 13,535 = 17302^{\text{k}},237^{\text{gr}}$.

LVII. — Un aréomètre de Fahrenheit pèse 80^{gr}. Lorsqu'il est chargé de 45^{gr}, il affleure dans un liquide dont la température est de 20°, et dont la densité à la même température est 1,5. On demande le volume à 0° de la portion immergée de l'instrument.

Le poids du liquide déplacé est $80^{\text{gr}} + 45^{\text{gr}} = 125^{\text{gr}}$, et son volume, à 20°, est $\frac{P}{D} = \frac{125}{1,5}$.

Tel est donc, à cette température, le volume de la portion immergée; d'où le volume à 0° est (277) $\frac{125}{1,5} \times \frac{1}{1 + 0,00002584 \times 20} = 83^{\text{cc}},290$,

0,00002584 étant le coefficient de dilatation cubique du verre.

LVIII. — La dilatation du fer pour chaque degré d'élévation de température étant de 0,0000122 de la longueur mesurée à zéro, quelle sera, à 60 degrés, la surface d'un disque circulaire de tôle, qui, à zéro, a $2^{\text{m}},75$ de diamètre?

$$S = \pi R^2 (1 + kt)^2 = 3,1416 \times (1^{\text{m}},375)^2 (1 + 0,0000122 \times 60)^2$$
$$= 5^{\text{m.car.}},94^{\text{d.car.}},83^{\text{c.car.}}$$

LIX. — Une règle de platine de 2 mètres de longueur est divisée, à l'une de ses extrémités, en quarts de millimètre; une règle de cuivre de $1^{\text{m}},950$ étant appliquée dessus, à zéro, en diffère de $0^{\text{m}},050$, c'est-à-dire de 200 divisions de la règle de platine. On demande quelle est la température commune aux deux règles lorsqu'elles diffèrent de 164 divisions de la règle de platine; le coefficient de dilatation du platine étant 0,000008842, et celui du cuivre, 0,000017182.

La longueur de la règle de platine, qui est de 8000 divisions à zéro, est à t degrés,

$$8000\,(1 + 0,000008842 \times t)\ (277).$$

La règle de cuivre, qui vaut 7800 divisions à zéro, vaut, à t degrés,

$$7800\,(1 + 0,000017182 \times t).$$

Enfin les 164 divisions apparentes équivalent en réalité à

$$164\,(1 + 0,000008842 \times t). \quad \text{On a donc}$$

$$8000\,(1 + 0,000008842 \times t) - 7800\,(1 + 0,000017182 \times t) = 164\,(1 + 0,000008842 \times t),$$

$$\text{d'où l'on tire } t = \frac{36}{0,0647337} = 556°.$$

DILATATION DES LIQUIDES (281, 282, 283, 284, 288 et 289).

LX. — Le poids spécifique du mercure étant 13,59 à zéro, on demande quel est, à 85°, le volume de 30 kilogr. de ce métal. On prendra pour coefficient de dilatation du mercure $\frac{1}{5550}$.

Le volume à zéro est $\frac{P}{D} = \frac{30}{13,59}$; d'où le volume à 85° est

$$\frac{30}{13,59}\left(1 + \frac{1}{5550} \times 85\right) = 2^{\text{lit}},241.$$

LXI. — Les hauteurs de deux baromètres A et B ont été observées, l'une à − 10°, l'autre à + 15; on demande quelle correction il faut leur faire subir

pour les ramener l'une et l'autre à ce qu'elles eussent été à la température de zéro, sachant que le coefficient de dilatation cubique du mercure est $\frac{1}{5550}$. On supposera A haut de 737 millimètres, et B de 763.

Cette question se résout au moyen de la formule $h = \frac{H}{1 + Dt}$ (288), en prenant t avec le signe +, pour les températures au-dessus de zéro, et avec le signe −, pour les températures au-dessous. De cette formule, on tire, pour le baromètre A, $h = 737 \times \frac{5550}{5550 - 10} = 738^{\text{mm}},3$; et pour le baromètre B,

$$h = 763 \times \frac{5550}{5550 + 15} = 760^{\text{mm}},9.$$

LXII. — Dans un thermomètre à mercure, on sait que chaque division est $\frac{1}{6480}$ de la capacité du réservoir jusqu'au zéro de la graduation. Cela posé, si l'on vide un semblable thermomètre et qu'on y introduise jusqu'au zéro, dans la glace fondante, un liquide dont le coefficient de dilatation absolue soit $\frac{1}{2000}$, on demande jusqu'à quelle division s'élèvera ce liquide à 20°, le coefficient de dilatation cubique du verre étant $\frac{1}{38700}$.

Le coefficient de dilatation apparente du mercure dans le verre étant $\frac{1}{6480}$, celui du liquide donné est $\frac{1}{2000} - \frac{1}{38700} = \frac{367}{774000}$. Or, la hauteur h et la hauteur 20 qu'atteignent respectivement ce liquide et le mercure dans la tige du thermomètre étant évidemment proportionnelles aux dilatations apparentes, on a

$$\frac{h}{20} = \frac{367}{774000} : \frac{1}{6480}, \quad \text{d'où } h = 61°,45.$$

LXIII. — Une colonne d'eau de $1^{\text{m}},55$ de hauteur, et une colonne d'un autre liquide de $3^{\text{m}},17$ de hauteur, se font équilibre dans les branches d'un siphon, la température des deux liquides étant 4 degrés; on demande quelle est la densité du second liquide par rapport à l'eau, et quelle serait la hauteur à laquelle il s'élèverait si sa température était portée à 25 degrés, celle de l'eau restant 4°, et le coefficient de dilatation absolue du liquide étant $\frac{1}{6000}$.

1° Les hauteurs des colonnes liquides qui se font équilibre étant en raison inverse des densités (89), on a $1^{\text{m}},55 \times 1 = 3^{\text{m}},17 \times d$, d'où $d = 0,4889$, à 4°.

2° En représentant par h la hauteur du même liquide à 25 degrés, par d sa densité à 4 degrés, et par d' sa densité à 25 degrés, on a $3^{\text{m}},17 \times d = h \times d'$ [1]; or, $d' = \frac{d}{1 + \frac{1}{6000} \times 25}$ (278, prob. V). Portant cette valeur dans l'égalité [1], il vient

$$3^{\text{m}},17 = \frac{h}{1 + \frac{25}{6000}}, \quad \text{d'où } h = 3^{\text{m}},183.$$

LXIV. — Un tube de verre cylindrique, fermé à la partie inférieure et lesté avec du mercure, s'enfonce des $\frac{3}{4}$ de sa longueur dans de l'eau à 4°; on demande de combien il plongerait dans de l'eau à 20°. On sait que de 4 à 20 degrés, l'eau se dilate de 0,00179 de son volume, et l'on néglige la dilatation du verre de 4 à 20 degrés.

La densité de l'eau à 4° étant 1, à 20° elle sera en raison inverse du volume qu'a pris l'eau, c'est-à-dire $\frac{1}{1,00179}$. Or, la portion immergée du tube étant en raison inverse de la densité, on a

$$\frac{x}{\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{1,00179}\right)}, \text{ d'où } x = 0,7513.$$

LXV. — Un tube capillaire étant divisé en 180 parties d'égale capacité, on trouve qu'une colonne de mercure occupant 25 de ces divisions pèse $1^{gr},2$ à zéro degré. Cela posé, voulant faire de ce tube un thermomètre, on demande le rayon intérieur du réservoir sphérique qu'on doit lui souder pour que ses 180 divisions comprennent 150 degrés centigrades.

Puisque 25 divisions du tube contiennent $1^{gr},2$ de mercure, une seule division contient $\frac{1^{gr},2}{25}$, et les 180 divisions contiennent $\frac{1,2 \times 180}{25} = 8^{gr},64$. Ces 180 divisions devant comprendre 150 degrés, il s'ensuit que le poids de mercure correspondant à un seul degré est $\frac{8^{gr},64}{150}$. Mais la dilatation correspondante à un degré n'étant autre que la dilatation apparente du mercure dans le verre (283), le poids $\frac{8^{gr},64}{150}$ doit être $\frac{1}{6480}$ du poids du mercure contenu dans le réservoir, poids égal à $\frac{4\pi R^3 \times 13,596}{3}$, R étant le rayon du réservoir, et le poids spécifique du mercure étant 13,596; donc on a $\frac{4\pi R^3 \times 13,596}{3} \times \frac{1}{6480} = \frac{8,64}{150}$; d'où $R = 1^c,8$.

DILATATION DES GAZ (291, 292 et 293).

LXVI. — On a renfermé un baromètre dans un large tube qu'on a ensuite fermé à la lampe. La température du tube, au moment de sa fermeture, est 13°, et la hauteur du baromètre, 76. On demande à 0,0001 près à quelle hauteur s'élèvera le mercure dans le baromètre quand la température de l'air dans le tube sera de 30°.

En ne tenant d'abord compte que de la dilatation du mercure dans le tube barométrique en passant de 13° à 30°, on a $h = \frac{76\left(1 + \frac{30}{5550}\right)}{1 + \frac{13}{5550}} = \frac{76 \times 5580}{5563}$; mais comme dans le tube fermé la force élastique de l'air augmente dans le rapport de $1 + 13\alpha$ à $1 + 30\alpha$, la hauteur barométrique doit augmenter dans le même rapport; donc, enfin, on a

$$h = \frac{76 \times 5580\,(1 + 30\alpha)}{5563\,(1 + 13\alpha)} = 80^c,762.$$

LXVII. — Un ballon de verre d'une capacité de 5 litres à 0° est rempli d'acide carbonique à 0° et à la pression 76. On chauffe à 100° après l'avoir ouvert pour permettre la sortie du gaz. La pression étant alors 75, on demande le poids de l'acide carbonique sorti du ballon.

Le coefficient de dilatation de l'acide carbonique est 0,00367; la dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$; 1 litre d'air à 0° et à la pression 76 pèse $1^{gr},293$; et enfin la densité de l'acide carbonique est 1,5.

A 100° et à la pression 75, le volume de l'acide carbonique devient

$$\frac{5\,(1 + 0,00367 \times 100)\,76}{75} = 6^{lit},926.$$

A la même température, le volume du ballon 5 est $\left(1 + \frac{100}{38700}\right) = 5^{lit},013$.

Donc le volume du gaz sorti est $6,926 - 5,013 = 1^{lit},913$.

Pour avoir le poids de ce gaz, sachant que les 5 litres d'acide carbonique à 0° et à 76 pèsent $1^{gr},293 \times 5 \times 1,5 = 9^{gr},697$, et que, par suite, les $6^{lit},926$ à 100° et à 75 pèsent autant, on posera la proportion $\frac{x}{9^{gr},697} = \frac{1^{lit},913}{6,926}$, d'où $x = 2^{gr},678$.

LXVIII. — Une vessie à parois flexibles contient 4 litres d'air à 30° et à la pression 76. La pression atmosphérique restant la même, on demande ce que deviendra le volume d'air si l'on descend la vessie à une profondeur de 100 mètres dans un lac dont la température est de 4°.

Une colonne d'eau de $10^m,33$, à 4°, représentant une atmosphère (140), on convertit 100 mètres d'eau en atmosphères en divisant 100 par $10^m,33$, ce qui donne pour quotient $9^{at},68$. La vessie, au fond de l'eau, est donc soumise à une pression de $10^{at},68$. Le problème prend donc cette forme : on a 4 litres d'air à 30° et à $1^{at.}$ de pression ; quel en sera le volume à 4° et à $10^{at},68$?

$$\text{d'où} \quad (292) \quad V = \frac{4\,(1 + 0,00367 \times 4)}{1 + 0,00367 \times 30} \times \frac{1}{10,68} = 0^{lit},342.$$

LXIX. — Dans un ballon de verre dont la capacité à 0° est 250 c. cubes, on introduit une certaine quantité d'air sec capable d'occuper 25 c. cub. à 0° et à la pression 76. Ayant fermé le ballon et chauffé à 100°, on demande la pression intérieure.

On sait que le coefficient de dilatation de l'air est 0,00367, et la dilatation cubique du verre $\frac{1}{38700}$. A 100°, la capacité du ballon est $250\left(1 + \frac{100}{38700}\right) = \frac{250 \times 388}{387}$. A 100° et à la pression 76, le volume d'air libre serait $25\,(1 + 0,00367 \times 100) = 25 \times 1,367$; tandis que son volume réel est $\frac{250 \times 388}{387}$ à une pression inconnue x. Or, au volume $25 \times 1,367$ correspond la pression 76 ;

au volume 1, la pression $76 \times 25 \times 1,367$;

et au volume $\frac{250 \times 388}{387}$, la pression $\frac{76 \times 25 \times 1,367 \times 387}{250 \times 388} = 10^c,36$.

LXX. — Un corps pesé dans l'air, à 0° et à la pression 76, perd $6^{gr},327$ de son poids. On demande : 1° le volume du corps ; 2° sa perte de poids à 15° et à la pression $1^m,25$. — On sait que la densité de l'air par rapport à l'eau est $\frac{1}{770}$, que son coefficient de dilatation est 0,00367, et l'on néglige la dilatation du corps.

1° 1 décimètre cube d'eau pesant 1000^{gr}, le même volume d'air, à 0° et à 76, pèse $\frac{1000}{770} = \frac{100}{77}$. Donc le volume d'air déplacé, et par suite le volume du corps, est $6^{gr},327 : \frac{100}{77} = \frac{6,327 \times 77}{100} = 4^{\text{déc. cubes}},872$.

2° Pour avoir la perte de poids à 15° et à la pression 125^c, il faut chercher le poids de $4^{lit},872$ d'air à cette température et à cette pression. Or, ce poids est $\frac{100}{77} \times \frac{4,872 \times 125}{(1 + 0,00367 \times 15)\, 76} = 9^{gr},87$. Telle est donc la perte de poids cherchée.

LXXI. — A quelle température un litre d'air sec pèse-t-il 1 gramme, sous la pression $0^m,77$, le coefficient de dilatation de l'air étant 0,00367, et le poids d'un litre d'air sec, à 0° et à la pression $0^m,76$, étant $1^{gr},293$?

On a
$$\frac{1,293 \times 77}{(1 + 0,00367 \times t)\, 76} = 1^{gr}, \quad \text{d'où } t = 86^\circ.$$

LXXII. — Quelle est à 10°,8 la perte de poids, dans l'air, d'un corps dont le volume à cette température est 5182 m. cubes; et quelle serait, à 25°,13, la perte de poids du même corps, sachant que son coefficient de dilatation linéaire est $\frac{1}{2400}$?

A 10°,8, la perte de poids est $\frac{1^{gr},293 \times 1000 \times 5182}{1 + 0,00367 \times 10,8} = 6445^k,1$.

A 25°,13, le volume du corps est $\frac{5182\left(1 + \frac{3 \times 25,13}{2400}\right)}{1 + \frac{3 \times 10,8}{2400}}$, et, par suite, sa perte de poids est

$$\frac{1^{gr},293 \times 1000 \times 5182\left(1 + \frac{3 \times 25,13}{2400}\right)}{(1 + 0,00367 \times 25,13)\left(1 + \frac{3 \times 10,8}{2400}\right)} = 6242^k,9.$$

DENSITÉS DES GAZ.

LXXIII. — Un ballon vide pèse $150^{gr},475$; plein d'air il pèse $160^{gr},158$; plein d'un autre gaz, $162^{gr},235$. 1° La pression étant invariable, on demande la densité de ce gaz par rapport à l'air; 2° quelle correction on aurait eu à faire si la pression avait été $0^m,75$ pendant la pesée de l'air, et $0^m,77$ pendant la pesée du gaz.

1° Poids de l'air $= 160^{gr},158 - 150^{gr},475 = 9^{gr},683$; poids du gaz $= 162^{gr},235 - 150,475 = 11^{gr},760$; d'où la densité du gaz par rapport à l'air (295) est $\frac{11,760}{3,683} = 1,2145$.

2° La correction à faire est de ramener le poids de l'air et celui du gaz à la pression $0^m,76$. Pour cela, le poids de l'air étant $9^{gr},683$ à la pression $0^m,75$, il est $\frac{9^{gr},683}{75}$ à la pression 1^c, et $\frac{9^{gr},683 \times 76}{75}$ à la pression 76. On trouvera de même que le poids du gaz à la pression 76 est $\frac{11,760 \times 76}{77}$. Donc la densité cherchée est $\frac{11,760 \times 76}{77} : \frac{9,683 \times 76}{75} = \frac{11,760 \times 75}{9,683 \times 77} = 1,183$.

LXXIV. — Un ballon vide pèse $137^{gr},435$; plein d'air, il pèse $145^{gr},237$; plein d'un autre gaz, $152^{gr},118$. On demande : 1° la densité du gaz par rapport à l'air, lorsque la pression et la température sont restées invariables; 2° la même densité dans le cas où la pression aurait été de 75 centimètres pendant la pesée de l'air, et de 77 centimètres pendant la pesée de l'autre gaz; 3° quel genre de correction aurait-il fallu faire, si la température avait été de 8 degrés pendant la pesée de l'air, et de 11 degrés pendant celle du gaz ?

1° $145,237 - 137,435 = 7^{gr},802$; $152,118 - 137,435 = 14^{gr},683$; densité du gaz $= \frac{14,683}{7,802} = 1,8806$.

2° Le poids de l'air à 75^c de pression étant $7^{gr},802$, à la pression 76^c il est $\frac{7,802 \times 76}{75}$; celui du gaz, à la pression 76, est $\frac{14,683 \times 76}{77}$; donc la densité du gaz, dans le second cas, est $\frac{14,683 \times 75}{7,802 \times 77} = 1,8337$.

3° Il faudrait ramener le poids des deux gaz à zéro, en multipliant le poids de l'air par $1 + 0,00367 \times 8$, et celui du gaz par $1 + 0,00367 \times 11$.

Outre les problèmes qui précèdent sur les dilatations, voir ceux qui ont été donnés paragraphes 278, 288 et 292.

CALORIQUES SPÉCIFIQUES (352, 353, 354, 355, 356, 357 et 365).

Tous les problèmes sur les caloriques spécifiques reposent sur les formules mtc et $m(t' - t)\,c$ données au paragraphe 354, et la mise en équation de ces problèmes consiste toujours à égaler la quantité de chaleur perdue par le corp chaud sur lequel on expérimente à celle qui est gagnée par l'eau et le vase dans lesquels on le plonge.

LXXV. — Dans $25^k,45$ d'eau à 12°,5, on met $6^k,17$ d'un corps à la température de 80 degrés ; le mélange prend une température de 14°,17 ; on demande quelle est la chaleur spécifique de ce corps.

En représentant par c le calorique spécifique demandé, d'après la formule $mc(t' - t)$ (354), la chaleur perdue par le corps chaud est représentée par $6^k,17\,(80 - 14,17)\,c$, et celle absorbée par l'eau l'est par $25^k,45\,(14,17 - 12,5)$; or, ces deux quantités de chaleur étant nécessairement égales, on a

$$6^k,17\,(80 - 14,17)\,c = 25^k,45\,(14,17 - 12,5)\,;\ \text{d'où } c = 0,104.$$

LXXVI. — Le rapport entre le poids spécifique du cuivre à zéro et celui d l'eau à 4° est 8,88. Le coefficient de dilatation cubique du cuivre est $\frac{1}{58200}$, et la fraction qui représente la dilatation totale de l'eau, entre 4 et 15 degrés, e $\frac{1}{1360}$. Cela posé, on demande quel est, à 15 degrés, le rapport des poids spécifiques de ces deux corps.

L'eau pesant 1 à 4°, à 15° elle pèse $\frac{1}{1 + \frac{11}{1360}}$ (278, prob. V).

A zéro, le cuivre pèse 8,88 ; à 15°, il pèse $\frac{8,88}{1 + \frac{15}{58200}}$. Donc le poids spécifique