du cuivre à 15° est

$$\frac{88,8}{1+\frac{15}{58200}} : \frac{1}{1+\frac{11}{1360}} = \frac{8,88 \times 58200}{58215} \times \frac{1371}{1360} = 8,94.$$

LXXVII. — La capacité de l'or pour la chaleur est 0,0298, celle de l'eau étant prise pour unité; on demande combien il faudra de ce métal à 45 degrés pour élever de 12°,3 à 15°,7, la température de $1^{k},000^{gr},58$ d'eau.

Soit x le poids cherché, en kilogrammes; d'après la formule $m(t'-t)c$, la chaleur cédée par l'or, en se refroidissant de 45 degrés à 15°,7, est $x(45-15,7)0,0298$, et celle absorbée par l'eau, en s'échauffant de 12°,3 à 15°,7, est $1^{k},00058\ (15,7-12,3)$. Or, la quantité de chaleur cédée par l'or étant nécessairement égale à celle qui est absorbée par l'eau, on a

$$x\,(45-15,7)\ 0,0298 = 1^{k},00058\ (15,7-12,3), \quad \text{d'où } x = 3^{k},896.$$

LXXVIII. — On a une sphère de platine de $0^{m},05$ de rayon à 95 degrés, on la plonge dans 2 litres d'eau à 4 degrés; on demande la température de l'eau lorsque l'équilibre s'est établi. La capacité calorifique du platine est 0,0324; son coefficient de dilatation est 0,000008842, et sa densité 22,07.

Soient V' le volume de la sphère à 95 degrés, et V le volume à zéro; on a

$$V' = V\,(1+Kt), \quad \text{d'où } V = \frac{V'}{1+Kt}.$$

$$\text{Or,} \quad V' = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4 \times 3,141592 \times 125^{\text{cent.cub.}}}{3} = 523^{\text{cent.cub.}},598.$$

$$\text{d'où } V = \frac{523,598}{1+0,000008842 \times 95} = 523^{\text{cent.cub.}},158.$$

Le poids de la sphère de platine est donc

$$P = 523^{\text{cent.cub.}},158 \times 22,07 = 11^{k},546^{gr}.$$

Par conséquent, la masse de platine, en se refroidissant de 95 à x degrés, cède, d'après la formule $m(t'-t)c$, une quantité de chaleur égale à $11^{k},546 \times (95-x) \times 0,0324$, et les deux litres d'eau, en s'échauffant de 4 à x degrés, absorbent $2 \times (x-4)$.

On a donc $2\,(x-4) = 11,546 \times 0,0324\ (95-x)$; d'où $x = 18°,3$.

LXXIX. — Un ballon sphérique de $0^{m},14$ de rayon, est plein de mercure à 70 degrés; on verse le mercure dans de l'eau à 4 degrés, qui remplit, à moitié, un vase cylindrique de $0^{m},40$ de hauteur et $0^{m},20$ de rayon. On sait que la capacité du mercure pour la chaleur est de 0,033. On demande quelle sera la température du mélange, en négligeant la température des parois du vase.

Soient V le volume du ballon, et R son rayon; on sait qu'en géométrie on a, pour le volume de la sphère, $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. On aura donc, d'après les données du problème, $V = \frac{4 \times 3,1416 \times 2^{\text{déc.cub.}},744}{3} = 11^{\text{déc.cub.}},494$. Or, si l'on prend pour densité du mercure 13,6, on aura sa densité à 70 degrés par la formule $d' = \frac{d}{1+Dt}$ (278), qui donne $d' = \frac{13,6}{1+\frac{70}{5550}} = 13,4306$.

Par conséquent, le poids du mercure contenu dans le ballon est

$$11^{\text{déc.cub.}},494 \times 13,4306 = 154^{k},371^{gr}.$$

Le demi-volume du cylindre égale

$$\frac{\pi R^2 H}{2} = \frac{3,141592 \times 4 \times 4}{2} = 25^{\text{déc.cub.}},133,$$

et le poids de l'eau qu'il contient est $25^{k},133^{gr}$.

Cela posé, si l'on représente par θ la température du mélange, l'eau a absorbé une quantité de chaleur représentée par $25^{k},133\ (\theta-4)$, et celle que le mercure a cédée l'est par $154,371 \times 0,033\ (79-\theta)$. On a donc l'équation

$$154,371 \times 0,033\,(70-\theta) = 25,133\ (\theta-4);$$

$$\text{d'où l'on tire } \theta = 15°,12.$$

LXXX. — Calculer la puissance calorifique du stère de bois qui pèse 400 kilogrammes, et qui se compose d'un mélange de bois de chêne et de bois de sapin, sachant que le chêne pèse 450 kilogrammes le mètre cube, et le sapin 325 kilogrammes; et que la quantité d'eau dont la température est élevée de 0 degré à 100 degrés par la combustion d'un mètre cube de bois, est de 12150^{k} pour le chêne, et de 8775^{k} pour le sapin.

Soient x le volume du chêne qui entre dans le stère, et y le volume du sapin, on a $x + y = 1$ [1].

Un mètre cube de chêne pesant 450^{k}, le volume x pèse $450\,x$; de même le volume y de sapin pèse $325\,y$; on a donc $450\,x + 325\,y = 400$ [2].

Résolvant les équations [1] et [2], on trouve $x = \frac{3}{5}$, et $y = \frac{2}{5}$.

Or, la puissance calorifique d'un mètre cube de chêne étant 12150, celle du volume x est $12150 \times \frac{3}{5}$, de même celle de y est $8775\ \frac{2}{5}$; donc la puissance calorifique demandée est $\frac{12150 \times 3 + 8775 \times 2}{5} = 10800$.

CALORIQUES LATENTS (300, 328, 362, 363, 364 et 365).

Nous ferons ici la même remarque que pour les caloriques spécifiques, savoir que tous les problèmes sur les caloriques latents reposent encore sur les formules mtc et $m(t'-t)\,c$ données au paragraphe 354

Quant à la mise en équation, elle consiste toujours à égaler la quantité de chaleur perdue d'un côté à celle qui est gagnée de l'autre; mais il importe d'observer qu'il y a ici un terme de plus à considérer que dans les équations sur les caloriques spécifiques, c'est le terme qui représente la chaleur absorbée ou cédée *pendant le changement d'état.*

LXXXI. — Combien faudrait-il de kilogrammes de glace à zéro pour amener à 10 degrés centigrades l'eau contenue dans un bassin à bord circulaire et à fond horizontal, dont la circonférence supérieure serait de $8^{m},30$, la circonférence inférieure de $6^{m},15$, et la hauteur de $1^{m},76$; ce bassin étant rempli d'eau à moitié de sa hauteur, et la température de l'eau du bassin étant de 30 degrés?

Soient R le rayon OB (fig. 684) de la base supérieure, r le rayon CD de la base inférieure, r' le rayon moyen IE, et h la hauteur IC du liquide contenu dans le bassin. D'après l'énoncé on a

$$R = \frac{8,30}{2\pi} = 1^{m},3210, \quad r = \frac{6,15}{2\pi} = 0^{m},9788, \quad IC = 0^{m},88,$$

$$\text{et } r' = \frac{R+r}{2} = 1^{m},1499.$$

Cela posé, le volume V du liquide étant celui d'un tronc de cône dont la hauteur est h, et dont les rayons des bases sont r et r', on a, d'après un théorème connu de géométrie,

$V = \frac{\pi h}{3}(r'^2 + r^2 + rr')$; d'où, remplaçant les lettres par leurs valeurs, il vient

$$V = \frac{3,1416 \times 0,88}{3}\left[(1,1499)^2 + (0,9789)^2 + 1,1489 \times 0,9788\right].$$

Effectuant les calculs, on trouve $V = 3^{\text{m.cub.}},138,583$, volume qui représente un poids d'eau de $3138^{\text{k}},583^{\text{gr}}$.

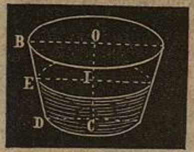

Fig. 684.

Soit actuellement x le poids de glace nécessaire pour refroidir cette masse d'eau de 30 à 10 degrés. Comme on a vu (363) qu'en se fondant, 1 kilogramme de glace absorbe 79 unités de chaleur, x kilogrammes de glace absorbent $79x$, pour donner x kilogrammes d'eau à zéro. Or, d'après les données de la question, cette dernière masse devant elle-même se trouver portée à 10 degrés, elle absorbe, en outre, une quantité de chaleur égale à $10\,x$ (354). D'un autre côté, la chaleur cédée par l'eau est égale à $3138^{\text{k}},583 \times (30 - 10)$, ou 62771,6. On a donc l'égalité

$$79\,x + 10\,x = 62771,6, \quad \text{d'où } x = 705^{\text{k}},300.$$

LXXXII. — Chercher combien il faut de kilogrammes de vapeur d'eau pour porter un bain de 246 kilogrammes d'eau, de 13 à 28 degrés, sachant que la chaleur latente de la vapeur d'eau est 540.

Soit x le poids de vapeur demandé; 1 kilogramme de vapeur qui se condense pour donner 1 kilogramme d'eau à 100 degrés, cédant 540 unités de chaleur, x kilogrammes de vapeur cèdent $540 \times x$; de plus, les x kilogrammes d'eau formés, se refroidissant ensuite de 100 degrés à 28, cèdent eux-mêmes un nombre d'unités représenté par $(100 - 28)\,x$. Or, les 246 kilogrammes d'eau qui constituent le bain dans lequel la vapeur se condense, s'échauffant alors de 13 à 28 degrés, absorbent une quantité de chaleur égale à $246\,(28 - 13)$. On a donc l'équation

$$540\,x + (100 - 28)\,x = 246\,(28 - 13), \text{ ou } (540 + 72)\,x = 246 \times 15;$$
$$\text{d'où } x = 6^{\text{kil}},529^{\text{gr}}.$$

LXXXIII. — Une cuve cylindrique, à fond plat et horizontal, a $1^{\text{m}},30$ de diamètre et $0^{\text{m}},75$ de hauteur intérieurement; elle est à moitié pleine d'eau à 4 degrés, et l'on chauffe ce liquide en y faisant arriver de la vapeur à 100 degrés fournie par $5^{\text{k}},250$ d'eau. On demande quelle sera la température du bain ainsi chauffé et quel en sera le volume.

On négligera la température du vase, et on prendra pour coefficient de dilatation de l'eau $\frac{1}{2200}$.

Le volume de l'eau $= \pi R^2 \times \frac{H}{2} = 3,1416 \times (0^{\text{m}},65)^2 \times \frac{0^{\text{m}},75}{2} = 497^{\text{lit.}},747.$

θ étant la température finale, et 540 le calorique de vaporisation de l'eau, on a donc (365, prob. V).

$$5^{\text{k}},250 \times 540 + 5,250\,(100 - \theta) = 497,747\,(\theta - 4); \quad \text{d'où } \theta = 10^{\circ},6.$$

Le volume total d'eau après la condensation serait, à 4 degrés,

$$497^{\text{lit.}},747 + 5^{\text{lit.}},250 = 502,997.$$

A 0°, le volume est donc $\dfrac{502,997}{1 + \frac{1}{2200} \times 4}$, et à 10°,6, il est

$$\frac{502,997 \times \left(1 + \frac{10,6}{2200}\right)}{1 + \frac{4}{2200}} = 504^{\text{lit.}},503.$$

LXXXIV. — La chaleur latente de la vapeur d'eau étant supposée égale à 540, on demande à quelle température on élèvera 20 litres d'eau à 4 degrés, en y condensant 1 kilogramme de vapeur à 100 degrés et à la pression de $0^{\text{m}},76$.

Soit θ la température finale, la chaleur cédée par un kilogramme de vapeur sera 540, et celle cédée par l'eau résultant de la condensation sera $100 - \theta$; on aura donc $540 + 100 - \theta = 20\,(\theta - 4)$, d'où $\theta = 34^{\circ},28$.

LXXXV. — Combien faut-il de kilogrammes de glace à zéro pour liquéfier et ramener à zéro 25 kilogr. de vapeur, dégagés d'un appareil où le thermomètre marque 100°, et le baromètre $0^{\text{m}},76$?

On a $79x = 25 \times 540 + 25 \times 100$, d'où $x = 202^{\text{k}},532^{\text{gr}}$.

LXXXVI. — 11 kilogrammes de glace à zéro ont été mélangés avec P kilogrammes d'eau à 45°; le mélange a pris la température de 12°; on demande le poids P.

On a $P\,(45 - 12) = 79 \times 11 + 12 \times 11$, d'où $P = 30^{\text{k}},333^{\text{gr}}$.

LXXXVII. — Dans une certaine masse d'eau à 14°, on a fait condenser 25 kil. de vapeur d'eau bouillante à la pression ordinaire de l'atmosphère; la température de la masse d'eau s'étant élevée à 61°,4, on demande le poids de cette masse, en admettant qu'il n'y ait pas de chaleur employée à chauffer le vase, et qu'il ne s'en soit pas perdu pendant l'expérience. On sait d'ailleurs que la chaleur latente de la vapeur d'eau est 350.

$$P = 302^{\text{k}},446^{\text{gr}}.$$

VAPEURS (336, 337 et 351).

LXXXVIII. — Dans un vase vide, d'une capacité de $2^{\text{lit.}},02$, on a introduit d'abord un litre d'air sec sous la pression $0^{\text{m}},76$, puis de l'eau en quantité telle, qu'il en reste définitivement 20 centimètres cubes à l'état liquide. On demande la pression intérieure, en supposant que la température soit de 30° au moment de l'expérience, et que la tension maximum de la vapeur d'eau, à cette température, soit de $0^{\text{m}},031$.

La capacité du ballon étant réduite des 20 centimètres d'eau qui y restent à l'état liquide, elle n'est en réalité que $2^{\text{lit.}},20$, moins $0^{\text{lit.}},020$, ou 2 litres. Le volume d'air se trouve donc doublé, et, par conséquent, sa tension, qui était $0^{\text{m}},76$, n'est plus que $0^{\text{m}},38$, d'après la loi de Mariotte. Ajoutant à cette pression celle de la vapeur, qui est $0^{\text{m}},031$, on a pour la pression intérieure totale $0^{\text{m}},411$.

LXXXIX. — Une certaine quantité d'air pèse $5^{\text{gr}},2$, à la température de 0 degré et sous la pression $0^{\text{m}},76$. On la chauffe à 30° sous la pression $0^{\text{m}},77$, en lui permettant de se saturer de vapeur d'eau. On demande quel sera alors le volume qu'elle occupera. La tension maximum de la vapeur à 30 degrés est de $0^{\text{m}},0315$, et on prendra $1^{\text{gr}},3$ pour poids du litre d'air sec à la température de 0° et sous la pression $0^{\text{m}},76$.

Le poids d'un litre d'air sec étant $1^{\text{gr}},3$, le volume correspondant à $5^{\text{gr}},2$ égale $\frac{5,2}{1,3} = 4$ litres, à 0 degré et à la pression $0^{\text{m}},76$. A 30°, le volume est donc

$4(1 + 0,00367 \times 30)$; volume qui, à la pression $0^m,77$, serait

$$\frac{4 \times (1 + 0,00367 \times 30)\,76}{77},$$

l'air étant sec. Mais lorsque l'air est saturé de vapeur dont la tension est $0^m,0315$, c'est cette tension, plus la force élastique de l'air, qui, d'après la deuxième loi des mélanges des gaz et des vapeurs (336), font équilibre à la pression $0^m,77$; donc la pression de l'air est $0^m,77 - 0^m,0315$, et, par conséquent, le volume demandé est $\frac{4 \times (1 + 0,00367 \times 30)\,76}{77 - 3,15} = 4^{lit},56$.

XC. — Le poids d'un litre d'air à zéro et à la pression $0^m,76$, est $1^{gr},293$, et la densité de la vapeur d'eau prise par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$. Cela posé, on demande quel est, à 30 degrés et à la pression 0,77, le poids d'un mètre cube d'air dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$, la tension maximum de la vapeur à 30 degrés étant $0^m,0315$.

Commençons par observer que la tension de la vapeur saturée étant $0^m,0315$, cette tension n'est plus que les $\frac{3}{4}$ de $0^m,0315$ lorsque la vapeur est à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$. De plus, l'air dont on demande le poids n'est pas, d'après la loi des mélanges (336), à la pression 77, mais à cette pression moins celle de la vapeur, c'est-à-dire à la pression $(0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315)$.

Le problème revient donc à chercher d'abord le poids d'un mètre cube d'air sec à 30° et à la pression $(0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315)$, puis celui d'un mètre cube de vapeur à 30° et à la tension $\frac{3}{4} \cdot 0^m,0315$, puis à faire la somme des deux poids.

1° A 30° et à la pression $0^m,77 - \frac{3}{4} \cdot 0^m,0315 = 0^m,7464$, 1 mètre cube d'air sec pèse

$$\frac{1293^{gr} \times 74,64}{(1 + 30\alpha)\,76} \quad [1];$$

2° A 30° et à la pression $\frac{3}{4} \cdot 0^m,0315$, 1 mètre cube de vapeur pèse

$$\frac{1293^{gr} \times 3,15 \times 5 \times 3}{(1 + 30\alpha)\,76 \times 8 \times 4} \quad [2].$$

Faisant la somme des formules [1] et [2], on a pour le poids demandé,

$$\frac{1293^{gr}}{(1 + 30\alpha 76)} \left\{ 74^c,84 + \frac{3,15 \times 5 \times 3}{8 \times 4} \right\} = 1169^{gr},6.$$

XCI. — On a 3 litres d'air à 30° et à la pression 76, dont l'état hygrométrique est $\frac{3}{4}$. On demande ce que deviendra ce volume d'air, à la même température et à la même pression, si on l'agite avec de l'acide sulfurique concentré, et quel sera l'accroissement de poids que prendra l'acide sulfurique.

La tension maximum de la vapeur à 30° est $0^m,0315$, et la densité de la vapeur par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$.

La tension maximum étant $3^c,15$, à l'état hygrométrique $\frac{3}{4}$ elle est $\frac{3}{4}$ de $3^c,15 = 2^c,36$. D'où les trois litres d'air humide sont à la pression $76 - 2,36 = 73,64$. Il s'agit donc de chercher ce que deviennent ces 3 litres en passant de la pression 73,64 à la pression 76, ce qui donne pour le volume cherché $\frac{3 \times 73,64}{76} = 2^{lit},906$.

Quant au poids des 3 litres de vapeur à 30° et à la pression 2,36, il est

$$\frac{1^{gr},293 \times 2,36 \times 5 \times 3}{(1 + 0,00367 \times 30)\,76 \times 8} = 0^{gr},067.$$

C'est donc là l'accroissement de poids que prendra l'acide sulfurique.

XCII. — Étant donnés $6^{lit},85$ d'air saturé de vapeur d'eau à 11° et sous la pression $0^m,768$, on demande quel sera le volume de cet air desséché à la température de 15 degrés et à la pression $0^m,750$. — On sait qu'à 11 degrés la tension de la vapeur à l'état de saturation est $0^m,010074$.

La pression primitive du gaz est $768 - 10,074 = 757,926$. Donc son volume à la pression 750 et à 11° est $\frac{6^{lit},85 \times 757,926}{750}$; d'où, à zéro et à la pression 750, son volume est $\frac{6^{lit},85 \times 857,926}{(1 + 0,00367 \times 11)\,750}$. Donc, enfin, à 15° et à la pression 750, le volume est

$$\frac{6^{lit},85\,(1 + 0,00367 \times 15)\,757,926}{(1 + 0,00367 \times 11)\,750} = 7^{lit},02.$$

XCIII. — Dans un tube en U contenant de la ponce sulfurique, on fait passer 1 mètre cube d'air à la température de 15 degrés. Le tube en U, pesé avant et après l'expérience, accuse, après le passage de l'air, un excès de poids de $3^{gr},95$; on demande l'état hygrométrique de l'air. — On sait que la densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air est $\frac{5}{8}$, et que la tension maximum à 15 degrés est $12^{mill.},69$.

Le poids d'un mètre cube d'air, à zéro et à la pression $760^{mill.}$, étant 1293^{gr}, à 15° et à la pression $12^{mill.},69$, son poids est $\frac{1293^{gr} \times 12,69}{(1 + 15\alpha)\,760}$; donc le poids d'un mètre cube de vapeur saturée, à 15 degrés, est $\frac{1293^{gr} \times 12,69 \times 5}{(1 + 15\alpha)\,760 \times 8} = 12^{gr},78$.

Mais le poids de la vapeur contenue dans l'air n'est que de $3^{gr},95$; donc, en représentant par E l'état hygrométrique cherché, on a (343) $E = \frac{3,95}{12,78} = 0,309$.

XCIV. — Une marmite de Papin contient $3^k,25$ d'eau à 142 degrés. En ouvrant la soupape, une portion de l'eau se vaporise, et l'autre se refroidit à 100 degrés. On demande le poids de vapeur produit, sachant que le calorique de vaporisation est 540.

Soit x le poids de la vapeur. La chaleur passée à l'état latent sera $540\,x$; et celle perdue par le refroidissement de $3^k,25$ d'eau de 142° à 100° sera $3^k,25 \times 42$. Donc on a

$$540\,x = 3^k,25 \times 42, \quad \text{d'où } x = 0^k,253^{gr}.$$

XCV. — Calculer le volume d'air qui, à l'état hygrométrique 0,70, contient 600 grammes de vapeur à 30 degrés; la tension maximum à 30 degrés étant $31^{\text{mill.}},548$, et la densité de la vapeur $\frac{5}{8}$.

Soit x le volume cherché, volume qui est le même pour l'air et pour la vapeur. On sait que le poids d'un litre de vapeur à 30° et à l'état hygrométrique 0,7, est $\frac{1^{\text{gr}},293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 30)\, 760 \times 8}$ (351, probl. II). Or, autant de fois le poids de 600 grammes contiendra le poids d'un litre, autant le volume demandé contiendra de litres. Donc

$$x = 600 : \frac{1^{\text{gr}},293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 30)\, 760 \times 8} = \frac{600\,(1 + 0,00367 \times 30)\, 760 \times 8}{1,293 \times 31,548 \times 0,7 \times 5}$$
$$= 28364 \text{ litres.}$$

XCVI. — On demande, à zéro degré et sous la pression $0^{\text{m}},760$, le poids d'un volume d'air sec, sachant que ce volume saturé, à 18 degrés et à la pression $0^{\text{m}},78$, pèse $16^{\text{gr}},25$. — La force élastique de la vapeur d'eau à 18 degrés est $0^{\text{m}},01535$, et sa densité égale $\frac{5}{8}$ de celle de l'air.

Pour avoir le volume d'air qui, à l'état de saturation, à 18 degrés et à la pression 780, pèse $16^{\text{gr}},25$, cherchons le poids d'un litre d'air saturé dans les mêmes conditions. Ce poids, qui se compose du poids d'un litre d'air sec, plus du poids d'un litre de vapeur, est

$$\frac{1^{\text{gr}},293\,(780 - 15,35)}{(1 + 0,00367 \times 18)\, 760} + \frac{1^{\text{gr}},293 \times 15,35 \times 5}{(1 + 0,00367 \times 18)\, 760 \times 8} \text{ (337, probl. III.)}$$

Réduisant au même dénominateur et simplifiant, on trouve, pour poids d'un litre d'air saturé à 18° et $780^{\text{mill.}}$ de pression, $\frac{1^{\text{gr}},29\ (780 \times 8 - 15,35 \times 3)}{(1 + 0,00367 \times 18)\, 760 \times 8}$.

Divisant le poids donné $16^{\text{gr}},25$ par le poids d'un litre, on a pour le volume cherché $\frac{16^{\text{gr}},25\,(1 + 0,00367 \times 18)\, 760 \times 8}{1^{\text{gr}},293\,(780 \times 8 - 15,35 \times 3)}$.

Or, c'est ce volume dont on demande le poids à zéro et à 760, quand il ne contient que de l'air sec. On aura donc le poids demandé en multipliant ce volume par $1^{\text{gr}},293$, ce qui s'obtient en supprimant ce facteur dans le dénominateur; donc on a pour solution $\frac{16^{\text{gr}},25\,(1 + 0,00367 \times 18)\, 760 \times 8}{780 \times 8 - 15,35 \times 3} = 17^{\text{gr}}$.

OPTIQUE.

XCVII. — Voulant comparer l'intensité d'une lampe Carcel à celle d'une bougie, au moyen du photomètre de Rumford (fig. 439), on trouve que les ombres portées sur l'écran paraissent de même intensité, lorsque la bougie étant à 2 mètres de l'écran, la lampe en est à $4^{\text{m}},74$. Quelle est l'intensité de la lampe, celle de la bougie étant prise pour unité?

Soit J l'intensité de la lampe à l'unité de distance, à la distance de $4^{\text{m}},74$ elle sera $\frac{J}{(4,74)^2}$ (438); de même, celle de la bougie, qui est 1 à l'unité de distance,

sera $\frac{1}{4}$ à la distance de 2 mètres. Mais, à ces distances, les deux intensités sont égales; on a donc

$$\frac{J}{(4,74)^2} = \frac{1}{4}, \text{ d'où } J = \frac{(4,74)^2}{4} = 5,617.$$

XCVIII. — Une lampe et une bougie sont distantes l'une de l'autre de $3^{\text{m}},15$, et l'intensité de la lumière de la bougie étant 1, à l'unité de distance, celle de la lampe est 5,6; à quelle distance de la lampe, sur la ligne droite qui joint les deux lumières, doit-on placer un écran, pour qu'il soit également éclairé par l'une et par l'autre, sachant que l'intensité d'une lumière est en raison inverse du carré de la distance?

Soit x la distance à laquelle l'écran doit être placé de la lampe; sa distance de la bougie sera $3^{\text{m}},15 - x$. Cela posé, l'intensité de la lampe, qui est 5,6 à l'unité de distance, est $\frac{5,6}{x^2}$ à la distance x (438); et celle de la bougie étant 1 à l'unité de distance, est $\frac{1}{(3,15 - x)^2}$ à la distance $3,15 - x$. Mais alors les intensités sont égales; donc

$$\frac{5,6}{x^2} = \frac{1}{(3,15 - x)^2}, \text{ ou } \left(\frac{3,15 - x}{x}\right)^2 = \frac{1}{5,6} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28},$$

et en extrayant la racine, $\frac{3,15 - x}{x} = \pm\sqrt{\frac{5}{28}} = \pm\, 0,422$; d'où l'on déduit les deux valeurs $x = 2^{\text{m}},21$, et $x = 5^{\text{m}},45$. La première correspond à un point situé entre les deux lumières; la seconde donne un point situé sur le prolongement de la droite qui les joint.

XCIX. — Devant un miroir sphérique concave de $0^{\text{m}},95$ de rayon, on place, à la distance de $3^{\text{m}},4$, un objet BD (fig. 319) dont la hauteur est de $0^{\text{m}},12$; on demande la distance de l'image au miroir et sa grandeur.

Ce problème se résout par la formule $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$, donnée en optique (453), dans laquelle p représente la distance de l'objet au miroir, p' la distance de l'image, et R le rayon de courbure du miroir. D'après l'enoncé, on a, en centimètres $p = 340$, et $R = 95$; substituant dans l'équation ci-dessus, il vient $\frac{1}{340} + \frac{1}{p} = \frac{2}{95}$; chassant les dénominateurs, on trouve :

$$95\,p' + 340 \times 95 = 2 \times 340\,p', \text{ ou } 585\,p' = 32300, \text{ d'où } p' = 55^{\text{c}},2.$$

Pour calculer la grandeur db de l'image, il faut se rappeler ce qui a été dit au paragraphe 459, dans lequel on a vu que les triangles BDC et Cdb (fig. 319) étant semblables, on a $\frac{bd}{BD} = \frac{Co}{CK}$, d'où $bd = \frac{BD \times Co}{CK}$. Or, par hypothèse,

$$BD = 12,\ CK = p - R = 3^{\text{m}},4 - 0^{\text{m}},95 = 2^{\text{m}},45;$$

et d'après la valeur de p', on a $Co = CA - Ao = 95^{\text{c}} - 55^{\text{c}},2 = 39^{\text{c}},8$; donc

$$bd = \frac{12 \times 39,8}{245} = 1^{\text{c}},95.$$

C. — Sur un miroir plan, tournant autour d'un axe vertical, tombe un rayon de lumière horizontal fixe; lorsque le miroir tourne d'un certain angle a, de quel angle tourne, dans le même temps, le rayon réfléchi.

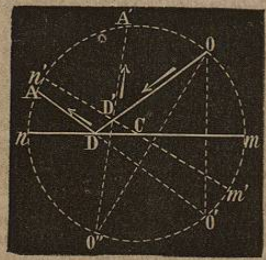

Fig 685

Soient mn la première position du miroir, $m'n'$ la deuxième quand il a tourné d'un angle a, et OD le rayon incident fixe. Si du centre de rotation C, avec un rayon arbitraire, on décrit une circonférence Omn, et que du point O, où elle coupe le rayon incident, on abaisse les cordes OO' et OO'' perpendiculaires sur mn et sur $m'n'$, les points O' et O'' étant les images du point O dans les deux positions du miroir, l'arc O'O'' mesure la déviation angulaire de l'image, et, par suite, du rayon réfléchi, tandis que l'arc mm' mesure celle du miroir. Or, les deux angles O'OO'' et mCm' sont égaux comme ayant les côtés perpendiculaires chacun à chacun; mais l'angle, O'OO'', qui est inscrit, a pour mesure la moitié de l'arc O'O'', et l'angle mCm', qui est un angle au centre, tout l'arc mm'. Donc O'O'' est double de mm'; ce qui fait voir que le miroir ayant tourné d'un angle a, le rayon réfléchi a tourné de $2a$.

FIN DES PROBLÈMES.

TABLE DES MATIÈRES

LIVRE PREMIER

MATIÈRE, FORCES ET MOUVEMENT.

LIVRE II

PESANTEUR ET ATTRACTION MOLÉCULAIRE.

LIVRE III

DES LIQUIDES.