complète de l'utilité qu'on a retirée de l'emploi de cette force, il faut tenir compte à la fois de son intensité et de l'espace décrit par son point d'application.

On a donné le nom de *travail mécanique* à la mesure de cette utilité que l'on définit ainsi :

On appelle travail d'une force le produit de l'intensité de cette force par le chemin parcouru par son point d'application dans la direction de la force.

Il peut arriver que la force agisse dans une direction autre que celle du chemin parcouru : tel est par exemple le cas d'une force agissant obliquement sur un wagon guidé par des rails. Une partie de la force sera perdue, car on aurait pu produire le même effet par une moindre force agissant parallèlement aux rails : l'effet peut même être nul, si la force agit perpendiculairement aux rails. Tel est encore le cas où on élève un fardeau par une pente douce d'un étage à un autre au lieu d'utiliser une échelle : le chemin parcouru est beaucoup plus grand, mais le résultat est le même. Pour tenir compte de ces conditions, on donne du travail la définition générale suivante :

Le travail d'une force constante en intensité et en direction est égal au produit de la force par la projection du chemin parcouru par son point d'application sur la direction de la force.

Si la force est variable, il faut décomposer le temps en instants assez petits pour qu'on puisse la considérer comme constante dans chacun d'eux. Pour chacun de ces instants on calcule le *travail élémentaire* d'après la définition précédente, et le *travail total* est la somme des travaux élémentaires ainsi obtenus.

On a fait choix d'une unité de travail à laquelle on a donné le nom de kilogrammètre; c'est le travail nécessaire pour élever de 1 mètre un poids de 1 kilogramme [1].

Lorsqu'une force ne donne lieu à aucun effet autre qu'une action mécanique (ce qui n'est pas, d'ailleurs, le cas général), le travail développé par cette force est la mesure de l'énergie actuelle du corps qu est la cause matérielle de cette action mécanique.

Le travail ne correspond à aucune idée autre que celle que nous venons d'indiquer : lorsqu'on applique ce même mot dans d'autres conditions, on lui donne, en réalité, un sens différent qui doit être nettement défini; mais, dans ce cas, il serait préférable, pour éviter une confusion possible, d'adopter une autre dénomination.

XLVI. **Force vive**. — Un corps en mouvement est susceptible d'agir en vertu de ce mouvement même et sans qu'aucune force intervienne; quelle est la mesure de l'énergie potentielle qu'il possède? c'est ce que nous allons voir.

On appelle *force vive* d'un point le produit de sa masse par le carré de la vitesse dont il est animé.

1. Dans le système des unités CGS, l'unité de travail appelée *erg* est le travail d'une force de 1 dyne dont le point d'application se déplace de 1 centimètre.



La force vive d'un corps est la somme des forces vives de chacun de ses points.

Dans cette expression : *force vive*, il ne faut attacher aucun sens à chacun des mots qui y entrent; le mot force y a perdu sa signification ordinaire [1]. Si $m$ est la masse du point, $u$ la vitesse dont il est animé, la force vive est simplement la valeur du produit $mu^2$.

Lorsque la vitesse d'un corps vient à changer, on admet en vertu du principe de l'inertie que ce changement est dû à l'action d'une force. Pendant ce changement la force a produit un travail puisque son point d'application s'est déplacé; la force vive a varié, d'autre part, puisque la vitesse a changé. Il existe entre ces deux éléments une relation très importante. On démontre en mécanique que :

*Le travail d'une force appliquée à un corps est égal à la moitié de la variation de la force vive de ce corps* (on dit aussi : *à la variation de demi-force vive*).

Si un corps animé d'un mouvement est réduit au repos, sa force vive devient nulle; il a donc perdu toute la force vive qu'il possédait et le travail mécanique produit est égal à la moitié de cette force vive. Mais ce travail mécanique mesure l'énergie actuelle qui s'est manifestée, énergie qui était à l'état potentiel dans le corps en mouvement. A cause de l'égalité que nous venons d'indiquer, on voit que l'énergie potentielle d'un corps en mouvement est mesurée par la moitié de sa force vive.

# CHAPITRE III

## ÉTUDE SOMMAIRE DE LA PESANTEUR

L'expérience montre que, à la surface de la terre, tous les corps sont *pesants*. Cette propriété ne peut être cependant considérée comme une propriété générale de la matière, car un corps absolument isolé dans l'espace ne la posséderait pas. Mais, en somme, pour les corps que nous avons à observer, elle se comporte comme une propriété générale; aussi l'étude de cette propriété rentre-t-elle naturellement dans la mécanique, et c'est à ce point de vue que nous allons la résumer. Nous ne l'étudierons cependant pas pour tous les corps, mais seulement pour ceux qui, sous l'influence des forces mises en jeu, ne changent pas de volume au moins sensiblement, c'est-à-dire que nous ne la considérerons que pour les solides et les liquides que nous admettrons se comporter les uns

1. Pour éviter toute confusion, et comme la force vive n'intervient dans les théorèmes de mécanique que sous la forme $\frac{1}{2}mu^2$, Bellanger avait proposé de désigner la valeur de ce dernier produit par l'expression *puissance vive*. Cette expression, malheureusement, n'a pas été conservée.

comme des solides invariables, les autres comme des liquides incompressibles. Pour ces corps les effets que nous aurons à indiquer sont seulement ceux qui se rattachent aux effets mécaniques des forces, mouvements et conditions d'équilibre. Pour les gaz, outre ces mêmes effets, il en est d'autres, comme par exemple les variations de volume, dont l'étude rentre plus dans la physique : c'est donc en parlant des propriétés des gaz que nous traiterons de l'action de la pesanteur sur ces corps.

XLVII. **Poids des corps. Verticale.** — Lorsque nous tenons à la main un corps solide ou liquide, nous éprouvons une sensation particulière qui nous fait dire que le corps est *pesant*. Cette sensation, qui est un effort, est du même ordre que celle que nous éprouvons lorsque nous cherchons à nous opposer à l'action d'une force ; nous sommes donc portés à conclure que le corps est soumis, dans ce cas, à l'action d'une force que l'on appelle son *poids* : la *pesanteur* est la propriété que possèdent les corps d'être pesants ; on désigne également sous ce nom la cause inconnue de l'existence des poids.

La preuve de l'existence d'une force appliquée au corps résulte aussi de ce que, si nous l'abandonnons à lui-même, il tombe, c'est-à-dire qu'il se met en mouvement dans une direction qui passe par le centre de la terre.

Pour les gaz les faits ne se présentent pas toujours de la même manière ; mais, comme nous le dirons, l'explication des phénomènes qui se présentent alors conduit à admettre également qu'ils sont pesants. Nous ferons plus tard seulement l'étude des faits qui se rapportent à ces corps.

La direction du mouvement d'un corps qui tombe donnerait la direction de la force ; elle est difficile à obtenir ainsi. Mais on arrive à la déterminer plus commodément et plus exactement par l'emploi du *fil à plomb*.

En un point du globe tous les poids ont la même direction : cette direction est la *verticale* du point considéré. On appelle droite *horizontale*, plan *horizontal*, toute droite ou tout plan perpendiculaire à la verticale.

La direction de la verticale passe par le centre de la terre ; elle varie donc d'un point à un autre.

XLVIII. **Centre de gravité.** — Le point d'application du poids d'un corps a reçu le nom de *centre de gravité* : on peut le déterminer expérimentalement par l'observation de deux positions d'équilibre du corps dans des conditions déterminées. Dans quelques cas simples, pour des corps de forme géométrique, il existe des règles qui font connaître sa position.

Il peut arriver que le centre de gravité ne soit pas matériellement un point du corps : par exemple, pour une sphère creuse, pour un anneau, il est au centre. Il semble difficile de concevoir que le point d'application d'une force appliquée à un corps n'appartienne pas au corps ; mais il faut remarquer que, en réalité, le poids d'un corps n'est pas une force existante. Ce qui existe, ce sont les poids de tous les fragments



infiniment petits dans lesquels on peut diviser le corps : le poids est la résultante de ces poids élémentaires ; ce n'est donc qu'une abstraction que l'on utilise parce qu'il est plus facile d'étudier ses effets que ceux produits par l'ensemble de tous les poids élémentaires, et que ses effets sont les mêmes, d'après la définition même de la résultante (XXXVIII).

XLIX. — Les conditions générales de l'équilibre des corps gênés soumis à l'action d'une force sont applicables aux corps pesants ; on en conclut que :

Pour qu'un corps pesant qui a un point fixe ou un axe fixe, soit en équilibre, il faut et il suffit que la verticale qui passe par le centre de gravité rencontre le point ou l'axe fixe.

Les conditions de l'équilibre sont différentes suivant les positions relatives du centre de gravité et du point ou de l'axe fixes.

Si le centre de gravité coïncide avec le point fixe ou se trouve sur l'axe fixe, le corps reste en équilibre dans toutes les positions où on le place : l'équilibre est *indifférent*.

Si cette coïncidence n'a pas lieu, il existe deux positions dans lesquelles l'équilibre peut se produire, suivant que le centre de gravité est verticalement au-dessous ou au-dessus du point fixe ; s'il est au-dessous, cette position est telle que si on écarte le corps, il y revient : l'équilibre est stable. Si le centre de gravité est au-dessus du point ou de l'axe fixe, le corps écarté de sa position d'équilibre s'en écarte de plus en plus : l'équilibre est *instable*.

Pour qu'un corps pesant puisse être en équilibre sur un plan, il faut que celui-ci soit horizontal. Il faut de plus que la verticale du centre de gravité passe à l'intérieur de la *base de sustentation*. (On appelle ainsi la surface polygonale convexe formée par des droites qui joignent les points par lesquels le corps touche le plan de manière à ne laisser aucun de ces points en dehors du polygone.)

L. **Mesure des poids. Dynamomètres. Balances.** — Les poids étant des forces on peut les mesurer, comme celles-ci, à l'aide de *dynamomètres*, appareils étalonnés que nous décrirons en parlant de l'élasticité.

La *romaine*, le *peson à levier coudé*, sont aussi des appareils étalonnés : lorsque l'équilibre est obtenu par l'action du corps considéré, une lecture faite sur une graduation donne immédiatement la valeur de son poids.

On peut aussi les comparer dans des conditions déterminées avec des *poids marqués*, étalons dont les poids sont l'unité de poids, ses multiples ou ses sous-multiples.

Les *balances* proprement dites sont des appareils tels que, lorsque l'équilibre est établi dans des conditions déterminées sous l'influence du corps dont on cherche le poids et de poids marqués, le poids cherché est précisément égal à la somme des poids marqués.

Dans d'autres appareils, les *bascules*, lorsque l'équilibre est établi entre le corps considéré et les poids marqués, il y a seulement un rapport déterminé entre la somme de ceux-ci et le poids cherché ; par exemple, le poids cherché est égal à 10 fois la somme des poids marqués.

Dans tous ces appareils, les dynamomètres exceptés, on compare des poids entre eux : il résulte de là que si la cause à laquelle est due l'existence du poids des corps venait à varier, la variation se faisant sentir à la fois sur le corps considéré et sur les poids marqués, on ne serait pas averti de son existence : l'équilibre obtenu subsisterait malgré la variation. Dans les dynamomètres, au contraire, l'effet du poids étant contre-balancé par un effet d'une cause toute différente, l'élasticité des corps, la variation de la cause à laquelle est due l'existence du poids n'influerait pas sur cette élasticité. On serait donc averti de cette variation, car l'équilibre obtenu avant que celle-ci se produise ne subsisterait pas lorsqu'elle se serait manifestée.

LI. — Sans reprendre la théorie et la description des balances, comme ces appareils sont d'un usage courant dans les laboratoires, nous rappellerons qu'une bonne balance doit présenter trois qualités :

1° La *stabilité* : la balance écartée de sa position normale d'équilibre (celle qu'elle prend lorsque les plateaux sont vides) doit y revenir. Comme pour tous les corps qui ont un axe fixe, il faut pour qu'il en soit ainsi que le centre de gravité soit au-dessous du point de suspension.

2° La *justesse* : cette qualité consiste en ce que la balance doit toujours reprendre la même position lorsque des poids égaux sont placés dans les plateaux : cette position est nécessairement celle qu'elle prend lorsqu'elle est à vide. Nous n'insisterons pas sur cette qualité, parce que, comme nous le dirons, on peut peser *juste* avec une balance qui ne possède pas cette qualité.

3° La sensibilité : cette qualité n'a rien d'absolu ; toutes les balances sont sensibles, elles le sont seulement plus ou moins. Lorsque l'équilibre existe, si l'on ajoute un petit poids dans l'un des plateaux, le fléau s'incline : la balance est d'autant plus sensible que, pour un poids donné, cette inclinaison est plus grande.

En réalité la première et la dernière qualités sont seules nécessaires et l'on se sert toujours d'une balance, pour les pesées de précision, comme si elle n'était pas juste. On emploie la méthode des *doubles pesées* ; dans l'un des plateaux, on met le corps à peser, puis on amène la balance à la position normale d'équilibre, en mettant une *tare* dans l'autre plateau ; on enlève le corps et on le remplace par des poids marqués en quantité suffisante pour ramener la balance à la même position. La somme de ces poids marqués mesure le poids cherché.

LII. **Poids spécifiques. Densités.** — Soit un corps que l'on réduise en fragments ; déterminons le volume et le poids de chacun d'eux. Si les poids sont proportionnels au volume, on dit que le corps est *homogène* ; il est *hétérogène* dans le cas contraire.

Soient $v$ et $v'$ les volumes de deux fragments d'un corps homogène, $p$ et $p'$ leurs poids. On a, d'après la définition même :

$$\frac{p}{p'} = \frac{v}{v'} \quad \text{ou} \quad \frac{p}{v} = \frac{p'}{v'}.$$

Pour un corps homogène, le quotient du poids d'un fragment par son



volume est une constante qu'on appelle le *poids spécifique* du corps ; si nous le désignons par $\Delta$, on a :

$$\Delta = \frac{p}{v} \quad \text{et} \quad p = v\Delta.$$

On voit que si dans cette équation on fait $v = 1$, il vient $\Delta = p$ : le poids spécifique est égal au poids de l'unité de volume du corps.

La quantité $\Delta$ dépendant à la fois de $v$ et de $p$, il est nécessaire, dans chaque cas, de préciser quelles unités on a pris pour mesurer $p$ et $v$. En général pour les solides et les liquides on prend le gramme et le centimètre cube, ou le kilogramme et le décimètre cube ; pour les gaz on prend le gramme et le décimètre cube ou litre.

LIII. — On appelle *densité* $D_{AB}$ d'un corps B par rapport à un corps A le rapport des poids $p_B$, $p_A$ de volumes égaux de ces corps. On a :

$$D_{AB} = \frac{p_B}{p_A}.$$

Si $v$ est le volume considéré, $\Delta_A$ et $\Delta_B$ les poids spécifiques de ces corps, on a :

$$p_A = v\Delta_A \quad \text{et} \quad p_B = v\Delta_B.$$

Il vient donc, comme autre expression de la densité :

$$D_{AB} = \frac{\Delta_B}{\Delta_A}.$$

On reconnaît aisément que si on a pris la densité de tous les corps B, C... par rapport à un même corps A, on obtient par une simple division la densité d'un corps C par rapport à un autre quelconque B, par exemple. En effet, on a, en employant le même système de notations :

$$D_{AB} = \frac{\Delta_B}{\Delta_A} \qquad D_{AC} = \frac{\Delta_C}{\Delta_A} \qquad D_{BC} = \frac{\Delta_C}{\Delta_B}.$$

Il vient donc immédiatement :

$$D_{BC} = \frac{D_{AC}}{D_{AB}}.$$

Il suffit donc de choisir un corps A qui serve de terme de comparaisons, et de prendre les densités de tous les autres corps par rapport à celui-là. En réalité on a pris deux termes de comparaison, l'un pour les solides et les liquides : c'est l'eau ; l'autre pour les gaz : c'est l'air. Il est important de remarquer que ce double choix n'était pas nécessaire ; il n'est même pas sans quelque inconvénient.

On appelle absolument densité d'un corps, sa densité par rapport à l'eau si le corps est solide ou liquide, sa densité par rapport à l'air, s'il est gazeux : nous désignerons cette densité par la lettre D.

En réalité, il y a lieu de tenir compte des variations de volume que prennent tous les corps sous l'influence des changements de température et que prennent en outre les gaz sous l'influence de la pression : nous aurons donc à revenir sur cette définition pour la compléter (voir CHALEUR).

Soient $\Delta$ le poids spécifique d'un corps, $p$ son poids et $v$ son volume, $\Delta'$ le poids spécifique du corps qui sert de terme de comparaison. Des relations

$$p = v\Delta \quad \text{et} \quad D = \frac{\Delta}{\Delta'}$$

on déduit :

$$p = vD\Delta',$$

formule absolument générale.

Le poids d'un corps est égal au produit de son volume par sa densité et par le poids spécifique du corps qui sert de comparaison.

Dans le cas d'un solide et d'un liquide, on a $\Delta' = 1$, car l'unité de poids a été choisie, dans le système métrique français, égale au poids de l'unité de volume d'eau. On aura $\Delta' = 1$ gramme si l'unité de volume choisie est le centimètre cube et $\Delta' = 1$ kilogramme si cette unité est le décimètre cube. Si donc nous désignons par $v$ le volume du corps exprimé en centimètres cubes et par V ce volume exprimé en décimètres cubes, on aura :

$$p = v\,D \times 1^{gr} \text{ ou } p = V\,D \times 1^{kgr}.$$

Dans l'opération arithmétique le facteur 1 est inutile; mais on doit le conserver si l'on veut que cette équation conserve sa signification réelle.

Pour les gaz, il n'existe pas de simplification semblable : les volumes étant exprimés en litres, on a $\Delta' = 1^{gr},293$. Pour ces corps, la formule donne donc :

$$p = V\,D \times 1^{gr},293.$$

Elle est plus compliquée au point de vue des opérations arithmétiques que la précédente; en réalité elle est absolument de même forme.

La notion de densité est absolument sans intérêt pour l'étude des solides et des liquides et est avantageusement remplacée alors par celle du poids spécifique.

LIV. **Chute des corps.** — Lorsqu'on abandonne un corps solide à lui-même, comme nous l'avons dit, il tombe. Dans les conditions ordinaires, le mouvement qu'il prend n'est pas dû à la simple action de son poids : l'air intervient, par sa poussée et par sa résistance, et ralentit le mouvement. Il le ralentit d'ailleurs différemment suivant le poids spécifique et la forme du corps.

Pour étudier le mouvement que prend réellement un corps sous l'influence de son poids, il faudrait l'étudier dans le vide.

Lorsqu'on fait l'expérience (tube de Newton), on reconnaît que, contrairement à ce qui se passe dans l'air, tous les corps tombent également vite, quels que soient leur forme et leur poids spécifique.

Une conséquence importante résulte de cette constatation : puisque



les corps tombent également vite, qu'ils prennent la même accélération, on en conclut d'après la relation qui existe entre les forces et les accélérations (XXXVII) que les forces, qui sont ici les poids des divers corps, sont proportionnelles aux masses de ces corps.

Sans que cette idée s'appuie sur aucune raison réelle, on a généralement une tendance à considérer que le poids d'un corps est lié à la quantité de matière qu'il renferme. La masse étant proportionnelle au poids pourrait également servir à la mesure de cette quantité de matière; c'est ainsi que l'on définit quelquefois la masse. Mais on voit que cette donnée ne repose sur aucune idée précise, et que nous ne savons réellement pas s'il existe une relation entre la quantité de matière et le coefficient $m$ auquel on donne le nom de masse (XXXVII).

LV. — On a pu étudier le mouvement d'un corps qui tombe par divers procédés (plan incliné de Galilée, machine d'Atwood, machine de Morin; cette dernière est une application de la méthode d'enregistrement automatique de la loi d'un mouvement) et l'on a reconnu que ce mouvement est un des mouvements simples que nous avons étudiés : c'est un mouvement uniformément varié, un mouvement dans lequel l'accélération est constante.

Cette accélération qu'on représente par $g$ est, en général, désignée sous le nom abrégé d'accélération de la pesanteur.

L'étude de ce mouvement et celle du mouvement que prend un corps pesant abandonné à lui-même, après avoir reçu une vitesse initiale, ne présentent rien qui puisse nous arrêter.

LVI. **Pendule.** — Plus intéressant est le mouvement que prend un corps pesant astreint à se mouvoir autour d'un axe fixe lorsqu'on l'écarte de sa position d'équilibre. Il oscille alors de part et d'autre de sa position d'équilibre, suivant un mouvement périodiquement uniforme. C'est un *pendule.*

Théoriquement, lorsqu'un pendule exécute un mouvement oscillatoire, l'amplitude (XXVIII) de ses oscillations devrait se conserver indéfiniment sans modification : évidemment, dans ce cas, toutes les oscillations auraient la même durée, elles seraient *isochrones.*

En réalité, les choses ne se passent pas ainsi : lorsque le pendule est mis en mouvement, ses oscillations diminuent progressivement d'amplitude par suite de la résistance de l'air, par suite du frottement de l'axe de suspension : le pendule finit même par revenir à sa position d'équilibre.

Dans ce cas, l'isochronisme n'existe plus : la durée de l'oscillation varie avec l'amplitude.

Mais Galilée a montré que lorsque ces oscillations sont moindres que 6° l'isochronisme existe d'une manière presque absolue : c'est la loi des petites oscillations.

*Pour de petites oscillations, la durée est indépendante de l'amplitude.*

Nous avons indiqué (XVII) l'importance de cette loi pour la mesure du temps.

La durée de l'oscillation d'un pendule dépend de ses dimensions, de sa forme, mais non de son poids. Deux pendules de même forme et de même volume absolument oscillent dans le même temps, quelle que soit la substance dont ils sont formés s'ils sont homogènes.

La loi qui lie la durée de l'oscillation à la forme et aux dimensions du pendule est trop compliquée pour que nous l'indiquions ici. Elle ne présente plus cette complexité s'il s'agit de ce que l'on appelle un *pendule simple*, qui est constitué par un point matériel pesant suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et sans poids dont l'autre extrémité est maintenue fixe. Dans ce cas, en effet, on a la loi suivante :

Les durées des oscillations d'un pendule simple varient en raison inverse de la racine carrée de sa longueur[1].

Tout pendule qui n'est pas simple est dit pendule composé.

Lorsqu'un pendule composé a une forme géométrique simple, il y a des formules qui permettent de calculer la durée de l'oscillation.

LVII. — Comme nous l'avons déjà indiqué (XVII) le pendule est employé pour la mesure du temps.

Il peut servir également à la mesure de l'accélération de la pesanteur $g$, et son emploi donne des résultats bien plus précis que ceux qu'on pourrait déduire de l'observation directe des corps tombant en chute libre. On a trouvé ainsi que, à Paris, on a $g = 9^{m},8088$.

En opérant en divers points du globe, on a reconnu que la valeur de $g$ change avec la latitude, que $g$ diminue à mesure qu'on se rapproche de l'équateur, qu'il augmente lorsqu'on se rapproche du pôle. Cette constatation est intéressante à divers points de vue : nous en tirerons seulement la conclusion que le poids d'un corps varie aux différents points du globe. Si, en effet, $m$ est la masse d'un corps, quantité constante, P son poids, force qui produit le mouvement dans la chute et $g$ l'accélération de ce mouvement, on a (XXXVII) :

$$P = mg.$$

Le poids P varie donc en même temps que $g$, et proportionnellement à cette quantité. La variation du poids d'un corps du pôle à l'équateur n'est pas considérable; elle n'est pas négligeable cependant : un corps pesant 1000 grammes au pôle, pèse seulement 995 grammes à l'équateur.

LVIII. **Chute des liquides.** — Les corps liquides sont pesants : nous pourrions leur appliquer tout ce que nous avons dit pour le mouvement des solides, si l'on pouvait opérer dans le vide. Dans le vide, en effet, les liquides tombent en masse (expérience du marteau d'eau) : ils suivraient donc les mêmes lois.

Mais dans l'air, les effets sont tout différents; par suite de la résistance de ce gaz et de la fluidité des liquides, ceux-ci se divisent en

1. Nous nous bornons à rappeler ici la formule :

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

dans laquelle $\tau$ est la durée de l'oscillation d'un pendule de longueur $l$, $g$ est l'accélération de la pesanteur et $\pi$ le rapport de la circonférence au diamètre.



gouttes qui tombent séparément : chacune d'elles se comporte d'ailleurs comme le ferait un solide.

Mais des actions d'un autre ordre se manifestent dans les liquides, effets qui sont dus à leur fluidité également, effets qui sont très importants et que nous devons résumer.

Les résultats que nous allons indiquer se rapportent au cas de liquides pesants parfaits, c'est-à-dire absolument fluides et incompressibles : nous dirons plus loin que ces conditions ne sont jamais complètement réalisées; mais les erreurs qui en résultent sont négligeables, en général, dans la pratique.

LIX. **Hydrostatique. Pressions dans les liquides.** — Nous nous occuperons d'abord des cas où le liquide est en repos : l'étude des conditions qui se présentent alors constitue l'*hydrostatique*.

Lorsqu'un liquide pesant est placé dans un vase, il en prend immédiatement la forme quelle qu'elle soit, se mettant en contact avec les parois du vase. Tantôt il remplit complètement celui-ci; tantôt il n'en est pas ainsi, et le liquide présente une *surface libre*. Si la forme du vase est telle que la surface libre soit constituée par des parties absolument séparées, on a ce qu'on appelle des *vases communiquants*.

Le liquide exerce, en tous les éléments des parois qu'il touche, des pressions normales. Il en exerce également sur toute partie solide placée dans son sein.

On démontre que, s'il s'agit d'une masse peu étendue de liquide :

*Pour des éléments égaux situés dans un même plan horizontal la valeur de la pression est partout la même; si les éléments sont inégaux, la pression est proportionnelle à la surface de ces éléments.*

On conclut de là que :

*La surface libre d'un liquide est plane et horizontale. Dans le cas de vases communiquants, les surfaces libres sont dans un même plan horizontal.*

Si la surface du liquide occupe une grande étendue, elle cesse d'être plane et devient sphérique.

La pression varie aux diverses profondeurs, croissant lorsque l'on s'éloigne de la surface libre ou de la partie supérieure du vase. Cette variation est déterminée par la loi suivante :

*La différence de pression qui existe entre deux éléments de même surface situés à diverses profondeurs dans un liquide est égale au poids d'un cylindre de liquide qui aurait pour base la surface considérée et pour hauteur la distance verticale des plans horizontaux passant par les éléments.*

On peut déduire de là, notamment, la valeur de la pression supportée par une surface plane dans le liquide. Elle est donnée par l'énoncé suivant :

*La pression exercée par un liquide sur une surface plane qu'il touche est égale à la pression que supporterait cette pression placée à la surface libre (pression atmosphérique), augmentée du poids d'un cylindre de liquide ayant pour base la surface considérée et pour hauteur la distance de son centre de gravité à la surface libre.*

Cette règle est générale, elle s'applique notamment à ce qu'on appelle le fond du vase : c'est la paroi horizontale inférieure. On voit qu'elle est indépendante de la forme du vase. Il importe de remarquer que la paroi supportant extérieurement la pression atmosphérique, la pression à laquelle est effectivement soumis le fond est le poids du cylindre de liquide ayant ce fond pour base et pour hauteur sa distance à la surface libre.

La même règle et la même remarque s'appliquent d'ailleurs aux pressions supportées par une partie quelconque de la paroi, quelle que soit sa position.

LX. — Si l'on considère un liquide remplissant entièrement un vase fermé, les règles précédentes sont également applicables; seulement, au lieu d'introduire la pression sur la surface libre (qui n'existe pas ici), il faut prendre la pression au point le plus élevé du liquide.

Si le volume du liquide est égal à la capacité du vase, cette pression au point le plus élevé est aussi la pression atmosphérique.

Mais si, le vase étant plein, on vient à comprimer le liquide, par un procédé quelconque, soit en cherchant à diminuer son volume, soit en cherchant à y introduire une nouvelle quantité de liquide, toutes les pressions sont augmentées; pour des surfaces égales prises en des points quelconques, elles sont également accrues; pour des surfaces inégales, les accroissements de pression sont proportionnels aux surfaces.

C'est là ce qui constitue le principe de l'*égalité de transmission des pressions*.

LXI. — Lorsqu'un vase contient un liquide, celui-ci exerce des pressions en tous les points de la paroi; ces pressions sont intéressantes à considérer tant qu'il s'agit de se rendre compte de l'action que subit une partie de cette paroi. Mais lorsqu'il s'agit d'apprécier l'effet qui résulte de leur existence sur un corps extérieur, par exemple l'effet qu'exerce sur le plateau d'une balance un vase rempli de liquide qu'on y place, ce ne sont plus les valeurs isolées de ces pressions qui interviennent, c'est leur résultante, résultante qui n'est pas égale à leur somme, car elles n'ont pas toutes la même direction. L'étude des conditions d'application de ces forces montre qu'il y a toujours une résultante unique (XL), que cette résultante est verticale et égale précisément au poids du liquide que contient le vase.

LXII. **Poussée dans les liquides**. — Lorsqu'un corps est plongé dans un liquide, chacun des éléments de ce corps supporte une pression dont les règles précédentes donnent la valeur. Toutes ces forces qui ont des pressions différentes ont une résultante unique (XL) qu'on appelle la *poussée*, qui est déterminée par l'énoncé suivant :

*Tout corps plongé dans un liquide éprouve de la part de ce liquide une poussée, force verticale dirigée de bas en haut et égale au poids du volume de liquide déplacé par le corps.*

Cette règle constitue le *principe d'Archimède*.

Si le corps est entièrement plongé, le volume du liquide déplacé par le corps est égal au volume du corps; si le corps émerge au-dessus de la surface libre, le volume du liquide déplacé est égal à la partie du volume du corps compris jusqu'au plan de la surface libre.



Si $v$ est le volume du corps et $\delta$ le poids spécifique du liquide, la poussée R sera donc égale à $R = v\delta$. Si d'autre part le corps considéré est homogène et de poids spécifique $\Delta$, son poids P sera $P = v\Delta$.

Un corps plongé dans un liquide est donc soumis à l'action de deux forces verticales dirigées l'une P de haut en bas, l'autre R de bas en haut. Suivant les valeurs de ces forces, différents cas peuvent se présenter :

1° $P > R$ ou $\Delta > \delta$. Le corps est soumis à l'action d'une force dirigée de haut en bas et égale à $P - R$. C'est cette force qu'il faudra lui appliquer pour le maintenir en repos dans le liquide, force moindre que P qu'il faut lui appliquer pour le maintenir en repos dans l'air. Tout se passe donc comme si le corps avait perdu une partie de son poids égale à R, c'est-à-dire égale au poids du volume de liquide déplacé. Si on abandonne le corps, il tombe mais moins vite que dans l'air puisque la force qui agit sur lui est moindre.

2° $P = R$ ou $\Delta = \delta$. La résultante de ces deux forces est nulle. Il ne faut exercer aucun effort pour maintenir le corps en repos, et s'il est en repos il y reste.

3° $P < R$ ou $\Delta < \delta$. Dans ce cas, les deux forces ont une résultante dirigée de bas en haut et égale à $R - P$. Il faut donc appliquer au corps une force de cette valeur et dirigée de haut en bas pour le maintenir au repos; si on l'abandonne, le corps prend un mouvement ascendant.

LXIII. — Si le corps n'est pas entièrement immergé, le volume de liquide déplacé sera $v' < v$ et les deux forces qui agissent sur lui sont $P = v\Delta$ et $R = v'\delta$; le corps restera au repos, même s'il n'a pas le même poids spécifique que le liquide, si on a $P = R$. On dit alors qu'il *flotte*; pour qu'un corps flotte, il faut que le poids du volume de liquide déplacé soit égal au poids du corps.

Comme dans ce cas on doit avoir $v\Delta = v'\delta$ et que $v' > v$, il faut que l'on ait $\Delta < \delta$; un corps ne peut flotter que si son poids spécifique est moindre que celui du liquide.

Cette condition n'est nécessaire que si, comme nous l'avons supposé, le solide est homogène : la condition nécessaire et suffisante dans tous les cas, c'est que le poids du corps soit égal à la poussée, c'est-à-dire au poids du volume de liquide déplacé.

Il est utile de remarquer que le maintien d'un solide au sein d'un liquide, par l'intermédiaire d'un support ne s'appuyant pas sur le vase, augmente la résultante des pressions exercées par le liquide sur le vase d'une quantité égale au poids du volume du liquide déplacé.

LXIV. **Liquides superposés dans un vase**. — Si l'on introduit dans un vase deux liquides de poids spécifiques différents qui ne soient pas susceptibles d'agir chimiquement l'un sur l'autre ou de se dissoudre réciproquement, chaque liquide exerce une poussée sur les particules de l'autre, et l'existence de ces poussées a pour effet de séparer les liquides, amenant le liquide dont le poids spécifique est le plus grand à la partie inférieure du vase.

On démontre, et l'observation vérifie que :